

П И С Ь М А
В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ
ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД

ТОМ 61, ВЫПУСК 1
10 ЯНВАРЯ, 1995

Письма в ЖЭТФ, том 61, вып.1, стр.3 - 8

© 1995г. 10 января

**ВЕКТОРНАЯ ЧАСТИЦА В МОДЕЛИ ИНСТАНТОННОГО
ВАКУУМА**

С.В.Есайбемян, С.Н.Тамарян

Ереванский физический институт

375036 Ереван, Армения

Поступила в редакцию 18 ноября 1994 г.

Показано, что в инстантонной "жидкости" существует механизм передачи импульса между кварками через эту среду. Это взаимодействие позволяет описать низкоэнергетические характеристики ρ -мезона (m_ρ, f_ρ), оставаясь в рамках приближения, учитывающего только вклад нулевых мод.

Хорошо известно, что крупномасштабные инстантонные флуктуации вакуума могут быть ответственны за описание механизма спонтанного нарушения киральной инвариантности (СНКИ) [1-8]. В основе объяснения этого явления лежала идея, что смешивание и делокализация нулевых инстантонных I и антиинстантонных \bar{I} мод может привести к СНКИ. Была получена модель вакуум - $I\bar{I}$ разряженная "жидкость". Однако развитый в этих работах подход не учитывал того основного факта, что кварки находятся в непрерывной среде и, как следствие этого, с необходимостью обмениваются импульсом.

Физическая картина была такова: среда рассматривалась как дискретная совокупность инстантон-антиинстантонных пар и лишь на конечном этапе расчетов осуществлялся переход к непрерывному пределу. Это было правильным при распространении кварка в инстантонном вакууме, так как эффекты "тор-мощения" от воздействия среды, вследствие чего возникает эффективная масса кварка $M(\rho)$, не зависят от порядка перехода к термодинамическому пределу ($N \rightarrow \infty, V \rightarrow \infty, N/V = \text{const}, N$ - число псевдочастиц, V - 4-объем). Этот же подход применим при описании голдстоуновской моды (пиона), где основную роль играет взаимодействие кварков с вакуумом и обмен импульсом между кварками не играет существенной роли.

Очевидно, что при рассмотрении других (не голдстоуновских) мод, например, векторных частиц, непрерывность среды играет определяющую роль,

поскольку именно через эту непрерывную среду кварки обмениваются импульсом и могут образовать связанное состояние. Проблема корректного учета обоих эффектов, а именно, взаимодействия кварка с крупномасштабными инстантонными флуктуациями вакуума и взаимодействия кварков между собой, может быть разрешена посредством усреднения полного квантового хромодинамического (КХД) Лагранжиана в статистическом ансамбле псевдочастиц, а не отдельных корреляторов, как это было сделано в предыдущих работах [3-5, 8]. Эта задача частично была разрешена в нашей предыдущей работе [9].

В этой статье мы хотели бы продемонстрировать, что эффективное действие, возникающее при такой процедуре усреднения, приводит к правильному описанию низколежащего связанного состояния в векторном канале (ρ -мезона).

Модифицированная статистическая сумма КХД в евклидовом пространстве имеет вид

$$Z = \int D\psi D\psi^+ D\chi D\chi^+ \exp \left[-S_0 + N_+ \ln \frac{1}{V} \int d^4z K_+ + N_- \ln \frac{1}{V} \int d^4z K_- \right], \quad (1)$$

$$S_0 = - \int [\psi^+ i\hat{\partial}\psi + \chi^+ i\hat{\partial}\chi] d^4x,$$

$$K_+ = \frac{1 + \frac{i}{mN_c}(\psi_L^+ \psi_L)(z)}{1 + \frac{1}{mN_c}(\chi_L^+ \chi_L)(z)} + \frac{\frac{i^2}{m^2 N_c^2}(\psi_L^+ \chi_L)(z)x(\chi_L^+ \psi_L)(z)}{\left(1 + \frac{1}{mN_c}(\chi_L^+ \chi_L)(z)\right)^2}, \quad (2)$$

$K_- = K_+(L \rightarrow R)$, $N_{+(-)}$ - число инстантонов (антиинстантонов), бозонные поля со спином 1/2, χ, χ^+ в (1) фактически новые переменные, в которые трансформировались коллективные переменные, при усреднении в статистическом ансамбле псевдочастиц; скобки означают

$$(A_i^{a+} B_j^b)(z) \equiv \int A_i^{a+}(k) B_j^b(q) \exp[iz(k-q)] a(k) a(q) \frac{d^4k d^4q}{(2\pi)^8},$$

$a(k) = |k| \Phi(k)$, $\Phi(k)$ связано с фурье-образом нулевых мод и имеет следующий асимптотический режим [3]:

$$\phi(k) = \begin{cases} -2\pi\rho/|k|, & k\rho \ll 1 \\ -12\pi/k^4\rho^2, & k\rho \gg 1 \end{cases} \quad (3)$$

Как было показано в [9], действие содержит эффективную массу $M(p) \sim (N_c)^0$:

$$M(p) = \frac{N\epsilon}{2VN} a^2(p), \quad (4)$$

где ϵ определяется условием самосогласования [3, 9]:

$$1 = \frac{4VN_c}{N} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{M^2(p)}{p^2 + M^2(p)}, \quad (5)$$

$\epsilon \simeq (85 \text{ МэВ}^{-1})$ [3].

Среднее значение $(\chi_L^+ \chi_L)(0)$ определяется соотношением [9]

$$\left\langle \left(1 - \frac{(\chi_L^+ \chi_L)}{mN_c} \right)^{-1} \right\rangle = m\epsilon. \quad (6)$$

Дальнейшая процедура выделения потенциала взаимодействия отлична от [9], является более традиционной (см., например, [10]) и заключается в следующем: перейдем к новым полям χ'^+, χ' , имеющим нулевое вакуумное среднее:

$$\chi_{Li}^{a+} \chi_{Lj}^b = \chi_{Li}^{'+} \chi_{Lj}^{'b} + \frac{1}{4N_c} \langle \chi_L^+ \chi_L \rangle > \delta_{ab} \delta_{ij}.$$

Пренебрегая зависимостью от z в знаменателях (2) [9], разлагая \ln в ведущем по $1/N_c$ приближении, используя (6) в киральном пределе $m \rightarrow 0$, окончательно получаем для эффективного действия в инстантонной среде:

$$S = \int \left[\psi^+ [\hat{k} - iM(k)] \psi + \chi^+ k \chi \right] \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} +$$

$$+ 2i \frac{V}{N} \int \left[(\psi_L^+(k) \psi_L(q)) (\chi_L^+(p) \chi_L(l)) - (\psi_L^+(k) \chi_L(q)) (\chi_L^+(p) \psi_L(l)) \right] \times$$

$$\times [M(k)M(q)M(p)M(l)]^{1/2} \delta^4(k+p-q-l) \frac{d^4 k d^4 p d^4 q d^4 l}{(2\pi)^{12}} + (L \rightarrow R). \quad (7)$$

В (7) мы опустили штрих у полей χ, χ^+ . Удержание потенциала $\sim 1/N_c$ (напомним, что $N \sim N_c$) оправдано тем, что он приводит к результатам $\sim N_c$ для корреляторов бесцветных токов (подавление $1/N_c$ компенсируется степенями N_c от фермион-духовых петель).

Два разных члена в потенциале (7) имеют разную физическую природу. Первый член, в котором кварковые и духовые поля отфакторизованы, описывает взаимодействие с крупномасштабными флуктуациями вакуума и похож на "продольные силы" сопротивления Стокса, возникающие в жидкости (см., например [11]). Можно показать, что именно эти силы ответственны за возникновение голдстоуновской моды - пиона (результаты расчета совпадают с [3]). Второй, нефакторизованный член, позволяет описать передачу импульса между кварками и, как следствие, ответствен за возникновение связанного состояния. По своей природе он напоминает "поперечные силы" трения, возникающие в вязкой жидкости при движении двух твердых тел [11].

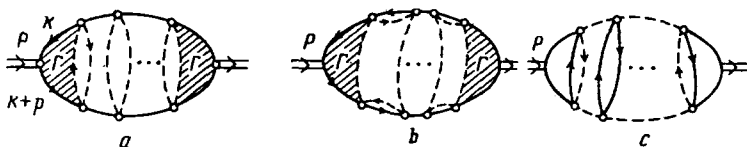


Рис.1.

На рис.1 показан тип диаграмм, возникающий при учете поперечных передач, дающих вклад в корреляционную функцию в векторном канале ("продольные силы" подавлены как $1/N_c$). Нашей целью, однако, является выделение одномезонных состояний; поэтому, если поставить условия, чтобы разрезание любой диаграммы содержало бы только два кварка, а духовые концы не должны образовывать белую подсистему, то есть вспомнить правило планарность диаграмм плюс минимальное число кварковых петель при $N_c \rightarrow \infty$, носящее общий характер [12], то весь класс диаграмм типа рис.1c может быть отброшен, что фактически соответствует пренебрежению вклада континуума в коррелятор.

Таким образом, связанная часть коррелятора определяется диаграммами рис.1а, б, которые можно стандартным образом отсуммировать с использованием уравнения Фредгольма. $\Pi_{\mu\nu}(P)$ имеет следующий вид:

$$\Pi_{\mu\nu}(P) = - \int \frac{d^4 k_1 d^4 k_2}{(2\pi)^4} \delta(k_1 - k_2 + P) j_\mu(k_1) j_\nu(k_2) e^{-S} = 2N_c \lambda \int \Gamma_\mu(u, P) \times \\ \times \Gamma_\nu^+(u, P) \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} + 2N_c \lambda^2 \int \Gamma_\mu(u, P) R(u, v) \Gamma_\nu^+(v, P) \frac{d^4 u d^4 v}{(2\pi)^8}, \quad (8)$$

где $\lambda = 4V^2 N_c / N^2$; вершина Γ_μ определена на рис. (штриховка):

$$\Gamma_{\mu\pm}(u, P) = \int \text{Sp} \left(\frac{\hat{k} + iM}{k^2 + M^2} \gamma_\mu \frac{\hat{k} + \hat{P} + iM}{(k+P)^2 + M^2} \frac{1 \mp \gamma_5}{2} \frac{\hat{u} + \hat{k}}{(u+k)^2} \frac{1 \pm \gamma_5}{2} \right) \times \\ \times \sqrt{M(k)M(k+P)M(u+k)} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4}, \quad \Gamma_{\mu+} = \Gamma_{\mu-} = \Gamma_\mu,$$

$R(u, v)$ - функция, удовлетворяющая уравнению Фредгольма:

$$R(u, v) = S(u, v) + \lambda \int S(u, k) R(k, v) \frac{d^4 k}{(2\pi)^4}, \quad (9)$$

где ядро $S(u, v)$ изображено на рис.2:

$$S_1 \simeq \int \text{Sp} \left(\frac{\hat{k}}{k^2 + M^2} \frac{1 \pm \gamma_5}{2} \frac{\hat{u} + \hat{k}}{(u+k)^2} \frac{1 \mp \gamma_5}{2} \frac{\hat{k} + \hat{P}}{(k+P)^2 + M^2} \frac{1 \pm \gamma_5}{2} \frac{\hat{v} + \hat{k}}{(v+k)^2} \frac{1 \mp \gamma_5}{2} \right) \times \\ \times M(k)M(k+P)M(u+k)M(v+k) \frac{d^4 k}{(2\pi)^4}, \\ S_2 \simeq N_c \left(\int M(k)M(u+k) \text{Sp} \frac{\hat{k}}{k^2 + M^2} \frac{1 \pm \gamma_5}{2} \frac{\hat{u} + \hat{k}}{(u+k)^2} \frac{1 \mp \gamma_5}{2} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \right)^2. \quad (10)$$

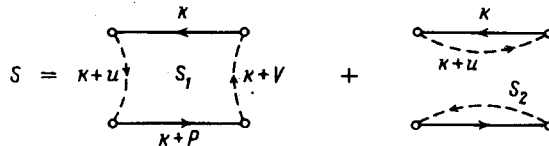


Рис.2.

Мы ведем расчет в ведущем приближении по упаковочному параметру среды ρ/R , R - среднее расстояние между псевдочастицами $\rho/R \approx 1/3$ [2]. В этом приближении $\rho M \ll 1$, $\rho u \ll 1$ и $\rho v \ll 1$. Поскольку $M(k)$ - быстро падающая функция (см. (3)) при больших k , мы заменим в S_1 $M(k_i) \rightarrow M(0)$ и введем обрезание на верхнем пределе интегрирования $k \leq 1/\rho$ [3].

При внешнем импульсе частицы $P \rightarrow 0$ получаем

$$S(u-v)_{P \rightarrow 0} = \frac{M^4(0)}{8\pi^2} \ln[\rho^2(u-v)^2] + \frac{1}{\lambda} (2\pi)^4 \delta^4(u-v),$$

$$\Gamma_\nu(u, P)_{P \rightarrow 0} = \frac{M^2(0)}{16\pi^2} \left[(2u_\nu - P_\nu) \ln(\rho^2 u^2 + \rho^2 M^2) + \frac{2}{3} P_\nu \frac{Pu}{u^2} \ln \frac{M^2}{u^2 + M^2} \right]. \quad (11)$$

Поскольку ядро S является функцией от разности $(u - v)$, уравнение (9) разрешается фурье-преобразованием

$$R(x) = P \frac{S(x)}{1 - \lambda S(x)},$$

где P – главное значение,

$$\Pi_{\mu\nu}(P) = 2N_c \lambda \int \Gamma_\mu(P, x) \Gamma_\nu^+(P, x) d^4x + 2N_c \lambda^2 P \int \Gamma_\mu(P, x) R(x, P) \Gamma_\nu^+(x, P) d^4x.$$

Используя (11), найдем для коррелятора в векторном канале при $P \rightarrow 0$ следующее выражение:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}(P) &= 2N_c \lambda P \int \frac{\Gamma_\mu(P, x) \Gamma_\nu^+(P, x)}{1 - \lambda S(x)} d^4x = -2N_c P \int \frac{\Gamma_\mu(P, x) \Gamma_\nu^+(P, x)}{S_1(x)} d^4x = \\ &= -\frac{N_c}{16\rho^2 \pi^2} \left[-I \delta_{\mu\nu} + P_\mu P_\nu \left[\frac{8}{3} \rho^2 (\ln \rho^2 M^2)^2 \right] \right], \quad (12) \\ I &= P \int_0^\infty \frac{z J_2^2(z) dz}{(2J_0(z) + z J_1(z) - 2)} = -5, 5. \end{aligned}$$

Здесь $J_i(z)$ – бесселевы функции первого рода. Вычисление интеграла проведено на ЭВМ.

Коррелятор в векторном канале, вообще говоря, поперечен. Мы, однако, пренебрегли вкладом континуума, оставив вклад только низколежащих связанных состояний.

Можно также показать [10, т.1, стр.247], что в пределе $P \rightarrow 0$ (соответствующему $x \rightarrow \infty$) доминирующий вклад в представление Челлена–Лемана определяется одночастичными состояниями, и коррелятор в нашем случае (в евклидовом пространстве) имеет следующий вид [13]:

$$\Pi_{\mu\nu}(P) = - \sum \left(\delta_{\mu\nu} + \frac{P_\mu P_\nu}{m_i^2} \right) f_i^2. \quad (13)$$

Мы определим матричный элемент тока следующим образом: $\langle 0 | \bar{d} \gamma_\mu u \rho \rangle = \epsilon_\mu^\lambda f_\rho m_\rho$; $f_\rho \text{exp} = 200 \text{ МэВ}$, ϵ_μ – вектор поляризации ρ -мезона. Если далее учесть малость (f_i) для возбужденных ($\rho \dots$) состояний [14], то окончательно можно записать

$$\Pi_{\mu\nu}(P) = - \left(\delta_{\mu\nu} + \frac{P_\mu P_\nu}{m_\rho^2} \right) f_\rho^2. \quad (14)$$

Сравнивая (12) и (14), находим

$$f_\rho^2 = \frac{5, 5 N_c}{16\rho^2 \pi^2}, \quad m_\rho^2 = \frac{3 \cdot 5, 5}{8\rho^2 (\ln \rho^2 M^2)^2}, \quad (15)$$

то есть и константа f_ρ и m_ρ определяются величинами, обратно пропорциональным средним размерам непертурбативной флуктуации ($1/\rho = 600 \text{ МэВ}$),

и численно находятся в хорошем согласии с экспериментом: $f_p = 193 \text{ МэВ}$, $m_p = 797 \text{ МэВ}$. Надо учесть, однако, что сделанные предположения дают ошибку в оценках порядка 30%. Мы не хотели бы поэтому подчеркивать исключительное численное согласие с экспериментальными данными, а еще раз отметить, что полученное эффективное действие (7) позволяет описать физически наблюдаемые частицы, причем векторный канал описывается на той же основе, что и псевдоскалярный октет. Фактически наш подход отличается от ранее рассмотренных [3, 7] тем, что мы учли перенос импульса вследствие "вязкости" инстантонной "жидкости". Векторный канал в нашем подходе имеет ненулевой вклад из-за эффектов перманентного рассеяния в сплошной среде. Поскольку наши переносчики взаимодействия, ни что иное, как совокупность непертурбативных глюонов, это взаимодействие имеет характер притяжения. Благодаря этому притяжению и оказалось возможным образование связанных состояний.

Авторы благодарны И.Г.Азнаурян, Г.В.Григоряну, А.Г.Седракияну за полезные обсуждения.

Исследование, проведенное в данной работе, было частично поддержано Международным научным фондом грант NRYE000, а также INTAS-93-1630, INTAS-93-283.

-
1. E.V.Shuryak, Nucl. Phys. **B203**, 93 (1982).
 2. D.U.Dyakonov and V.Yu.Petrov, Nucl. Phys. **B245**, 259 (1984).
 3. D.U.Dyakonov and V.Yu.Petrov, Nucl. Phys. **B271**, 457 (1986).
 4. E.V.Shuryak, Nucl. Phys. **B302**, 589 (1989).
 5. M.A.Nowak, J.J.M.Verbaarschot, and I.Zahed, Nucl. Phys. **B324**, 1 (1989).
 6. Ю.А.Симонов, ЯФ **53**, 1039 (1991).
 7. E.V.Shuryak, Rev. of Modern Phys. **65**, 1 (1993).
 8. С.В.Есайбегян, С.Н.Тамарян, ЯФ **49**, 815 (1989).
 9. С.В.Есайбегян, С.Н.Тамарян, ЯФ **55**, 2193 (1992).
 10. К.Ициксон, Ж.-Б.Зюбер, Квантовая теория поля, М.: Мир, 1984. (C.Itzykson and J-B Zuber, Quantum field theory Mc Graw-Hill book company).
 11. Дж.Хэппель, Р.Бреккер, Гидродинамика при малых числах Рейнольдса, М.: Мир, 1976. (Low Reynolds number hydrodynamics, J. Happel H.Brenner, Printice-hall 1965).
 12. V.A.Novikov, M.A.Shifman, A.I.Vainstein and all, Nucl. Phys. **B191**, 301 (1981), препринт ИТЭФ, 87, Москва, 1980.
 13. N.M.Kroll, T.D.Lee, and B.Zumino, Phys. Rev. **157**, 1376 (1967).
 14. S.Godfrey and N.Isgur, Phys. Rev. **D32**, 189 (1985).