РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

П И С Ь М А
В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ *ТОМ 61, ВЫПУСК 5*
ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД *10 МАРТА, 1995*

Письма в ЖЭТФ, том 61, вып.5, стр.337 - 341 © 1995г. 10 марта

ЭВОЛЮЦИЯ ПУЗЫРЯ В ТЕОРИИ С ВЫРОЖДЕННЫМ ВАКУУМОМ В ПРОСТРАНСТВАХ ФРИДМАНА И ДЕ СИТТЕРА

Т.И.Белова[1]*, Н.А.Воронов*

Институт теоретической и экспериментальной физики

117259 Москва, Россия

Поступила в редакцию 31 января 1995 г.

Получены уравнения, описывающие эволюцию радиуса пузыря в теории с вырожденным вакуумом во внешних гравитационных полях Фридмана и де Ситтера. Показано, что в пространстве де Ситтера пузырь не схлопывается.

Свойства пузырей, которые впервые были определены для теории с вырожденным вакуумом [1] с лагранжианом

$$\mathcal{L}(\phi) = 1/2(\partial\phi)^2 - \lambda^2(\phi^2 - \eta^2)^2 \tag{1}$$

(здесь λ и η – постоянные) и которые затем рассматривались в теории с метастабильным вакуумом [2], были достаточно подробно исследованы в работах [3] для лагранжиана (1). В ряде статей [4] рассматривалось влияние собственного гравитационного поля на динамику пузырей. К вопросу о влиянии гравитации на эволюцию пузырей можно подойти с другой точки зрения. Вполне можно себе представить ситуацию, когда влиянием собственного гравитационного поля пузыря можно пренебречь на фоне мощного внешнего поля.

В этой статье мы рассмотрим поведение пузыря в теории, описываемой лагранжианом (1), на фоне внешней метрики: а) в расширяющемся пространстве Фридмана [5] (космологическая постоянная $\Lambda = 0$, давление материи $\rho = 0$):

$$ds^2 = a^2(\eta)\{d\eta^2 - d\chi^2 - \mathrm{sh}^2\chi(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)\}, \tag{2}$$

где $a(\eta) = a_0(\mathrm{ch}\eta - 1)$, и б) в пространстве де Ситтера [6][2] ($\Lambda = 3H^2$, где H – постоянная Хаббла):

[1] e-mail:belova@vxitep.itep.ru

[2] Существует большое число работ, в которых изучается поведение физических полей на фоне метрики де Ситтера – как вакуума (см., например, [7] и ссылки там).

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)[dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)], \tag{3}$$

где $a(t) = a_0 \exp(Ht)$. Действие для скалярного поля (1) ($\lambda = 1/\sqrt{2}$, $\eta = 1$) с минимальной связью в гравитационном поле имеет стандартный вид:

$$S = \int dx \sqrt{-g}[g^{ik}\phi_{,i}\phi_{,k} - (\phi^2 - 1)^2], \tag{4}$$

откуда для уравнения движения скалярного поля в метриках (2) и (3) мы получаем следующие выражения:

$$\phi_{\eta\eta} + 2a_\eta a^{-1}\phi_\eta - \phi_{\chi\chi} - 2\mathrm{ch}\chi/\mathrm{sh}\chi\phi_\chi + 2a^2(\eta)\phi(\phi^2 - 1) = 0, \tag{5}$$

причем начальные условия мы выбираем в виде: $\phi(\eta_0) = \mathrm{th}[a(\eta_0)(\chi - \chi_0)]$; $\phi_\eta(\eta_0) = 0$, они соответствуют при больших χ_0 покоящемуся в начальный момент времени η_0 пузырю. Аналогичное уравнение в пространстве де Ситтера (3) имеет вид:

$$\phi_{tt} + 3a_t a^{-1}\phi_t - 2r^{-1}a^{-2}\phi_r - a^{-2}\phi_{rr} + 2\phi(\phi^2 - 1) = 0 \tag{6}$$

с начальными условиями $\phi(t_0) = \mathrm{th}[a(t_0)(r - r_0)]$, $\phi_t(t_0) = 0$.

Уравнение, описывающее эволюцию радиуса пузыря, было получено двумя способами: первый - методом "свернутого действия", который впервые был предложен в работе [2]. Следуя этой методике можно получить действие для радиуса пузыря в пространстве Фридмана из выражения (4):

$$S = \int d\eta a^3(\eta)\mathrm{sh}^2\chi\sqrt{1 - \chi_\eta^2} \tag{7}$$

и соответствующее уравнение движения:

$$\chi_{\eta\eta} + 2\mathrm{ch}\chi/\mathrm{sh}\chi(1 - \chi_\eta^2) + 3a_\eta/a\chi_\eta(1 - \chi_\eta^2) = 0 \tag{8}$$

(здесь $\chi(\eta)$ - радиус пузыря). Аналогично для пространства де Ситтера (3):

$$S = \int dt a^2(t)R^2\sqrt{1 - a^2\dot{R}^2} \tag{9}$$

и

$$\ddot{R} + 2a^{-2}R^{-1}(1 - a^2\dot{R}^2) + 3\dot{a}a^{-1}\dot{R}(1 - a^2\dot{R}^2) + \dot{a}a^{-1}\dot{R} = 0, \tag{10}$$

где $R = R(t)$ - радиус пузыря.

Вторым способом можно получить уравнение движения для радиуса пузыря непосредственно из уравнений движения (5) и (6). Эта методика для плоского пространства была разработана в работе [8]. Опишем кратко эту процедуру применительно к искривленным пространствам (2) и (3). Будем искать решение следующего уравнения:

$$1/\sqrt{-g}(\sqrt{-g}g^{ik}\phi_i)_k + 2\phi(\phi^2 - 1) = 0$$

в виде $\phi = \mathrm{th}\alpha$, где α - новая переменная. При переходе к пределу бесконечно тонкой стенки это точное уравнение распадается на два:

$$g^{ik}\alpha_i\alpha_k + 1 = \alpha^2 f,$$

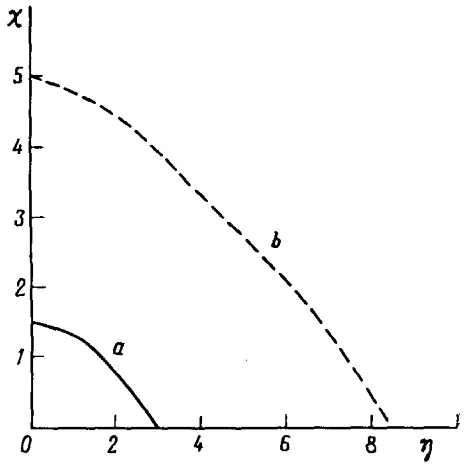

Рис.1. Зависимость радиуса пузыря χ от конформного времени η при начальных условиях: a – $\chi(0) = 1,5$; b – $\chi(0) = 5,0$ – для метрики Фридмана

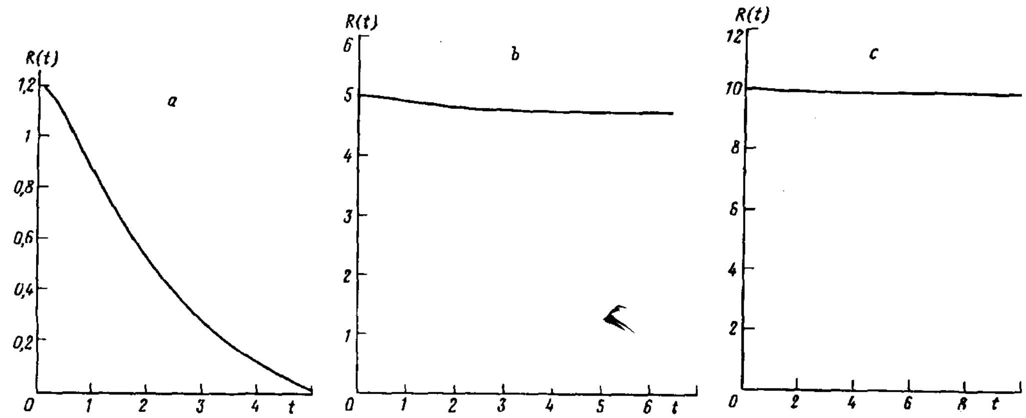

Рис.2. Зависимость радиуса пузыря R от времени t при начальных условиях: a – $R_0 = 1,2$ (схлопывание); b – $R_0 = 5,0$; c – $R_0 = 10$ – для метрики де Ситтера; $H = 0,5$

$$1/\sqrt{-g}(\sqrt{-g}g^{ik}\alpha_i)_k = \alpha f, \tag{11}$$

где f – некоторая функция, которая, однако, не влияет на вид уравнения движения радиуса пузыря. Дальнейшие вычисления зависят от конкретного вида фоновых метрик. Для пространства (2) мы вводим параметризацию, которая разрешает первое из уравнений (11):

$$\alpha_\chi = a(1 - \alpha^2 f)^{1/2}(1 - v^2)^{-1/2},$$
$$\alpha_\eta = -va(1 - \alpha^2 f)^{1/2}(1 - v^2)^{-1/2} \ . \tag{12}$$

Функция v есть скорость движения поверхности $\alpha = \text{const}$: $v = -\alpha_\eta/\alpha_\chi$. Для радиуса поверхности $\alpha = 0$, который и является радиусом пузыря, из второй формулы (11) мы получаем уравнение для радиуса, которое совпадает с выражением (8). Данная методика позволяет, кроме уравнения (8), извлечь дополнительную информацию о поведении пузыря благодаря условию интегрируемости $\alpha_{\eta\chi} = \alpha_{\chi\eta}$. Аналогичное построение можно провести для пространства де Ситтера:

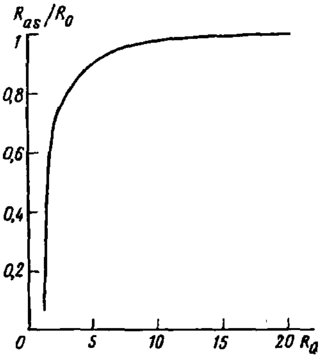

Рис.3. Зависимость асимптотического при $t \to \infty$ значения радиуса пузыря от его начального для метрики де Ситтера; $H = 0,5$

$$\alpha_r = a(1-\alpha^2 f)^{1/2}(1-v^2a^2)^{-1/2},$$
$$\alpha_t = -va(1-\alpha^2 f)^{1/2}(1-v^2a^2)^{-1/2} \quad . \tag{13}$$

Получающееся в результате уравнение для радиуса пузыря R (поверхность $\alpha = 0$) совпадает с выражением (10).

Уравнения (8) и (10) решались численно методом Рунге–Кутта при начальных значениях, соответствующих покоящемуся в начальный момент t_0 пузырю: $\chi(0) = R_0$ и $\dot{\chi}(0) = 0$. На рис.1 приведены результаты численных расчетов для уравнения (8). Для любых начальных R_0 пузырь схлопывается. Более сложное поведение наблюдается для уравнения (10). При $R_0 < R_{cr} \approx 1,22$ пузырь успевает схлопнуться. Для начальных же радиусов R_0, больших критического радиуса R_{cr}, пузырь не схлопывается (см. рис.2). После первоначального небольшого сжатия он затем постепенно выходит на постоянное асимптотическое значение R_{as}. На рис.3 приведен график зависимости асимптотического радиуса R_{as} от начального. Таким образом, в области применимости уравнения (10), то есть когда радиус пузыря $R \gg l \sim 1$, где l – ширина стенки, пузырь никогда не схлопывается. Заметим далее, что уравнение (10) имеет точное решение:

$$R = C_0 \pm a_0^{-1} H^{-1} \exp(-Ht)$$

(C_0 – произвольная постоянная), которое, к сожалению, не удовлетворяет начальному условию $\dot{R}(0) = 0$. Для того чтобы получить решение, удовлетворяющее этому условию, функция R должна быть разложена в ряд по степеням $\exp(-2Ht)$:

$$R = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \exp(-2nHt).$$

Вывод о несхлопывании пузыря в пространстве де Ситтера подтверждается численным расчетом для точного уравнения (6), результаты которого (вместе с численными исследованиями уравнения (5)), будут опубликованы позднее.

Выражаем признательность А.С.Горскому, А.Д.Долгову, Л.Б.Окуню и К.Г.Селиванову за полезное обсуждение работы.

1. Я.Б.Зельдович, И.Ю.Кобзарев, Л.Б.Окунь, ЖЭТФ **67**, 3 (1974).
2. М.Б.Волошин, И.Ю.Кобзарев, Л.Б.Окунь, ЯФ **20**, 1229 (1974).

3. Т.И.Белова, Н.А.Воронов, И.Ю.Кобзарев, Н.Б.Конюхова, ЖЭТФ **73**, 1611 (1977); V.G.Makhankov, Phys. Rep. **35**, 1 (1978); V.G.Makhankov, Soliton Phenomenology. Kluver. Dordrecht, 1990; Т.И.Белова, ЯФ **56**, 234 (1993).
4. S.Coleman and F. de Luccia, Phys. Rev. D**21**, 3305 (1980); S.K.Blau, E.I.Guendelman, and A.H.Guth, Phys. Rev. D**35**, 1747 (1987); C.Barrabes, B.Boisseau, and M.Sakellariadon, Phys. Rev. D**49**, 2734 (1994).
5. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Теория поля, М.: Наука, 1973, с.463.
6. А.Д.Долгов, Я.Б.Зельдович, М.В.Сажин, Космология ранней вселенной, М.: ИМГУ, 1988, с.80.
7. A.Starobinsky and J.Yokoyama, Phys. Rev. D**50**, 6357 (1994); B.Basu and A.Vilenkin, Phys. Rev. D**50**, 7150 (1994).
8. I.Yu.Kobsarev and N.A.Voronov, Preprint ITEP-102, M. 1977.