Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 12, стр. 530 – 533 *25 июня 1985 г.*

ФЛУКТУАЦИИ ОСТАТОЧНОЙ ПРОВОДИМОСТИ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ПРОВОДНИКОВ

Б.Л.Альтшулер

Обсуждаются флуктуации от образца к образцу остаточной статической проводимости неупорядоченных металлов, вычисленной по формуле Кубо. Показано, что среднеквадратичное отклонение полной проводимости куба от среднего значения в единицах $e^2/\hbar$ порядка единицы, независимо от размера куба и его размерности. В области хорошей металлической проводимости вычислена разница между наблюдаемой проводимостью от той, которая вычислена по формуле Кубо. Обсуждается ситуация вблизи перехода металл – диэлектрик, влияние спинового рассеяния и магнитного поля.

Для вычисления проводимости металлов всегда используется формула Кубо или эквивалентные ей соотношения. Это означает, что электрическое поле в образце полагается однородным, вычисляется плотность тока и усредняется по образцу. Коэффициент пропорциональности между средней плотностью тока и полем объявляется удельной проводимостью образца. Эту величину мы обозначим $\sigma^{(K)}$.

Измеряемая экспериментально остаточная проводимость $\sigma^{(ex)}$ определяется через отношение полного тока через образец к приложенному к нему напряжению. $\sigma^{(K)}$ и $\sigma^{(ex)}$ отличаются друг от друга из-за того, что в любой системе со статическим беспорядком электрическое поле внутри образца неоднородно. Даже в простейшей ситуации, когда можно ввести локальную проводимость, аналитическое выражение для $\sigma^{(ex)}$ удается получить лишь в частных случаях [1, 2].

В настоящей работе мы обсудим вопрос о крупномасштабных неоднородностях статической проводимости при $T = 0$ системы электронов в случайном примесном потенциале, который будет считаться гауссовским и δ-коррелированным. Мы не будем пытаться решать полную систему уравнений для определения частичного распределения тока и поля в данном образце, а поставим вопрос по-другому.

Проводимость $\sigma^{(K)}$ в данном образце конечного размера L – величина случайная. Поэтому кроме усредненной по реализациям случайного потенциала проводимости $\langle \sigma^{(K)} \rangle$, которая вычисляется обычно, имеет смысл обсудить среднеквадратичное отклонение

$$\langle \sigma^{(K)^2} - \langle \sigma^{(K)} \rangle^2 \equiv \delta\sigma^2. \qquad (1)$$

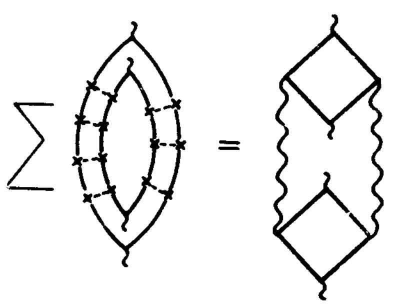
Оказывается, что при больших L величина $\sigma^{(K)}$ флуктуирует гораздо сильнее, чем концентрация примесей: $\delta\sigma^2 \sim (e^2/\hbar)^2 L^{4-2d}$ (d – эффективная размерность образца, определенная так же, как в теории слабой локализации [3]). Этот результат естественно переписать через G – полную (а не удельную) проводимость d-мерного куба размера L:

$$\delta G^2 = \left(C_d \frac{2\sqrt{2}}{\pi^3} \frac{e^2}{\hbar} \right)^2 \equiv G_0^2, \qquad (2)$$

где $C_1^2 = \pi^4/90$, $C_2^2 \simeq 1{,}51$, $C_3^2 \simeq 2{,}0$, а $\delta G^2 = \langle G^{(K)^2} \rangle - \langle G^{(K)} \rangle^2$.

Таким образом, независимо от размера образца L и при произвольной размерности d флуктуации $G^{(K)} = \sigma^{(K)} L^{d-2}$ в единицах $e^2/\hbar$ оказываются порядка единицы. Из (2) видно, что двумерная проводимость даже в области хорошего металла не является самоусредняющейся величиной.

Если для определения $\langle \sigma^{(K)} \rangle$ в рамках примесной диаграммной техники при $T = 0$ [4] нужно вычислить сумму всех петель с двумя векторными вершинами, то величина $\delta\sigma^2$ определяется суммой четырехвосток, которые становятся неприводимыми после усреднения. При вычислении $\delta\sigma^2$ надо учесть, что неприводимые графики содержат на одну δ-функцию от входящих импульсов меньше, чем приводимые. Это означает, что сумму диаграмм для определения $\delta\sigma^2$ следует разделить на объем системы V.



К отношению (2) приводит сумма графиков (рисунок), которая характеризуется наличием диффузионных или куперовских полюсов (в зависимости от направления стрелок электронных пропагаторов) в двухчастичной функции Грина. На рисунке эти полюса изображены волнистыми линиями. Рассмотрим образец с линейными размерами L_i, $i = 1, 2, 3$. Если входящие частоты и обратное время релаксации фазы τ_φ^{-1} малы по сравнению с D/L_i^2 (D – коэффициент диффузии электронов), то

$$\delta\sigma^2 = \frac{8}{V} \left(\frac{\sigma}{\pi\nu} \right)^2 \sum_{\mathbf{q}} (Dq^2)^{-2}, \qquad (4)$$

где ν – плотность электронов. (4) вместе с условиями квантования [3]

$$q_i = \frac{\pi n_i}{L_i}\ ; \quad n_3 = 1, 2, 3, \dots\ ; \qquad n_1, n_2 = 0, 1, 2, 3, \dots$$

приводит к формуле (2) для δG^2.

Вблизи перехода Андерсона флуктуации становятся порядка самой проводимости. Согласие теории подобия [5] $G^{(K)} e^2/\hbar$ означает, что $L < \xi$ (ξ – длина корреляции). Из (2) следует, что в этой критической области $\delta G^2/\langle G^{(K)}\rangle^2 \sim 1$ и $\langle G^{(K)}\rangle$ и $\langle G^{(ex)}\rangle$ отличаются друг от друга и меняются от образца к образцу на величину порядка $e^2/\hbar$, даже если теория подобия справедлива.

В хорошем металле $\delta G^2 \ll G^{(K)^2}$. В низшем порядке по δG^2 можно вычислить величину $G^{(ex)}$. При этом необходимо учесть, что, согласно (2), существенны флуктуации всех масштабов. Для флуктуаций конечного масштаба $\sigma^{(ex)} - \sigma^{(K)} \sim -\delta\sigma^2/\sigma^{(K)}$ [1]. В нашем случае

$$\frac{d\langle \sigma^{(ex)} - \sigma^{(K)}\rangle}{d\ln L} \propto -\frac{\delta\sigma^2}{\sigma^{(ex)}} = \frac{G_0^2}{\sigma^{(ex)}} L^{4-2d}. \tag{5}$$

В частности, в двумерном образце

$$\langle G^{(ex)} - G^{(K)}\rangle \propto -\left(\frac{e^2}{\hbar}\right)^2 \frac{\ln L/l}{G^{(ex)}} \tag{6}$$

(l – длина свободного пробега). (6) является серьезным аргументом против теории подобия перехода Андерсона: $G^{(ex)}$ и $G^{(K)}$ совпадают только в главном логарифмическом приближении. Поэтому для $G^{(ex)}$ и $G^{(K)}$ должны были бы быть разными индексы, а значит и длины корреляции.

При конечной температуре или частоте ω и $L \to \infty$ в (5) и (6) надо вместо L подставлять $L_\varphi \sqrt{D\tau_\varphi}$ или $L_\omega = \sqrt{D/\omega}$.

Физическая причина таких флуктуаций проводимости состоит, по-видимому, в корреляциях между положением точных энергетических уровней в данной реализации случайного потенциала [6, 7]. В пользу этого говорит чувствительность величины δG^2 к спиновому рассеянию. Спин электрона может меняться за счет рассеяния на магнитных примесях на длине L_s и за счет спин-орбитальных эффектов на длине L_{so}. Оказывается, что

$$\delta G^2 = \alpha_s G_0^2 \tag{7}$$

$\alpha_s = 1/6$ при $L_s < L$, а при $L_{so} < L < L_s$ $\alpha_s = 1/3$. В первом случае остается только диффузионный вклад в δG^2, причем электрон и дырка должны быть в синглетном состоянии. Во втором случае важен также и куперовский синглетный вклад.

Магнитное поле H также меняет δG^2. При этом оно действует и на орбитальное движение электрона и на его спин. В результате, $\alpha_s = 1/2$ при $L_H < L < L_Z$, если $L_Z < L$, то $\alpha_s = 1/4$. ($L_H^2 = \hbar c/eH$, $L_Z^2 = D/(g\mu_B H)$, $g\mu_B H$ – зеемановское расщепление). Подавление магнитным полем величины δG^2 приводит к дополнительному вкладу в магнетосопротивление (МС), который можно получить, подставляя L_H в (5), (6). Этот вклад является отрицательным и много меньше обычного [3] при $G \gg e^2/\hbar$. Вблизи перехода оба вклада в МС становятся одного порядка.

При вычислении на ЭВМ проводимости в диэлектрической фазе в [8] было обнаружено МС со знаком, зависящим от того, какая величина усредняется: при усреднении G^γ МС было отрицательным при $\gamma < 1$ и положительным, если $\gamma \geqslant 1$. Именно такими свойствами обладает часть МС в металле, обусловленная подавлением δG^2 магнитным полем.

Я глубоко благодарен А.Г.Аронову, Л.Н.Булаевскому, Б.П.Вигману, А.С.Иоселевичу, Л.Б.Иоффе, С.В.Малееву, Б.З.Спиваку, Д.Е.Хмельницкому, А.Л.Эфросу и особенно Б.И.Шкловскому за очень полезные обсуждения затронутых в работе вопросов.

Литература

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред, М.: Наука, 1982, §9.

2. *Дыхне А.М.* ЖЭТФ, 1970, 59, 110.

3. *Altshuler B.L., Aronov A.G., Khmelnitskii D.E.* In "Quantum theory of solids", ed. by I.M. Lifshits, Mir Publishers, Moscow, 1982, p. 130

4. *Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е.* Методы квантовой теории поля в статистической физике. М.: Физматгиз, 1962.

5. *Abrahams E., Anderson P.W., Licciardello D.C., Ramakrishnan T.V.* Phys. Rev. Lett., 1979, **42**, 673.

6. *Dyson F.J.* J. Math. Phys., 1962, **3**, 140, 157, 166.

7. *Ефетов К.Б.* ЖЭТФ, 1962, **83**, 833.

8. *Нгуен В.Л., Спивак Б.З., Шкловский Б.И.* Письма в ЖЭТФ, 1985, **41**, 35; ЖЭТФ, 1985.

Институт ядерной физики
им. Б.П.Константинова
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
16 мая 1985 г.