Письма в ЖЭТФ, том 17, вып. 5, стр. 266 – 267 *5 марта 1973 г.*

ОБ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ СПЕКТРЕ ОДНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ОДНОМЕРНОЙ СИСТЕМЫ

Ю. А. Бычков

Рассмотрена одномерная модель с хаотическим рассеянием, в которой у плотности уровней имеются периодические особенности на фоне непрерывного спектра.

Рассмотрим одномерную систему, описывающую движение частицы в поле примесей с потенциальной энергией в виде $U(x) = \sum_n U_n \delta(x - x_n)$. Аналогично тому, как это сделано Ллойдом [1], будем считать, что $x_n = an$, т. е. рассеивающие центры образуют решетку, а амплитуды U_n являются случайными величинами, причем отсутствует корреляция распределений U_n в различных точках решетки, а для заданного n плотность вероятности есть

$$P(U_n) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{(U_n - U_0)^2 + \gamma^2} . \qquad (1)$$

Своеобразной отличительной чертой такой модели является то, что несмотря на хаотический характер рассеяния, плотность уровней сохраняет некоторую "память" о решетке, выражающуюся в наличии у плотности уровней периодической последовательности особенностей на фоне непрерывного спектра.

Уравнение для функции Грина частицы есть (ϵ – бесконечно малая величина)

$$\left[E + i\epsilon - \frac{\hat{p}^2}{2m} - \sum_n U_n \delta(x - x_n)\right] G(x, x') = \delta(x - x') . \qquad (2)$$

Пусть $G_s(x, x')$ – формальное решение уравнения (2) с $U_s = 0$. Элементарное вычисление приводит к тому, что

$$G(x, x') = G_s(x, x') + U_s \frac{G_s(x, x_s) G_s(x_s, x')}{1 - U_s G_s(x, x')} . \qquad (3)$$

Усредним $G(x, x')$ по величине U_s. Из (3) следует, что как функция U_s, G имеет простой полюс в верхней полуплоскости ($\epsilon > 0$). Умножая (3) на $P(U_s)$ и замыкая интеграл по U_s в нижнюю полуплоскость, получим, что результат усреднения есть замена $U_s \to U_0 - i\gamma$. Повторяя эти рассуждения для всех U_n мы получим, что функция Грина удовлетворяет уравнению (2), где в. е $U_n = U_0 - i\gamma$. Это дает возможность сразу выразить функцию Грина через два линейно независимых решения однородного уравнения (2) $\psi_{1,2}(x)$, для которых выполняется условие

$$\psi_{1,2}(x + a) = e^{\pm i a} \psi_{1,2}(x)$$

Дисперсионное уравнение, связывающее квазиимпульс p с k ($k^2 = 2mE$, $\hbar = 1$) хорошо известно (см., например [2])

$$\cos pa = \cos ka + \frac{k_0 - i\gamma}{k} \sin ka , \qquad (4)$$

где

$$k_0 = mV_0 , \quad \alpha = m\gamma .$$

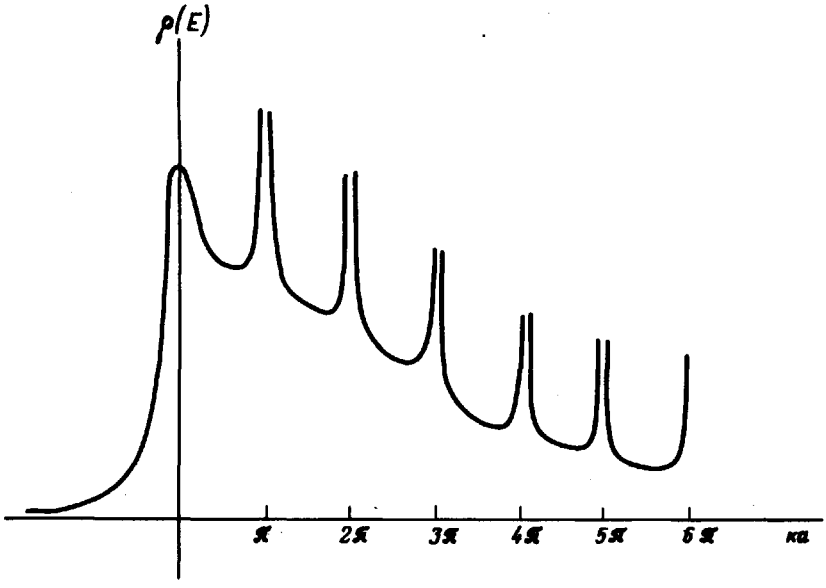
Естественное обобщение формулы для плотности уровней в одномерном случае есть

$$\rho(E) = \frac{1}{\pi} \mathrm{Re} \frac{dp}{dE}, \qquad (5)$$

причем $p = p' + ip''$. Формулу (5) можно получить и прямо воспользовавшись определением $\rho(E)$ через функцию Грина. Комплексное уравнение для величины p (4) имеет решение при любых значениях k. Тем самым мы получаем первый результат – плотность уровней всегда отлична от нуля. Особыми точками для плотности уровней являются значения $k = k_n = n\pi/a$, когда в (4) исчезает член с $i\alpha$. Элементарное вычисление приводит к тому, что ($|k - k_n| << k_n$)

$$\rho(E) = \frac{mA_\pm}{2\pi k_n \sqrt{|k - k_n|}}, \qquad A_\pm = \left[\frac{\sqrt{k_0^2 + \alpha^2} \mp k_0}{k_n a}\right]^{1/2}, \qquad (6)$$

а знаки ($\pm$) определяются знаком $k - k_n$. Общий вид зависимости $\rho(E)$ показан схематически на рисунке (для $k_0 > 0$).



К сожалению, трудно сказать насколько полученный результат чувствителен к изменению модели.

В заключение приношу благодарность А.М.Дыхне, обратившему мое внимание на модель Ллойда [1].

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
16 января 1973 г.

Литература

[1] I.C.Lloyd. Solid St. Phys., 2, 10, 1969.

[2] Ч.Киттель. Введение в физику твердого тела М., ФМЛ, 1963.