Письма в ЖЭТФ, том 39, вып. 5, стр. 191 – 192 *10 марта 1984 г.*

УДАРНАЯ ВОЛНА РАЗРЕЖЕНИЯ В СИСТЕМЕ С ОБРАЩЕННЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

М.Б.Исиченко, К.В.Чукбар

Рассмотрено формирование равновесной конфигурации при продольном сжатии сгустка идеально проводящей плазмы в системе с обращенным полем. Показано, что вследствие неодномерности задачи образующаяся ударная волна может быть волной разрежения.

Одним из вопросов, возникающих при исследовании систем с обращенным магнитным полем (см., например, обзор [1]), является релаксация начальной плазменной конфигурации к равновесной. В настоящей работе эта релаксация исследуется на примере простой двумерной модели.

Рассмотрим систему, в которой вытянутый лентообразный сгусток идеально проводящей плазмы расположен посередине между двумя идеально проводящими стенками (см. рис.1). В такой конфигурации поперечное равновесие (вдоль оси Oy) устанавливается быстрее продольного, т. е. условие равенства давлений плазмы и магнитного поля $p = H^2/8\pi$, справедливое на бо́льшей части поверхности сгустка, оказывается нарушенным вблизи его торцов, причем если толщина плазмы $2h << 2d$, где $2d$ — зазор между пластинами, то на торцах $H^2/8\pi >> p$. Магнитные силовые линии, сокращаясь, сжимают плазму в продольном направлении, что сопровождается ее поперечным расширением до равновесной толщины ($h_2 = d/2$, см. ниже), как это показано на рис. 2. Такое утолщение движется вдоль плазмы со скоростью, превышающей скорость распространения малых возмущений, имея, таким образом, характер ударной волны, аналогичной бору на поверхности жидкости [2].

Состояние плазмы за фронтом можно найти стандартным методом из законов сохранения. Действительно, переходя в систему отсчета, связанную с фронтом волны, и интегрируя МГД-уравнения сохранения массы, импульса и энергии (см., например, [3]) по объему $abcd$, отмеченному на рис. 2, можно получить следующую систему:

$$\rho_1 v_1 h_1 = \rho_2 v_2 h_2 \quad ,$$
$$(\rho_1 v_1^2 + p_1) h_1 - \frac{H_1^2}{8\pi}(d - h_1) = (\rho_2 v_2^2 + p_2) h_2 - \frac{H_2^2}{8\pi}(d - h_2), \tag{1}$$
$$\left(\frac{\rho_1 v_1^2}{2} + \frac{\gamma p_1}{\gamma - 1}\right) v_1 h_1 = \left(\frac{\rho_2 v_2^2}{2} + \frac{\gamma p_2}{\gamma - 1}\right) v_2 h_2$$

(здесь v – скорость течения плазмы, ρ – плотность, γ – показатель адиабаты, индексы 1 и 2 относятся к состояниям перед и за фронтом соответственно), из которой при учете равенства $p = H^2/8\pi$ следует уравнение ударной адиабаты

$$\frac{\rho_2 h_2}{\rho_1 h_1} = \frac{(2h_1 - d)p_1 + (2h_2/(\gamma - 1) + d)p_2}{(2h_1/(\gamma - 1) + d)p_1 + (2h_2 - d)p_2} \quad , \tag{2}$$

причем в силу сохранения магнитного потока $\Phi = H(d - h)$, заключенного между идеально проводящими плазмой и стенками, $p_2 = p_1 (d - h_1)^2/(d - h_2)^2$. Скорости течения плазмы, найденные из (1), удовлетворяют необходимым соотношениям $v_1 > c_1$, $v_2 < c_2$ (c – скорость распространения малых возмущений: $v_1, v_2 \to c$ при $h_2 - h_1 \to 0$).

Формально в уравнение (2) можно поставить любое значение h_2, однако, если учесть то обстоятельство, что за фронтом ударной волны плазма должна находиться не только в поперечном, но и в продольном равновесии, то величина h_2 становится вполне определенной.

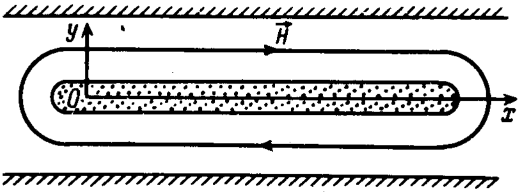

Рис.1.

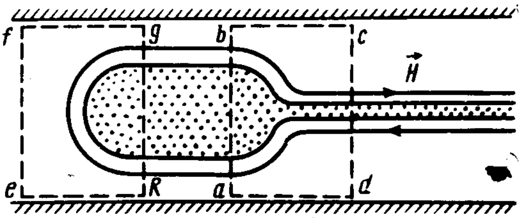

Рис.2.

Действительно, интегрируя уравнение сохранения импульса в системе отсчета с $v_2 = 0$ по объему *efgh*, отмеченному на рис. 2, и используя тот факт, что при смещении границы *ef* влево $H \to 0$, получим:

$$p_2 h_2 - \frac{H_2^2}{8\pi}(d - h_2) = 0,$$

откуда $h_2 = d/2$. Это же соотношение следует из того обстоятельства, что энергия в системе черпается из магнитного поля.

В случае ударной волны большой интенсивности $(h_2 \gg h_1)$ $p_2 = 4p_1$, и (2) можно переписать в виде

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{2h_1}{d}\,\frac{3\gamma + 1}{\gamma - 1}. \qquad (3)$$

Если отношение $2h_1/d$ достаточно мало, то распространение ударной волны сопровождается разрежением плазмы (погонная плотность ρh и температура при этом все же возрастают).

Структуру фронта рассмотренной ударной волны можно найти в аналитическом виде только в приближении малой интенсивности. В линейном приближении на поверхности плазменного слоя в отсутствие диссипации могут распространяться колебания двух типов с дисперсионным соотношением

$$\omega^2 = \frac{2p}{\rho}\kappa k \,\mathrm{cth}\,\kappa h\,[\mathrm{th}\,k(d-h)]^{\nu}, \quad \kappa^2 = k^2 - \omega^2\frac{\rho}{\gamma p}, \qquad (4)$$

где $\nu = -1$ для антисимметричной (относительно оси Ox) моды, не меняющей объем плазмы, и $\nu = +1$ для симметричной моды, соответствующей рассматриваемой волне. Скорость распространения длинных волн $(kh,\ k(d-h) \ll 1)$ симметричной моды

$$c^2 = \gamma\frac{p}{\rho}\,\frac{2h}{(2-\gamma)h + \gamma d}$$

совпадает со скоростью ударной волны (1) при $h_2 - h_1 \to 0$. Для нелинейных диспергирующих волн малой амплитуды учет вязкости приводит к обычной осциллирующей (при достаточно малой вязкости) структуре фронта [2]. В более важном случае сильной ударной волны структура фронта аналитически не описывается; можно лишь утверждать, что если стационарная структура существует, то она определяется не только длиной свободного пробега частиц в плазме, но и характерным поперечным размером d системы.

Таким образом, показано, что в системе с обращенным магнитным полем магнитная гидродинамика идеально скинированной плазмы допускает распространение своеобразных ударных волн разрежения, через которые начальная плазменная конфигурация релаксирует к равновесной.

Авторы благодарны Л.И.Рудакову за постановку задачи.

Литература

1. *Finn J.M., Sudan R.N.* Nucl., Fusion, 982, 22, 1443.
2. *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.
3. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982, §70.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
24 ноября 1983 г.