Письма в ЖЭТФ, том 61, вып.6, стр.439 - 443

О СВЯЗИ МЕЖДУ КОЭФФИЦИЕНТНЫМИ ФУНКЦИЯМИ АННИГИЛЯЦИОННЫХ И ГЛУБОКОНЕУПРУГИХ ПРОЦЕССОВ

Г.Т.Габададзе[*+], *А.Л.Катаев*[*]

[*]*Институт ядерных исследований РАН*
117312 Москва, Россия

[+]*Объединенный институт ядерных исследований*
141980 Дубна, Россия

Поступила в редакцию 8 февраля 1995 г.

Показано, что однопетлевой характер аксиальной аномалии, проявляющийся при подходящем выборе нормировки аксиального тока, является причиной сокращения поправок типа $C_F^N \bar{a}_s^N$ ($N \geq 1$) в соотношении Крезера для коэффициентных функций аннигиляционных и глубоконеупругих процессов.

В [1] был проанализирован вопрос о статусе соотношения Крезера [2] в рамках КХД с учетом современных результатов по многопетлевым вычислениям коэффициентных функций для правил сумм глубоконеупругого рассеяния и процесса e^+e^--аннигиляции в адроны. Авторами [1] были отмечены весьма интересные свойства данного соотношения. В частности, было показано сокращение поправок вида $C_F\bar{a}_s$, $C_F^2\bar{a}_s^2$ и $C_F^3\bar{a}_s^3$ в произведении коэффициентной функции в правиле сумм Бьеркена для поляризованного глубоконеупругого лептон-адронного рассеяния и функции Адлера для двухточечного коррелятора электромагнитных токов. Было также показано, что несокращающиеся поправки во втором и третьем порядках теории возмущений пропорциональны двухпетлевой β-функции КХД. Полученное в [1] соотношение имеет вид

$$C_{Bj}(\bar{a}_s)C_R(\bar{a}_s) = 1 + \frac{\beta^{(2)}(\bar{a}_s)}{\bar{a}_s}[K_1 C_F \bar{a}_s + (K_2 N_F + K_A C_A + K_F C_F) C_F \bar{a}_s^2] + O(\bar{a}_s^4), \quad (1)$$

где $\bar{a}_s = \bar{\alpha}_s(\mu^2 = Q^2)/4\pi$, N_F – число ароматов, C_A и C_F – операторы Казимира (в случае КХД $C_A = 3$, $C_F = 4/3$), $\beta^{(2)}(\bar{a}_s) = \beta_1\bar{a}_s^2 + \beta_2\bar{a}_s^3 + O(\bar{a}_s^4)$ является двухпетлевым приближением для β-функции КХД, которая не содержит членов, пропорциональных $C_F^{N-1}\bar{a}_s^N$ ($N \geq 2$). Коэффициенты в уравнении (1) определены как

$$K_1 = \left(-\frac{21}{2} + 12\zeta(3)\right); \quad K_2 = \left(+\frac{326}{6} - \frac{304}{6}\zeta(3)\right); \quad K_A = \left(-\frac{629}{2} + \frac{884}{3}\zeta(3)\right);$$

$$K_F = \left(+\frac{397}{6} + 136\zeta(3) - 240\zeta(5)\right).$$

Коэффициентная функция C_{Bj} в правиле сумм Бьеркена для поляризованного глубоконеупругого лептон-адронного рассеяния определяется из операторного разложения вида

$$i\int TV_\alpha(x)V_\beta(0)e^{ipx}dx|_{|p^2|\to\infty} \simeq C_{Bj}(\bar{a}_s)\frac{\epsilon_{\alpha\beta\rho\lambda}p^\rho}{p^2}\frac{1}{12}A^{(3)\lambda}(0) + \ldots$$

Здесь V_α обозначает электромагнитный ток, а $A^{(3)\lambda}$ является третьей компонентой аксиального изотриплета (интерполирующий ток для пи-мезона). Явное выражение для данной коэффициентной функции известно в двухпетлевом [3] и трехпетлевом [4] приближениях теории возмущений. В ведущем порядке оно имеет следующий вид: $C_{Bj}(\bar{a}_s) = 1 - 3C_F\bar{a}_s + O(\bar{a}_s^2)$. Величина C_R в (1) связана с коэффициентной функцией для сечения e^+e^--аннигиляции в адроны. Она также известна в двухпетлевом [5] и трехпетлевом [6] приближениях и в ведущем порядке теории возмущений имеет вид

$$C_R(\bar{a}_s) = D(\bar{a}_s)/N_c = 1 + 3C_F\bar{a}_s + O(\bar{a}_s^2),$$

где функция Адлера $D(\bar{a}_s)$ задается как

$$D(\bar{a}_s) = -12\pi^2 q^2 \frac{d}{dq^2}\Pi(q^2), \qquad i\int\langle 0|TA^{(3)}_\alpha(x)A^{(3)}_\beta(0)|0\rangle e^{iqx}dx = (g_{\alpha\beta}q^2 - q_\alpha q_\beta)\Pi(q^2).$$

Целью настоящей работы является выяснение причин сокращения поправок вида $C_F\bar{a}_s$, $C_F^2\bar{a}_s^2$ и $C_F^3\bar{a}_s^3$ в соотношении Крезера и обобщение данной закономерности на высшие порядки теории возмущений. Как будет показано ниже, наблюдаемое сокращение связано со специфической структурой аномального треугольника и теоремой Адлера–Бардина [7].

Рассмотрим трехточечную корреляционную функцию вида

$$T_{\mu\alpha\beta}(p,q) = \int\langle 0|TA^{(3)}_\mu(y)V_\alpha(x)V_\beta(0)|0\rangle e^{ipx+iqy}dxdy = \zeta_1(q^2,p^2)\epsilon_{\mu\alpha\beta\tau}p^\tau +$$

$$+\zeta_2(q^2,p^2)(q_\alpha\epsilon_{\mu\beta\rho\tau}p^\rho q^\tau - q_\beta\epsilon_{\mu\alpha\rho\tau}p^\rho q^\tau) + \zeta_3(q^2,p^2)(p_\alpha\epsilon_{\mu\beta\rho\tau}p^\rho q^\tau + p_\beta\epsilon_{\mu\alpha\rho\tau}p^\rho q^\tau), \quad (2)$$

где использовано разложение по базису трех независимых тензорных структур при кинематическом условии $pq = 0$ (подробное обсуждение см. [8]). Следуя работе [2], рассмотрим операторное разложение для данного коррелятора в пределе $|p^2| \to \infty$. Используя соотношения, связывающие различные тензорные структуры [8], нетрудно показать, что

$$T_{\mu\alpha\beta}(p,q) \to \frac{1}{12}\frac{1}{p^2}C_{Bj}(\bar{a}_s)\Pi(q^2)(q_\alpha\epsilon_{\mu\beta\rho\tau}p^\rho q^\tau - q_\beta\epsilon_{\mu\alpha\rho\tau}p^\rho q^\tau),$$

и, следовательно,

$$\zeta_2(q^2,p^2)|_{|p^2|\to\infty} \to \frac{1}{12}\frac{1}{p^2}C_{Bj}(\bar{a}_s)\Pi(q^2). \quad (3)$$

С другой стороны, требование калибровочной инвариантности приводит к тождеству Уорда для рассматриваемой функции Грина. В нашем случае данное тождество имеет вид [8]

$$-\zeta_1(q^2,p^2) = q^2\zeta_2(q^2,p^2) + p^2\zeta_3(q^2,p^2).$$

Дифференцируя полученное соотношение по q^2 и замечая, что согласно теореме Адлера–Бардина [7] функция ζ_1 является попросту неперенормируемым числом, получаем уравнение для двух оставшихся функций:

$$q^2\frac{d}{dq^2}\zeta_2(q^2,p^2) = -p^2\frac{d}{dq^2}\zeta_3(q^2,p^2) - \zeta_2(q^2,p^2). \quad (4)$$

Следует отметить, что на самом деле однопетлевой характер аномалии является весьма условным. В терминах операторного соотношения он достигается при согласовании нормировок аксиального и векторного токов при помощи соотношения $(\Lambda^5_\mu)^{Ren} = \gamma_5(\Lambda_\mu)^{Ren}$, где $(\Lambda^5_\mu)^{Ren}$ и $(\Lambda_\mu)^{Ren}$ обозначают перенормированные аксиальные и векторные вершинные функции. Однако данное условие еще не гарантирует отсутствия поправок в терминах функций Грина (в нашем случае отсутствие поправок к величине ζ_1). Как было показано в [9], вклады, содержащие диаграммы типа рассеяния света на свете, приводят к поправкам к аномалии в терминах функций Грина во втором порядке теории возмущений. В нашем случае, когда аксиальный ток в трехточечном корреляторе (2) является несинглетным по ароматам, такого типа диаграммы перенормируют величину ζ_1 во втором порядке по постоянной тонкой структуры, но не в $\bar{a}_s^2$ порядке, и, следовательно, пренебрегая высшими электромагнитными поправками, мы можем постулировать однопетлевой характер для ζ_1. В то же время, согласно соотношению (3), в пределе $|p^2| \to \infty$ имеем

$$q^2 \frac{d}{dq^2}\zeta_2(q^2,p^2) \to -\frac{N_c}{(12\pi)^2}\frac{1}{p^2}C_{Bj}(\bar{a}_s)C_R(\bar{a}_s). \tag{5}$$

Запишем теперь разложения для величин ζ_2 и ζ_3 в виде рядов по степеням q^2/p^2.

$$\zeta_2(q^2,p^2) \to \frac{1}{p^2}\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{q^2}{p^2}\right)^k \zeta_2^k, \quad \zeta_3(q^2,p^2) \to \frac{1}{p^2}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{q^2}{p^2}\right)^n \zeta_3^n,$$

где ζ_2^k и ζ_3^k – безразмерные коэффициенты. Подставляя данные выражения в (4), получаем

$$q^2 \frac{d}{dq^2}\zeta_2(q^2,p^2) \to -\frac{1}{p^2}\sum_{k=0}^{\infty}[(k+1)\zeta_3^{k+1} + \zeta_2^k]\left(\frac{q^2}{p^2}\right)^k. \tag{6}$$

Сравнивая (6) с соотношением (3), приходим к следующему выражению для произведения C_{Bj} и C_R:

$$\frac{N_c}{(12\pi)^2}C_{Bj}(\bar{a}_s)C_R(\bar{a}_s) = \zeta_3^1 + \zeta_2^0. \tag{7}$$

В ведущем порядке теории возмущений $\zeta_3^1 + \zeta_2^0 = N_c/(12\pi)^2$. Таким образом, мы убеждаемся, что однопетлевое или многопетлевое поведение произведения $C_{Bj}C_R$ связано с неперенормируемостью, или перенормируемостью, соответственно, инвариантных функций, присутствующих в выражении для аномального трехточечного коррелятора. В то же время, в работе [10] было показано, что при наличии в теории конформной инвариантности общее выражение для трехточечной функции Грина $T_{\mu\alpha\beta}$ имеет вид, который полностью определяется ее однопетлевым значением $\Delta_{\mu\alpha\beta}$:

$$T_{\mu\alpha\beta}(p,q) = K(\bar{a}_s)\Delta_{\mu\alpha\beta}(p,q),$$

где $K(\bar{a}_s)$ – неопределенная в подходе работы [10] величина. Иными словами, согласно [10], в конформно-инвариантной теории

$$\zeta_1^{exact} = K(\bar{a}_s)\zeta_1^{one\ loop}, \quad \zeta_2^{exact} = K(\bar{a}_s)\zeta_2^{one\ loop}, \quad \zeta_3^{exact} = K(\bar{a}_s)\zeta_3^{one\ loop}. \tag{8}$$

Однако, как хорошо известно, процедура перенормировок нарушает изначальную конформную инвариантность безмассовой КХД и приводит к появлению аномалии в следе тензора энергии-импульса [2,11]. Явное выражение для аномалии тензора энергии-импульса [11] показывает, что фактор $\beta(\bar{a}_s)/(\bar{a}_s)$ является мерой нарушения конформной инвариантности в рамках теории возмущений. С учетом сказанного, соотношения (8) в КХД могут быть переписаны в виде

$$\zeta_1^{exact} = K(\bar{a}_s)\zeta_1^{one\ loop}, \quad \zeta_2^{exact} = [K(\bar{a}_s) + \frac{\beta(\bar{a}_s)}{\bar{a}_s}v_2(p^2, q^2, \bar{a}_s)]\zeta_2^{one\ loop},$$

$$\zeta_3^{exact} = [K(\bar{a}_s) + \frac{\beta(\bar{a}_s)}{\bar{a}_s}v_3(p^2, q^2, \bar{a}_s)]\zeta_4^{one\ loop},$$

где v_2 и v_3 – безразмерные функции, удовлетворяющие тождеству Уорда (4). Вспоминая теперь, что согласно теореме Адлера–Бардина $\zeta_1^{exact} = \zeta_1^{one\ loop}$, получаем $K(\bar{a}_s) = 1$. Следовательно, инвариантные функции ζ_2 и ζ_3 в высших порядках теории возмущений перенормируются множителями, содержащими лишь фактор $\beta(\bar{a}_s)/\bar{a}_s$. Данный факт в свою очередь приводит к тому, что произведение $C_{Bj}C_R$ во всех порядках теории возмущений принимает вид

$$C_{Bj}(\bar{a}_s)C_R(\bar{a}_s) = 1 + \frac{\beta(\bar{a}_s)}{\bar{a}_s}r(\bar{a}_s),$$

где $r(\bar{a}_s)$ является полиномом по степеням $\bar{a}_s$, который в нашем подходе не фиксируется.

Таким образом, в данной работе были исследованы причины сокращения поправок типа $C_F^N\bar{a}_s^N$ $(N \geq 1)$ в произведении коэффициентной функции из правила сумм Бьеркена для поляризованного глубоконеупругого лептон-адронного рассеяния и функции Адлера для двухточечного коррелятора электромагнитных токов (соотношение Крезера). Показано, что данные сокращения непосредственно связаны с неперенормируемостью аксиальной аномалии при подходящем выборе нормировки аксиального тока (теорема Адлера–Бардина). Показано также, что все несокращающиеся поправки пропорциональны фактору $\beta(\bar{a}_s)/\bar{a}_s$, который в свою очередь является мерой нарушения конформной инвариантности в КХД.

Работа выполнена в рамках программы Российского фонда фундаментальных исследований, грант 95-02-04548а.

1. D.J.Broadhurst and A.L.Kataev, Phys. Lett. **B315**, 179 (1993).
2. R.J.Crewther, Phys. Rev. Lett. **28**, 1421 (1972).
3. S.G.Gorishny and S.A.Larin, Phys. Lett. **B172**, 109 (1986); E.B.Zijlstra and W.L.van Neerven, Phys. Lett. **B297** 377 (1992).
4. S.A.Larin and J.A.M.Vermaseren, Phys. Lett. **B259**, 345 (1991).
5. K.G.Chetyrkin, A.L.Kataev, and F.V.Tkachov, Phys. Lett. **B85**, 277 (1979); M.Dine and J.Sapirstein, Phys. Rev. Lett. **43**, 668 (1979); W.Celmaster and R.Gonsalves, Phys. Rev. Lett. **44**, 560 (1980).
6. С.Г.Горишний, А.Л.Катаев, С.А.Ларин, Письма в ЖЭТФ **53**, 121 (1991); S.G.Gorishny, A.L.Kataev, and S.A.Larin, Phys. Lett. **B259**, 144 (1991); L.R.Surguladze and M.A.Samuel, Phys. Rev. Lett. **66**, 560 (1991); **66**, 2416 (1991) (erratum).
7. S.Adler and W.Bardeen, Phys. Rev. **182**, 1517 (1969).

8. Г.Т.Габададзе, А.А.Пивоваров, ЯФ **56**, 257 (1993); G.T.Gabadadze and A.A.Pivovarov, Journ. Math. Phys. **35**, 1045 (1994).
9. А.А.Ансельм, А.А.Иогансен, ЖЭТФ **96**, 1181 (1989); ЯФ **52**, 882 (1990).
10. E.J.Schrier, Phys. Rev. **D3**, 980 (1971).
11. M.S.Chanowitz and J.Ellis, Phys. Lett. **B40**, 397 (1972); Phys. Rev. **D7**, 2490 (1973); J.C.Collins, A.Duncan, and S.D.Joglekar, Phys. Rev. **D16**, 438 (1977); N.K.Nielsen, Nucl. Phys. **B120**, 212 (1977).