

МАГНЕТОПЛАЗМЕННЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ ДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

С.А.Михайлов¹⁾

Институт радиотехники и электроники РАН
141120 г.Фрязино, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 4 января 1995 г.

Вычислен спектр магнетоплазмонов, распространяющихся вдоль контакта двух двумерных слоев в сильном магнитном поле. Предполагается, что вблизи границы раздела концентрация электронов плавно меняется на макроскопической длине, а в квантовых магнитных полях при низких температурах может образовываться сложная структура чередующихся полосок сжимаемой и несжимаемой жидкостей. Показано, что спектроскопия пограничных магнетоплазмонов может быть использована для изучения этой структуры.

Плазменные колебания ограниченного двумерного (2D) электронного газа в сильных магнитных полях B обладают уникальными свойствами (см. обзор [1]). При $\omega_c \tau \gg 1$ краевые магнетоплазмоны (КМП) сильно локализованы у края 2D-слоя, имеют бесщелевой закон дисперсии $\omega(q_y)$ и слабо затухают даже при очень низких ($\omega \tau \ll 1$) частотах. Здесь ω_c – циклотронная частота, τ – время релаксации импульса, q_y – волновой вектор КМП, направленный вдоль края системы. В первых теоретических работах по КМП [2–4] использовалась модель резкого края 2D-слоя. В простейшем случае полубесконечного ($z = 0$, $x > 0$) 2D-газа без экранирующих электродов спектр КМП можно записать в виде [3, 4]

$$S = S_0(q_y) = \frac{\omega \bar{\kappa}}{2q_y \sigma_{yx}} = \ln \frac{2}{|q_y l|} + 1, \quad |q_y l| \ll 1, \quad (1)$$

где длина $l = 2\pi \chi_{xx} / \bar{\kappa}$ определяется поляризуемостью $\chi_{xx} = i\sigma_{xx} / \omega$ 2D-газа и в системе с резким профилем имеет смысл длины локализации заряда КМП, $\sigma_{xx}(\omega)$ и $\sigma_{yx}(\omega)$ – компоненты тензора проводимости 2D-слоя, $\bar{\kappa}$ – средняя диэлектрическая проницаемость окружающей среды.

В реальных структурах край 2D-слоя размыт на некоторой длине h (обычно порядка 1 мкм или более [5, 6]), которая в сильных B может значительно превышать длину $|l(\omega)| \propto 1/B^2$ (в типичных GaAs-AlGaAs гетероструктурах с 2D-газом $|l(\omega)| \approx 40$ нм при $B \approx 5$ Т). Учет конечной ширины переходного слоя на границе 2D-системы приводит не только к изменению спектра основной моды (длина $|l(\omega)|$ в (1) заменяется шириной h [4, 7]), но и к появлению новых (мультипольных) возбуждений со звуковым спектром $S = S_n$, $n = 1, 2, \dots$ [3, 7, 8]. Акустические моды с $n \geq 1$ недавно были обнаружены экспериментально [9].

Задача о КМП на размытом краю 2D-системы приобретает особую важность в связи с обсуждающейся в последнее время проблемой краевых токовых состояний в режиме квантового эффекта Холла. Как показано в [6], учет экранирования краевого потенциала в вырожденном 2D-газе приводит в квантовых магнитных полях при низких температурах к сложной картине краевых состояний. Вблизи края электронный газ разбивается на систему чередующихся

¹⁾e-mail: mil99@ire216.msk.su

полосок сжимаемой и несжимаемой жидкостей. Внутри несжимаемых полосок фактор заполнения уровней Ландау постоянен, внутри сжимаемых областей самосогласованное электростатическое поле равно нулю. Отношение ширины несжимаемых и сжимаемых полос мало по параметру $(a_B/h)^{1/2}$ [6], где a_B – борковский радиус. Поскольку КМП являются слабозатухающими низкочастотными возбуждениями системы, сильно локализованными у края, возникает вопрос: нельзя ли использовать КМП спектроскопию для исследования структуры краевых состояний в режиме квантового эффекта Холла?

В недавней работе [7] было найдено точное решение задачи о спектре КМП в сильных магнитных полях при конкретном профиле равновесной плотности заряда $n_0(x) = (2\bar{n}/\pi)\text{arctg}\sqrt{x/h}$, где \bar{n} – значение концентрации 2D-электронов далеко от границы. Было показано, что скорость основной моды S_0 определяется выражением вида (1) с заменой $|l(\omega)|$ на h , а спектр мультипольных мод с $n \geq 1$ в пределе $|q_y|h \rightarrow 0$ имеет вид $S_n = 1/n$. Поскольку несжимаемые полосы занимают малую долю, $\sim (a_B/h)^{1/2} \ll 1$, приграничной области, был сделан вывод о несущественном влиянии сложной структуры края на спектр КМП.

В настоящей работе решена задача о спектре пограничных (inter-edge [10]) магнетоплазмонов (ПМП) – модах красного типа, распространяющихся вдоль контакта двух 2D-слоев с разной концентрацией (n_R при $x \gg h$, n_L при $-x \gg h$). В модели резкого скачка электронной плотности ($h=0$) спектр основной моды с $n=0$ в длинноволновом пределе был получен в [10]: он отличается от (1) заменой σ_{yx} на $\delta\sigma_{yx} = \sigma_{yx}^R - \sigma_{yx}^L$ и l на $\bar{l} = (l_R + l_L)/2$. Влияние размытого края на спектр ПМП в 2D-газе не рассматривалось. Мы покажем, что в данной постановке задачи (с использованием спектроскопии пограничных, а не краевых, мод) на поставленный выше вопрос можно ответить утвердительно.

Рассмотрим 2D-слой с равновесной концентрацией

$$n_0(x) = \bar{n} + (\delta n/2)\zeta(x), \quad (2)$$

расположенный в плоскости $z=0$; здесь $\bar{n} = (n_R + n_L)/2$, $\delta n = n_R - n_L$, функция $\zeta(x)$ описывает переходный слой, $\zeta(x) \rightarrow \pm 1$ при $x \rightarrow \pm\infty$. Пусть в плоскостях $z = d_1$ и $z = -d_2$ расположены экранирующие металлические электроды, а области $0 < z < d_1$ и $-d_2 < z < 0$ заполнены диэлектриком с диэлектрической проницаемостью κ_1 и κ_2 , соответственно. Временные флуктуации потенциала φ и заряда ρ ПМП ($\varphi, \rho \propto \exp(-i\omega t)$) описываются уравнениями

$$\text{div}[\kappa(z)\text{grad}\varphi(\mathbf{r}, z)] = -4\pi\rho(\mathbf{r})\delta(z), \quad (3)$$

$$\rho(\mathbf{r}) = (i\bar{\sigma}_{xx}/\omega)\Delta_2\varphi + (\delta\sigma_{yx}/2i\omega)(\partial_x\zeta)(\partial_y\varphi) + (i\delta\sigma_{xx}/2\omega)\partial_\alpha[\zeta(x)\partial_\alpha\varphi], \quad (4)$$

где $\mathbf{r} = (x, y)$, Δ_2 – 2D-лапласиан, $\partial_\alpha \equiv \partial/\partial x_\alpha$, α пробегает значения $\{x, y\}$ и мы использовали тождества $\sigma_{xx} \equiv \sigma_{yy}$, $\sigma_{xy} \equiv -\sigma_{yx}$. В сильных $B(\omega_c \gg \omega, |\bar{l}| \ll h)$ членом в (4), пропорциональным $\delta\sigma_{xx}$, можно пренебречь (в отличие от [7], мы учитываем, однако, член с $\bar{\sigma}_{xx}$). Тогда из (3), (4) можно получить следующее интегральное уравнение для потенциала $\varphi(x)$:

$$\varphi(x) = \frac{1}{2S} \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \varphi(x') [\partial\zeta(x')/\partial x'] L(x-x'). \quad (5)$$

Здесь $S = \omega \bar{\kappa} / 2q_y \delta \sigma_{yx}$ - безразмерная фазовая скорость магнетоплазмона, $\bar{\kappa} = (\kappa_1 + \kappa_2) / 2$, ядро $L(x - x')$ определяется выражением

$$L(x - x') = \frac{\bar{\kappa}}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dq_x \frac{\exp[iq_x(x - x')]}{q\epsilon(q, \omega)}, \quad q = (q_x^2 + q_y^2)^{1/2}, \quad (6)$$

$$\epsilon(q, \omega) = [\kappa_1 \coth(qd_1) + \kappa_2 \coth(qd_2)] / 2 + 2\pi i \bar{\sigma}_{xx} q / \omega. \quad (7)$$

Если в (7) пренебречь членом, пропорциональным $\bar{\sigma}_{xx}$, и положить $d_1 = d_2 = \infty$, то $\epsilon(q, \omega) = \bar{\kappa}$ и ядро $L(x - x')$ сводится к модифицированной функции Бесселя $K_0(|q_y(x - x')|)$, описывающей потенциал периодически (вдоль оси y) заряженной нити и имеющей логарифмическую расходимость при $(x - x') \rightarrow 0$. Функция $\epsilon(q, \omega)$ описывает экранирование заряда в системе как металлическими электродами (первые два члена в (7)), так и собственно 2D-газом (третий член). Заметим, что учет последнего члена (пропорционального $\bar{\sigma}_{xx}$) в функции $\epsilon(q, \omega)$ приводит к обрезанию логарифмической расходимости ядра $L(x - x')$ на длине $|\bar{l}| = |2\pi i \bar{\sigma}_{xx} / \omega \bar{\kappa}|$.

Для решения интегрального уравнения (5) мы используем метод замены точного ядра $L(x - x')$ приближенным $\tilde{L}(x - x') = A \exp(-q_0|x - x'|)$. Подобный метод (с другим выбором параметров приближенного ядра) использовался в некоторых ранних работах по КМП [2, 11]. Мы выбираем $A(q_y)$ и $q_0(q_y)$ так, чтобы интеграл $\int [L(x) - \tilde{L}(x)]^2 dx$ принимал минимальное значение при условии $\int [L(x) - \tilde{L}(x)] dx = 0$. Отсюда следуют уравнения для определения A и q_0 :

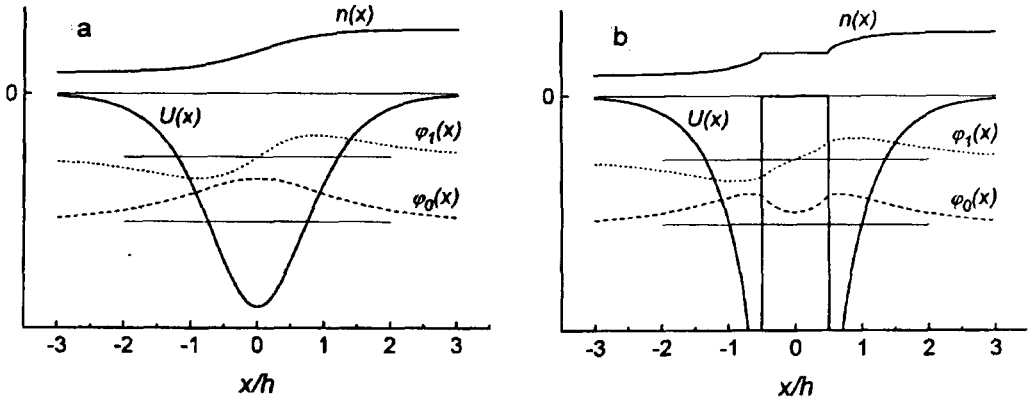
$$q_0 \int_0^{\infty} \frac{q_x^2 dq_x}{q\epsilon(q, \omega)(q_x^2 + q_0^2)^2} = \frac{\pi}{16|q_y|\epsilon(|q_y|, \omega)}, \quad A = \frac{\pi \bar{\kappa}}{2|q_y|\epsilon(|q_y|, \omega)} q_0. \quad (8)$$

Заменяя в уравнении (5) точное ядро $L(x - x')$ приближенным $\tilde{L}(x - x')$ и действуя на полученное уравнение оператором $\partial_x^2 - q_0^2$, мы получаем дифференциальное уравнение типа уравнения Шредингера:

$$-\frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} - \frac{Aq_0}{S} \frac{\partial \zeta(x)}{\partial x} \varphi(x) = -q_0^2 \varphi(x). \quad (9)$$

Таким образом, задача о спектре пограничных и, в частном случае, крайних магнетоплазмов, распространяющихся вдоль границы раздела в 2D-слое с концентрацией (2), сводится к задаче об энергетических уровнях квантовой частицы в потенциале $U(x) \propto -(1/S)\partial\zeta/\partial x$, определяемом производной от функции профиля $\zeta(x)$, см. рисунок. Роль "волновой функции" в полученной задаче Шредингера играет потенциал магнетоплазмона $\varphi(x)$. Основному уровню энергии частицы в яме соответствует основная ПМП мода с максимальной скоростью $S = S_0(q_y)$ и не имеющей нулей собственной функцией $\varphi_0(x)$. Заметим, что из вида уравнения (9) сразу следует, что краевое возбуждение существует в системе только при одном знаке фазовой скорости ($S > 0$ при $\partial\zeta/\partial x > 0$), в противном случае функция $U(x)$ описывает потенциальный барьер. Из (9) следует также, что в случае резкого профиля ($U(x) \propto -\delta(x)$) решение задачи о крайних модах единственно.

Рассмотрим для иллюстрации частный случай, естественным образом реализуемый в эксперименте. Пусть в рассмотренной выше структуре верхний



Качественные зависимости равновесной электронной плотности $n(x)$, эффективной потенциальной энергии $U(x)$ в "уравнении Шредингера" (9) и потенциала ПМП для мод с $n = 0$ и $n = 1$, а - для классической сжимаемой электронной жидкости; б - квантовой жидкости с несжимаемой полосой на границе раздела

экранирующий электрод состоит из двух секций ($z = d_1, x > 0$ и $z = d_1, x < 0$) и неоднородное распределение электронной плотности $\zeta(x)$ задается приложением напряжения между ними. Решение уравнения Лапласа в полосе $0 < z < d_1$ с граничными условиями $\varphi|_{z=0} = 0, \varphi|_{z=d_1} = V_1 \text{sign}(x)$ дает следующее выражение для функции профиля:

$$\zeta(x) = \text{th}(x/h), \quad h = 2d_1/\pi. \quad (10)$$

Используя известное аналитическое решение уравнения Шредингера в потенциале $U(x) = -U_0/\text{ch}^2(x/h)$ (см., например, [12]), мы получаем следующее выражение для спектра ПМП:

$$S_n = \frac{\omega \bar{\kappa}}{2q_y \delta \sigma_{yx}} = \frac{A q_0 h}{(n+1+q_0 h)(n+q_0 h)}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (11)$$

Потенциал двух нижних мод ПМП имеет вид (см. рисунок, а)

$$\varphi_0(x) = 1/\text{ch}(x/h), \quad \varphi_1(x) = \text{th}(x/h)/\text{ch}(x/h).$$

Вместе с (8) формула (11) дает решение задачи о ПМП при произвольных d_1, d_2 . В случае $\kappa_1 \approx \kappa_2 = \kappa$ и $d_2 = \infty$, типичном для гетероструктуры GaAs-AlGaAs, в длинноволновом пределе $|q_y|d_1 \ll 1, |q_y|\bar{l} \ll 1$ можно получить:

$$q_0 d_1 = F(\bar{l}/d_1), \quad A = \pi F(\bar{l}/d_1), \quad (12)$$

где функция $F(z)$ определяется уравнением

$$F \int_0^\infty \frac{x dx}{(x^2 + F^2)^2 [(\text{cth} x + 1)/2 + zx]} = \frac{\pi}{8} \quad (13)$$

и имеет асимптотики

$$F(z) \approx \begin{cases} 1,022 - 2,437z, & z \ll 1 \\ 1/\sqrt{2z}, & z \gg 1 \end{cases} \quad (14)$$

Формулы (10)–(12) позволяют получить окончательное выражение для спектра ПМП:

$$S_n = \frac{\omega \bar{\kappa}}{2q_y \delta \sigma_{yx}} = \frac{2F^2(\bar{l}/d_1)}{[n+1 + (2/\pi)F(\bar{l}/d_1)][n + (2/\pi)F(\bar{l}/d_1)]}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (15)$$

При $\omega \gg 2\pi\bar{\sigma}'_{xx}/\bar{\kappa}d_1$ ($|\bar{l}|/d_1 \ll 1$) затухание ПМП мало ($\omega'' \ll \omega'$), а безразмерная фазовая скорость S_n не зависит от параметров задачи.

До сих пор мы рассматривали 2D-систему как классическую сжимаемую жидкость. Проанализируем качественно спектр ПМП в квантующих магнитных полях при низких температурах, когда в системе образуются полосы несжимаемой жидкости [6]. Пусть в рассматриваемом нами примере средняя равновесная электронная плотность \bar{n} такова, что при $V_1 = 0$ в системе заполнено целое число уровней Ландау. При увеличении разности потенциалов $2V_1$ между двумя секторами верхнего затвора в области $|x| < a/2$ возникнет полоса несжимаемой жидкости. Потенциальная энергия $U(x) \propto -(1/S)\partial\zeta/\partial x$ в "уравнении Шредингера" (9) теперь описывает две связанные квантовые ямы, см. рисунок б. Основной моде ПМП S_0 соответствует волна колебаний ширины несжимаемой полосы, моде S_1 , распространяющейся с меньшей скоростью, – волна изгибных колебаний полосы.

Связь между "квантовыми ямами", изображенными на рисунке б, зависит от параметра $q_0 a \approx a/d_1$. Как показано в [6], в случае краевых возбуждений $a/d_1 \sim a/h \ll 1$, и поэтому влияние несжимаемой полосы на спектр КМП несущественно. В случае пограничных мод положение и ширина полосок несжимаемой жидкости могут изменяться в широких пределах путем изменения магнитного поля и/или напряжения на металлических электродах. Таким образом спектроскопия ПМП может быть использована для исследования структуры пограничных состояний в режиме квантового эффекта Холла.

Автор благодарит Международный научный фонд за финансовую поддержку этой работы (грант RL6000).

-
1. V.A.Volkov and S.A.Mikhailov, In: *Modern Problems in Condensed Matter Sciences*, Ed. by V.M.Agranovich and A.A.Maradudin (North-Holland, Amsterdam, 1991), Vol. 27.2, Chap. 15, p. 855.
 2. A.L.Fetter, *Phys. Rev.* **B32**, 7676 (1985).
 3. В.А.Волков, С.А.Михайлов, Письма в ЖЭТФ **42**, 450 (1985) [*JETP Lett.* **42**, 556 (1985)].
 4. В.А.Волков, С.А.Михайлов, ЖЭТФ **94**, 217 (1988) [*Sov. Phys. JETP* **67**, 1639 (1988)].
 5. L.I.Glazman and L.A.Larkin, *Semicond. Sci. Technol.* **6**, 32 (1991).
 6. D.B.Chklovskii, B.I.Shklovskii, and L.I.Glazman, *Phys. Rev.* **B46**, 4026 (1992).
 7. I.L.Aleiner and L.I.Glazman, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2935 (1994).
 8. С.С.Назин, В.Б.Шикин, ЖЭТФ **94**, 133 (1988) [*Sov. Phys. JETP* **67**, 288 (1988)].
 9. I.Grodnensky, Y.Jin, C.Pasquier et al., *Bull. Amer. Phys. Soc.* **39**, 485 (1994); M.Lea, private communication.
 10. S.A.Mikhailov and V.A.Volkov, *J. Phys.: Condens. Matter* **4**, 6523 (1992).
 11. J.-W.Wu, P.Hawrylak, and J.J.Quinn, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 879 (1985).
 12. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Квантовая механика, Нерелятивистская теория, М.: Наука, 1974, задача 5 к §23.