Письма в ЖЭТФ, том 61, вып.6, стр.487 - 490

НЕЛОКАЛЬНОСТЬ ВИХРЕВЫХ НИТЕЙ В СЛОИСТЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

К.В.Чукбар, В.В.Яньков

Российский научный центр "Курчатовский институт"

123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 2 февраля 1995г.

Показано, что в среде с двумерной сверхпроводимостью ток и касательные к сверхпроводящим слоям компоненты магнитного тока вдали от вихревой нити убывают по степенному закону $j \propto r^{-3}\tan^2\alpha$, $B \propto r^{-2}\tan\alpha$, где r – расстояние от керна, а α – угол наклона нити относительно перпендикулярного к слоям направления, то есть двумерное магнитное поле дипольно. При этом нормальная к слоям компонента магнитного поля по-прежнему хорошо локализована.

Как известно, вихревые нити являются фундаментальным объектом в электродинамике сверхпроводников II рода, и их микроскопические свойства существеннейшим образом влияют на макроскопические характеристики сверхпроводника [1,2]. В данной работе мы обращаем внимание на то обстоятельство, что в слоистых сверхпроводящих структурах, в которых проводимость перпендикулярно слоям отсутствует или нормальна, анизотропия среды качественно меняет структуру нитей: малейшее отклонение оси нити от перпендикуляра к сверхпроводящим слоям приводит к тому, что плотность тока и параллельные слоям компоненты магнитного поля вдали от керна вихря начинают убывать по степенному, а не экспоненциальному закону, более того, их амплитуда остается конечной при стремлении к нулю стандартного параметра экранирования – лондоновской длины $\lambda_L = c/\omega_{pe}$. Заметим, что слоисты практически все ВТСП-керамики [3-5], и не исключено, что им присущи некоторые свойства описываемой идеализированной модели.

Наше рассмотрение будет чисто классическим. Напомним, что с точки зрения классической физики вихревая нить есть сосредоточенная на линии δ-образная особенность ротора обобщенного импульса электронов $\mathbf{P} = m\mathbf{v} - e\mathbf{A}/c$, вмороженная в сверхпроводящий электронный ток [6]. Снаружи ее $\mathrm{rot}\mathbf{P} = 0$, а циркуляция по любому контуру, охватывающему нить

$$\oint \mathbf{P}\,d\mathbf{r} = \Phi_0 = \mathrm{const}. \tag{1}$$

Квантовые эффекты (см. [1,2]) при такой трактовке лишь дают конечный размер керна вихря, где ротор отличен от нуля – корреляционную длину ξ (для определенности мы считаем, что $\lambda_L \gg \xi$, хотя интересующий нас эффект совершенно не зависит от соотношения между λ_L и ξ), и дискретизируют его амплитуду – циркуляцию (1)

$$\Phi_0 = \frac{Nh}{2},$$

где h – постоянная Планка, а N – целое число.

Продемонстрируем заявленный эффект на примере прямой наклонной нити. Слоистую сверхпроводящую структуру будем моделировать однородной сплошной (это допустимо, если расстояние между слоями $a \ll \xi$ и/или нас интересуют масштабы, значительно превышающие a, но, вообще говоря, эффект нелокальности опять-таки не зависит от этого упрощения) анизотропной средой, сверхпроводящее течение электронов в которой возможно только в плоскостях, параллельных xy, то есть $\mathbf{j} = (j_x, j_y, 0)$. Именно это (и только это) предположение, фактически эквивалентное бесконечности массы электронов в перпендикулярном (по оси z) движении, является ключевым для эффекта. Влияние слабого обмена между слоями $(m_\perp \neq \infty)$ мы обсудим ниже.

Пусть керн нити проходит по прямой $x = 0$, $y - z\tan\alpha = 0$. Тогда из соображения симметрии следует, что все физические величины в задаче являются функциями только двух переменных вида $f(x, y - z\tan\alpha)$. Далее все соотношения для них мы будем выписывать в плоскости $z = 0$ и оператор ∇ для функций $f(x,y)$ будем считать двумерным. В данной постановке задачи вмороженной величиной является лишь z-компонента ротора обобщенного импульса

$$\nabla \times \frac{m\mathbf{j}}{ne} - \frac{\mathbf{e}_z B_z e}{c} = \Phi \mathbf{e}_z = \Phi_0 \mathbf{e}_z \delta(x,y). \tag{2}$$

Повторим еще раз, что ответ (см. ниже формулы (7),(8)) не изменится, если "размазать" δ-функцию до любой конечной ширины, более того, если эта ширина будет превышать λ_L, то можно сразу опустить инерционный член в (2) и промежуточные выкладки даже упрощатся. Вводя функцию тока Ψ для бездивергентного вектора $\mathbf{j}$ по формуле $\mathbf{j} = (c/4\pi)\nabla \times (\Psi \mathbf{e}_z)$ (при $\alpha = 0$ имеем $\Psi \equiv B_z$) соотношение (2) можно переписать в виде

$$\lambda_L^2 \nabla^2 \Psi - B_z = \frac{c\Phi}{e}. \tag{3}$$

Для достижения поставленной цели нам требуется обратить (3) - выразить B_z и Ψ через Φ. Это нетрудно сделать, воспользовавшись двумерным преобразованием Фурье ($\mathbf{k} = (k_x, k_y)$) и дополнив (3) уравнениями Максвелла

$$-\frac{4\pi}{c}\mathbf{j} = \nabla^2 \mathbf{A} + \tan^2\alpha \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial y^2}, \qquad B_z \mathbf{e}_z = \nabla \times \mathbf{A}. \tag{4}$$

(Из них, кстати, следует, что в общем случае произвольной формы нити вмороженной величиной является $\lambda_L^2 \Delta B_z - B_z$ с трехмерным лапласианом - ср. [2]). Тогда из (3) и (4) получаем

$$B_{z\mathbf{k}} = -\frac{c\Phi_0/e}{1 + \lambda_L^2 (k^2 + k_y^2 \tan^2\alpha)}, \tag{5}$$

то есть z-составляющая магнитного поля является по-прежнему локализованной (ср. [1,2,7,8]):

$$B_z = -\frac{c\Phi_0 \cos\alpha}{2\pi e \lambda_L^2} K_0\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2\cos^2\alpha}}{\lambda_L}\right),$$

где K_0 - функция Макдональда, а вот в выражении для Ψ

$$\Psi_{\mathbf{k}} = B_{z\mathbf{k}}\left(1 + \tan^2\alpha \frac{k_y^2}{k^2}\right) \tag{6}$$

наряду с локальным членом появляется и совершенно новый. На больших расстояниях от керна (много бо́льших λ_L) из (6) следует, что

$$\Psi \simeq -\frac{c\Phi_0 \tan^2\alpha}{2\pi e}\frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2}. \tag{7}$$

Формула (7) и доказывает сделанное выше утверждение. Не менее просто выглядит на этих расстояниях и формула для параллельных слоям компонент магнитного поля:

$$\mathbf{B} \simeq \frac{1}{\tan\alpha}\nabla\int \Psi\, dy \tag{8}$$

(B_z в этой области при степенной точности следует положить равной нулю).

Неизбежность нелокальной структуры нити можно просто увидеть из следующего рассуждения от противного. Предположим, что наклонная нить локальна. Тогда с большого расстояния она выглядит как прямой соленоид (конечно, вовсе не круглый) с косой обмоткой. Но магнитное поле такого соленоида (эквивалентного соленоиду с прямой обмоткой плюс двум проводам с противоположными токами) не локализовано – приходим к противоречию. Таким образом, рассматриваемый эффект есть простое следствие отсутствия сверхпроводимости по одному из направлений и уравнений Максвелла, то есть он по сути геометричен и не зависит ни от каких физических параметров сверхпроводника типа λ_L, ξ, a и т.п. (см. (7),(8)). Отсюда сразу следует и закон убывания магнитного поля r^{-2} – это простая комбинация его очевидной пропорциональности амплитуде нити $c\Phi_0/e$ (магнитному потоку z-компоненты поля) и соображений размерности. Проведенные же вычисления нужны лишь для определения величины магнитного дипольного момента в (8).

Другой способ просто увидеть эффект нелокальности основан на замечании, что двумерные токи дают нулевое среднее поле в плоскости xy. Локализованная наклонная нить обладает ненулевым средним полем в этой плоскости, следовательно, она обязана иметь "ореол", из соображений симметрии – дипольный. Также видно, что при конечной $m_\perp$ ($j_z \not\equiv 0$), когда вмороженными в $\mathbf{j}$ оказываются все три компоненты ротора обобщенного импульса, наклон "обмотки" соленоида может меняться, и на расстояниях, превышающих λ_L по большой массе, экспоненциальная экранировка восстанавливается, что хорошо известно (см. [2, 7, 8]). Однако при слабом обмене током между слоями $m_\perp \gg m$, и существует большое "окно" масштабов, в котором имеет место степенной закон убывания. В любом варианте мы указываем на физический эффект, а его реализация в каждом конкретном физическом обьекте требует отдельного рассмотрения.

Этот эффект нелокальности может иметь разные проявления. Упомянем лишь возможность перестройки вихревых решеток [2,4,5], поскольку уже при малых углах наклона α вихревые нити, находящиеся на больших по сравнению с λ_L расстояниях, начинают достаточно сильно взаимодействовать друг с другом. В подтверждение этого приведем лэмбовское выражение интеграла энергии системы через вмороженную величину Φ (см. [9-11]). Особенно наглядно оно для параллельных вихревых образований, наклоненных под единым углом α к сверхпроводящим слоям: тогда энергия на единицу длины по z равна

$$\mathcal{E} = \int\left(\frac{\mathbf{B}^2}{8\pi} + \frac{nm\mathbf{v}^2}{2}\right)d^2\mathbf{r} = -\int \Psi\Phi\frac{c}{8\pi e}\, d^2\mathbf{r} =$$

$$
= \iint \Phi(\mathbf{r}_1) V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \Phi(\mathbf{r}_2)\, d^2\mathbf{r}_1\, d^2\mathbf{r}_2, \tag{9}
$$

где "потенциал взаимодействия" $V(\mathbf{r})$, как нетрудно видеть, есть функция, пропорциональная Ψ из (6).

Таким образом, энергия взаимодействия далеких наклонных нитей в слоистых сверхпроводящих структурах имеет степенную, а не экспоненциальную малость. Подобный эффект уже известен для вихрей в одиночной тонкой пленке, где он более прозрачен, поскольку магнитное поле вне пленки очевидно нелокально (см. [12-15]).

Отметим, однако, что для одной плавно изогнутой нити, протыкающей каждую сверхпроводящую плоскость лишь один раз, самовоздействие остается локальным, как и в изотропных сверхпроводниках [16].

Работа выполнена при поддержке гранта M4S000 Международного научного фонда и грантов РФФИ 94-02-04431а и 94-02-05921а.

Авторы благодарны за полезные обсуждения С.Н.Бурмистрову, К.А.Кикоину и Е.Б.Татариновой.

1. Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский, Статистическая физика, ч.2. М.: Наука, 1978, гл.V.
2. G.Blatter, M.V.Feigel'man, V.B.Geshkenbein et al., Rev. Mod. Phys. **67**, No 1 (1995).
3. R.A.Klemm, Phys. Rev. **B41**, 2073 (1990).
4. Малоземофф А.П. Макроскопические свойства высокотемпературных сверхпроводников.В сб. Физические свойства высокотемпературных сверхпроводников; под ред. Гинзбурга Д.М. М.: Мир, 1990, с. 69.
5. Г.М.Элиашберг, Электронная структура и физические свойства ВТСП, там же, с.505.
6. O.Buneman, Proc. Roy. Soc. London **A315**, 346 (1952).
7. А.Б.Белецкий, Л.И.Бурлачков, Л.П.Горьков, ЖЭТФ **90**, 1478 (1986).
8. N.Schopohl and A.Baratoff, Physica **C153-155**, 689 (1988).
9. Г.Ламб, Гидродинамика, М.: Гостехиздат, 1947.
10. А.С.Кингсеп, К.В.Чукбар, В.В.Яньков. Электронная магнитная гидродинамика. В сб. Вопросы теории плазмы, вып. 16; под ред. Кадомцева Б.Б. М.: Энергоатомиздат, 1987, с. 209.
11. A.V.Gordeev, A.S.Kingsep, and L.I.Rudakov, Phys. Rep. **243**, 215 (1994).
12. J.Pearl, Appl. Phys. Lett. **5**, 65 (1964).
13. Е.Б.Татаринова, К.В.Чукбар, ЖЭТФ **92**, 809 (1987).
14. A.N.Artemenko and A.N.Kruglov, Phys. Lett. **A143**, 485 (1990).
15. M.V.Feigel'man, V.B.Geshkenbein, and A.I.Larkin. Physica **C167**, 177 (1990).
16. L.Uby, M.B.Isichenko, and V.V.Yankov, Phys. Rev. E, in press.