Письма в ЖЭТФ, том 61, вып.5, стр.342 - 345 © 1995г. 10 марта

РЕДЖЕВСКАЯ ТРАЕКТОРИЯ ГЛЮОНА В ДВУХПЕТЛЕВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

В.С.Фадин[1)]

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера
630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 18 января 1995 г.

Реджевская траектория глюона в КХД получена в двухпетлевом приближении. Она извлекается из амплитуды кварк-кваркового рассеяния с глюонными квантовыми числами в t-канале, вычисленной в двухпетлевом приближении при асимптотически больших энергиях $\sqrt{s}$ и фиксированных передачах импульса $\sqrt{-t}$ с логарифмической ($\log s$) точностью.

Пертурбативная квантовая хромодинамика (КХД) имеет ряд замечательных достижений в описании "жестких" процессов, где ее применимость и мощь твердо установлены. Для "полужестких" процессов положение не столь блестящее. Обычно считается, что теория возмущений в КХД может использоваться для вычисления партонных распределений и сечений этих процессов, если характерная виртуальность Q^2 достаточно велика, чтобы обеспечить малость константы связи $\alpha_s(Q^2)$. Но при высокой энергии $\sqrt{s}$ сталкивающихся частиц логарифм отношения $1/x = s/Q^2$ может быть столь большим, что необходимо суммировать члены типа $\alpha_s^n(\ln(1/x))^m$. В главном логарифмическом приближении (ГЛП), означающем здесь суммирование членов с $n = m$, эта задача была решена много лет назад [1]. Теперь результаты ГЛП широко известны и применяются для описания эксперимента. Однако они имеют по крайней мере два серьезных недостатка. Во-первых, ограничения s-канальной унитарности для амплитуд рассеяния не работают в этом приближении, что приводит к нарушению теоремы Фруассара $\sigma_{tot} < c(\ln s)^2$, или, для структурных функций, к их резкому степенному росту в области малых x. Во-вторых, так как зависимость константы связи α_s от виртуальности лежит за пределами точности ГЛП, численные результаты ГЛП можно сильно варьировать изменением масштаба виртуальности, что дает возможность делать разные предсказания, исходя вроде бы из одной теории. Поэтому проблема вычисления поправок к ГЛП (то есть членов с $n = m + 1$) сейчас очень важна.

Для решения этой проблемы ключевым пунктом может быть [2] доказанное в ГЛП [3] свойство неабелевых калибровочных теорий: калибровочные бозоны в этих теориях реджезуются с траекторией

$$j(t) = 1 + \omega(t), \tag{1}$$

где в однопетлевом приближении для калибровочной группы $SU(N)$ ($N = 3$ для КХД)

$$\omega(t) = \omega^{(1)}(t) = \frac{g^2 t}{(2\pi)^{3+\epsilon}} \frac{N}{2} \int \frac{d^{2+\epsilon} k_\perp}{k_\perp^2 (q-k)_\perp^2}. \tag{2}$$

Здесь g – константа связи калибровочной теории, q – передача импульса и $t = q_\perp^2$. Интегрирование проводится по импульсам, перпендикулярным к плоскости

[1)] e-mail:fadin@inp.nsk.su

импульсов начальных частиц, и используется размерностная регуляризация фейнмановских интегралов:

$$\frac{d^2k}{(2\pi)^2} \to \frac{d^{2+\epsilon}k}{(2\pi)^{2+\epsilon}}, \qquad \epsilon = D - 4, \tag{3}$$

где D – размерность пространства-времени ($D = 4$ в физическом мире.)

Задача вычисления поправок к ГЛП может быть сведена к вычислению поправок к ядру уравнения типа Бете–Салпитера для t-канальной парциальной амплитуды с квантовыми числами вакуума [1]. Это ядро выражается через глюонную траекторию и реджеон-реджеон-глюонную вершину. Поправки к вершине в настоящее время вычислены [4, 5], так что вычисление двухпетлевой поправки $\omega^{(2)}(t)$ к глюонной траектории представляется наиболее срочной задачей. Эта поправка может быть извлечена из s-канального скачка $[(\mathcal{A}_8^{(-)})_{AB}^{A'B'}]_s$ амплитуды упругого рассеяния $(\mathcal{A}_8^{(-)})_{AB}^{A'B'}$ (two loop), вычисленного в двухпетлевом приближении с точностью до константы. В самом деле, рассмотрим амплитуду процесса $A + B \to A' + B'$ с глюонными квантовыми числами в t-канале и отрицательной сигнатурой. Она имеет факторизованный вид:

$$(\mathcal{A}_8^{(-)})_{AB}^{A'B'} = \Gamma^c_{A'A}\frac{s}{t}\left[\left(\frac{s}{-t}\right)^{\omega(t)} + \left(\frac{-s}{-t}\right)^{\omega(t)}\right]\Gamma^c_{B'B}, \tag{4}$$

где $\Gamma^c_{A'A}$ – вершины взаимодействия реджезованного глюона с частицами (ЧЧР-вершины). В однопетлевом приближении

$$\Gamma^i_{A'A} = g < A'|T^i|A > (\Gamma^{(0)}_{A'A} + \Gamma^{(1)}_{A'A}), \tag{5}$$

где $< A'|T^i|A >$ – матричный элемент генератора цветовой группы в соответствующем представлении (то есть присоединенном для глюонов и фундаментальном для кварков), $\Gamma^{(0)}_{A'A}$ и $\Gamma^{(1)}_{A'A}$ – борновский и однопетлевой вклады. Используя этот вид, для двухпетлевого вклада в скачок $[(\mathcal{A}_8^{(-)})_{AB}^{A'B'}]_s$ получаем из (4)

$$\begin{aligned}[(\mathcal{A}_8^{(-)})_{AB}^{A'B'}]_s(\text{two loop}) &= -2\pi i g^2 < A'|T^i|A >< B'|T^i|B > \frac{s}{t}\times \\ &\times[\Gamma^{(0)}_{A'A}(\omega^{(1)}(t))^2(\ln\frac{s}{-t})\Gamma^{(0)}_{B'B} + (\Gamma^{(0)}_{A'A}\Gamma^{(1)}_{B'B} + \Gamma^{(1)}_{A'A}\Gamma^{(0)}_{B'B})\omega^{(1)}(t) + \\ &+\Gamma^{(0)}_{A'A}\omega^{(2)}(t)\Gamma^{(0)}_{B'B}]. \end{aligned}\tag{6}$$

Поскольку однопетлевые поправки $\Gamma^{(1)}_{A'A}$ к ЧЧР-вершинам известны [4, 6, 7], единственным неизвестным в правой части (6) является двухпетлевой вклад $\omega^{(2)}(t)$ в глюонную траекторию. Так что этот вклад может быть найден, если мы найдем $[(\mathcal{A}_8^{(-)})_{AB}^{A'B'}]_s$(two loop) с точностью до константы.

По определению траектория не должна зависеть от рассеиваемых частиц, так что мы можем выбрать любой процесс для ее вычисления. Ниже мы приведем результаты вычислений для скачка амплитуды кварк-кваркового рассеяния. Детали вычислений будут даны в другом месте [8]. Для упрощения формул мы будем считать здесь кварки безмассовыми. В этом случае спиральности каждой из сталкивающихся частиц строго сохраняются, так что вершины $\Gamma^c_{A'A}$ имеют определенную спиновую, так же как и цветовую, структуру [1, 7]:

$$\Gamma^i_{Q'Q} = g < Q'|T^i|Q > \delta_{\lambda_{Q'}\lambda_Q}(1 + \Gamma^{(+)}_{QQ}), \tag{7}$$

где $\lambda_{Q'}$, λ_Q – кварковые спиральности и $\Gamma^{(+)}_{QQ}$ – однопетлевая поправка к вершине, вычисленная в [7].

Сохранение спиральностей каждой из частиц позволяет представить s-канальный скачок части $\mathcal{A}_8^{(-)}$ амплитуды с глюонными квантовыми числами в t-канале и отрицательной сигнатурой в следующем виде:

$$[(\mathcal{A}_8^{(-)})_{AB}^{A'B'}]_s = g^2 < A'|T^i|A >< B'|T^i|B > \delta_{\lambda_A\lambda_{A'}}\delta_{\lambda_B\lambda_{B'}} \left(\frac{-2\pi i s}{t}\right)\Delta_s. \tag{8}$$

В двухпетлевом приближении рассматриваемый скачок дается суммой вкладов двухчастичного и трехчастичного промежуточных состояний в s-канале:

$$\Delta_s = \Delta_s^{(2)} + \Delta_s^{(3)}. \tag{9}$$

Для первого вклада получаем

$$\Delta_s^{(2)} = \frac{-2g^4N^2t}{(4\pi)^{D/2}}\frac{\Gamma(2-D/2)\Gamma^2(D/2-1)}{\Gamma(D-3)}\int\frac{d^{(D-2)}q_{1\perp}}{(2\pi)^{(D-1)}}\frac{1}{(q_1-q)_\perp^2(-q_{1\perp}^2)^{3-D/2}}\times$$
$$\times\left[\ln\left(\frac{s}{-q_{1\perp}^2}\right)+c_g+c_q\right], \tag{10}$$

где c_g и c_q – коэффициенты, связанные с глюонным и кварковым вкладами, соответственно:

$$c_g = \psi\left(3-\frac{D}{2}\right)-2\psi\left(\frac{D}{2}-2\right)+\psi(1)+\frac{1}{(D-3)}\left(\frac{1}{4(D-1)}-\frac{2}{D-4}-\frac{7}{4}\right),$$
$$c_q = \frac{1}{N(D-3)}\left[-\frac{n_f(D-2)}{2(D-1)}-\frac{1}{2N}\left(D-4+\frac{D}{D-4}\right)\right]. \tag{11}$$

Здесь $\psi(x)$ – логарифмическая производная гамма-функции:

$$\psi(x) = \Gamma'(x)/\Gamma(x).$$

Вклад $\Delta_s^{(3)}$ удобно разделить на две части:

$$\Delta_s^{(3)} = \Delta_s^{(3a)} + \Delta_s^{(3na)}. \tag{12}$$

Первая из них имеет абелеву природу, и только она выживает в случае абелевой калибровочной группы (в квантовой электродинамике), вторая существенно неабелева. При этом

$$\Delta_s^{(3a)} = \frac{g^4t}{4}\left(\frac{2}{D-4}-\frac{2}{D-3}+\frac{1}{2}\right)\int\frac{d^{(D-2)}q_1d^{(D-2)}q_2}{(2\pi)^{(2D-2)}q_1^2q_2^2}\times$$
$$\times\left[\frac{-q^2}{(q_1-q)^2(q_2-q)^2}+\frac{2}{(q_1+q_2-q)^2}\right] \tag{13}$$

и

$$\Delta_s^{(3na)} = \frac{g^4N^2t}{4}\int\frac{d^{(D-2)}q_1d^{(D-2)}q_2}{(2\pi)^{(2D-2)}q_2^2(q_2-q)^2}[2(\psi(D-3)-\psi(1)+$$
$$+\frac{3}{4(D-3)})\left(\frac{-q^2}{q_1^2(q_1-q)^2}+\frac{2q_2^2}{q_1^2(q_1-q_2)^2}\right)+\frac{q^2\ln(s/-k^2)}{q_1^2(q_1-q)^2}-\frac{2q_2^2\ln(s/-q_1^2)}{q_1^2(q_1-q_2)^2}\Bigg]. \tag{14}$$

Используя приведенные результаты, из уравнения (6) получаем

$$\omega^{(2)}(t) = \frac{g^4 t}{4} \int \frac{d^{(D-2)}q_1 d^{(D-2)}q_2}{(2\pi)^{(2D-2)} q_1^2 q_2^2} \left[\frac{q^2 N^2}{(q_1-q)^2 (q_2-q)^2} \ln\left(\frac{q^2}{(q_1-q_2)^2}\right) + \right.$$

$$+ \frac{2N^2}{(q_1+q_2-q)^2} \ln\left(\frac{q_1^2}{(q_1-q)^2}\right) + \left(\frac{-q^2}{(q_1-q)^2(q_2-q)^2} + \frac{2}{(q_1+q_2-q)^2}\right) \times$$

$$\times \left(N^2 \left(2\psi(D-3) + \psi\left(3-\frac{D}{2}\right) - 2\psi\left(\frac{D}{2}-2\right) - \psi(1) + \right.\right.$$

$$\left.\left.\left. + \frac{1}{(D-3)} \left(\frac{1}{4(D-1)} - \frac{2}{D-4} - \frac{1}{4} \right)\right) - \frac{n_f N(D-2)}{2(D-1)(D-3)} \right)\right]. \qquad (15)$$

Как уже отмечалось, траектория не должна зависеть от рассеиваемых частиц. В приведенном выводе использовалась амплитуда кварк-кваркового рассеяния. Вычисление скачка амплитуды глюон-глюонного рассеяния [9] подтверждает полученный результат.

Автор благодарен Международному фонду Сороса, финансовая поддержка которого (грант RAK000) помогла выполнить данную работу.

---

1. V.S.Fadin, E.A.Kuraev, and L.N.Lipatov, Phys. Lett. **B60**, 50 (1975); Э.А.Кураев, Л.Н.Липатов, В.С.Фадин, ЖЭТФ **71**, 840 (1976); **72**, 377 (1977).
2. Л.Н.Липатов, В.С.Фадин, Письма в ЖЭТФ **49**, 311 (1989); ЯФ **50**, 1141 (1989).
3. Я.Я.Балицкий, Л.Н.Липатов, В.С.Фадин, Материалы XIV Зимней школы ЛИЯФ, 1979, стр.109.
4. V.S.Fadin and L.N.Lipatov, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **29A**, 93 (1992); Nucl.Phys. **B406**, 259 (1993).
5. V.S.Fadin, R.Fiore, and A.Quartarolo, Phys. Rev. **D 50**, 5893 (1994).
6. V.S.Fadin and R.Fiore, Phys. Lett. **B294**, 286 (1992).
7. V.S.Fadin, R.Fiore, and A.Quartarolo, Phys. Rev. **D 50**, 2265 (1994).
8. V.S.Fadin and R.Fiore, to be published.
9. В.С.Фадин, М.И.Коцкий, будет опубликовано.