Письма в ЖЭТФ, том 61, вып.7, стр.541 - 546 © 1995г. 10 апреля

АНОМАЛЬНЫЕ ВИХРЕВЫЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ ПОТОКИ ПРИ ОБРАТНОМ ТОРМОЗНОМ ПОГЛОЩЕНИИ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ПОЛЯ

К.Н.Овчинников, В.П.Силин, С.А.Урюпин

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН

117924 Москва, Россия

Поступила в редакцию 15 февраля 1995 г.

Найдены вихревые нелокальные ток и тепловой поток электронов в плазме, греющейся вследствие обратного тормозного поглощения высокочастотного поля. Величины потоков установлены при всех возможных значениях отношения масштаба неоднородности амплитуды электромагнитного поля $\sim 1/k$ к длине свободного пробега теплового электрона l. Показано, что с увеличением параметра kl вихревой ток сначала достигает максимума j_1 при $kl \approx 0,02$, а потом убывает и изменяет знак спиральности при $kl \approx 0,05$. Затем, при $kl \approx 0,9$, абсолютная величина тока достигает аномально большого значения $j_2 \approx 6j_1$, и далее монотонно убывает.

Проблема генерации мегагауссных магнитных полей высокочастотным излучением в горячей лазерной плазме требует развития теории возбуждения квазистационарных вихревых токов (см., например, [1–5]). Причиной возникновения квазистационарных токов может быть как неоднородность плазмы, так и неоднородность греющего плазму электромагнитного поля [5]. Следует подчеркнуть, что вихревой ток, обусловленный непотенциальной частью пондеромоторной силы [6], является основным источником генерации магнитного поля в плазме с плавным профилем плотности и температуры электронов (подробнее см. [5]). Последовательная кинетическая теория возбуждения квазистационарных токов электромагнитным излучением с характерным масштабом пространственного изменения $\sim 1/k$, много большим длины свободного пробега l теплового электрона, основывается на методе Гильберта–Энскога–Чепмена [3, 5]. Вместе с тем в реальных лазерных плазмах возможны условия, в которых параметр kl отнюдь не мал по сравнению с единицей. При этом возникает необходимость построения кинетической теории возбуждения токов в условиях существенного проявления эффекта пространственной нелокальности электронного переноса. Результаты соответствующего рассмотрения излагаются ниже применительно к условиям, когда плазма греется благодаря обратному тормозному поглощению, что характерно для лазерного термоядерного синтеза. В пределах малых и больших значений параметра нелокальности kl найдены аналитические решения кинетического уравнения и получены необходимые выражения для плотности электронного тока, квадратичные по напряженности греющего плазму электромагнитного излучения. Однако соответствующие асимптотические выражения оказываются непригодными в весьма широкой области

$$0,01 \leq kl \leq 10. \tag{1}$$

В этой области необходимые закономерности установлены численно. Показано, что рост вихревого тока с ростом малых значений kl приводит к максимальному значению при $kl \approx 0,02$. Здесь уже возникает заметное отличие от результата [3,5], основанного на приближении Гильберта-Энскога-Чепмена. Затем, при $kl \approx 0,05$, ток обращается в нуль, что отвечает изменению знака спиральности вихревого тока. При дальнейшем росте параметра нелокальности абсолютная величина плотности возбуждаемого тока достигает максимума при $kl \approx 0,9$. Абсолютная величина этого максимума аномально велика и превышает максимум при противоположной спиральности в шесть раз. Наконец, при дальнейшем росте kl, ток монотонно уменьшается. Дано аналогичное описание вихревого электронного теплового потока, для которого также выявлен эффект изменения знака спиральности при $kl \approx 0,1$. Подчеркнем, что в промежуточной области (1) абсолютная величина вихревого электронного теплового потока аномально превышает асимптотические значения, полученные в работе [3] в пределе малых значений параметра нелокальности, и в работе [7] в пределе $kl \geq 10$.

В качестве исходного для определения квазистационарных вихревых электронных потоков используем уравнение для малой неравновесной добавки δf к пространственно-однородной максвелловской функции распределения f_m. Такая добавка возникает благодаря обратному тормозному поглощению электронами высокочастотного электромагнитного поля вида

$$\frac{1}{2}\mathbf{E}e^{-i\omega t} + \text{к.с.},$$

где частота ω считается много большей как частоты электрон-ионных столкновений, так и обратного времени, за которое тепловой электрон проходит расстояние порядка размера неоднородности электромагнитного поля. Малость δf по сравнению с f_m обеспечивается малостью отношения амплитуды скорости осцилляций электрона в высокочастотном поле $v_E = eE/m\omega$ к тепловой скорости электрона $v_T = \sqrt{\kappa T/m}$, где e и m – заряд и масса электрона, κ – постоянная Больцмана, а T – электронная температура. В таких условиях функцию распределения электронов можно представить в виде [7]

$$f = f_m\left(1 - \frac{v_E^2}{2v_T^2} - \frac{e\delta\varphi}{mv_T^2} + \frac{1}{8v_T^4}v_iv_jV_{ij}\right) + \delta f,$$

где $\delta\varphi$ – возмущение потенциала электрического поля, $V_{ij} = (e^2/m^2\omega^2)(E_iE_j^* + E_i^*E_j)$ – тензор осцилляторных скоростей, а определяющаяся столкновениями электронов неравновесная добавка δf подчиняется уравнению

$$\mathrm{i}\mathbf{kv}\delta f - \frac{1}{2}\nu(v)\frac{\partial}{\partial v_i}(v^2\delta_{ij} - v_iv_j)\frac{\partial}{\partial v_j}\delta f - \mathrm{St}(\delta f) =$$

$$= -\frac{v_E^2}{6v_T^2}\frac{\partial}{\partial v_i}(v_i\nu(v)f_m) + \left(v_iv_j - \frac{1}{3}\delta_{ij}v^2\right)V_{ij}\left(3 - \frac{v^2}{2v_T^2}\right)\frac{\nu(v)}{4v^2v_T^2}f_m. \qquad (2)$$

При написании уравнения (2) принято, что величины v_E^2, V_{ij} и δf изменяются в пространстве по закону $\exp(\mathrm{i}\mathbf{kr})$, и использованы обозначения: $\mathrm{St}(\delta f)$ – для электрон-электронного интеграла столкновений и $\nu(v)$ – для частоты электрон-ионных столкновений; $\nu(v) = 4\pi e^4 Zn\Lambda/m^2v^3$, Z – кратность ионизации ионов, n – плотность электронов, Λ – кулоновский логарифм. Далее логарифмической зависимостью Λ от скорости будем пренебрегать.

Поставим перед собой задачу получения вихревых потоков, ориентированных поперек вектора $\mathbf{k}$, направление которого примем за ось координат z. При этом ограничимся рассмотрением плазмы с многократно заряженными ионами, когда $Z \gg 1$ и когда можно пренебречь электрон-электронным интегралом столкновений. Компоненты вихревого тока $j_\alpha = e\int d\mathbf{v}v\sqrt{1-\xi^2}\delta f_\alpha$ и вихревой плотности теплового потока $q_\alpha = (m/2)\int d\mathbf{v}\, v^3\sqrt{1-\xi^2}\delta f_\alpha$, где $\alpha = (x, y)$, $\xi = \cos\theta$, θ – угол между векторами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{v}$, определяются лишь δf_α, то есть той частью неравновесной добавки δf, которая пропорциональна тензору $V_{\alpha z}$. Усредняя уравнение (2) по φ – азимутальному углу вектора скорости с весовыми множителями $\cos\varphi$ или $\sin\varphi$, для функций δf_α находим

$$ikv\xi\delta f_\alpha - \frac{1}{2}\nu(v)\left(\frac{\partial}{\partial\xi}(1-\xi^2)\frac{\partial}{\partial\xi} - \frac{1}{1-\xi^2}\right)\delta f_\alpha =$$

$$= \xi\sqrt{1-\xi^2}V_{\alpha z}\left(3 - \frac{v^2}{2v_T^2}\right)\frac{\nu(v)}{4v_T^2}f_m. \qquad (3)$$

Решение уравнения (3) ищем в виде

$$\delta f_\alpha = \frac{1}{2v_T^2}\left(3 - \frac{v^2}{2v_T^2}\right)V_{\alpha z}\frac{g(v,\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}}. \qquad (4)$$

При этом для функции $g = g(v,\xi)$ имеем обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$(1-\xi^2)\frac{d^2}{d\xi^2}g - i\gamma\xi g = -\xi(1-\xi^2) \qquad (5)$$

с граничными условиями $g(v,\xi=1) = g(v,\xi=-1) = 0$. Решение уравнения (5) зависит от величины параметра $\gamma = 2klv^4/v_T^4$, $l = v_T/\nu$, $\nu = \nu(v_T)$. Для значений γ, много меньших единицы, по теории возмущений находим

$$g \approx \frac{1}{6}(1-\xi^2)\left\{\xi - i\frac{\gamma}{12}(1+\xi^2) - \xi\frac{\gamma^2}{24}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{10}(1+\xi^2)\right) +\right.$$

$$\left. + i\frac{\gamma^3}{1440}\left(\frac{13}{6}(1+\xi^2) + \frac{1}{5}(1+\xi^2+\xi^4)\right)\right\}. \qquad (6)$$

В пределе больших γ, используя паде-приближение, получаем

$$g \approx \frac{1}{i\gamma}(1-\xi^2)\left(1 - \frac{2}{i\gamma\xi}\right) = \frac{\xi(1-\xi^2)}{2+i\gamma\xi}. \qquad (7)$$

Зависимости (6), (7) позволяют установить вихревой ток в предельных случаях малых и больших значений параметра kl. При аномально малых kl, используя решение (4), (6) и определение тока j_α, находим

$$j_\alpha = \frac{16i}{15\sqrt{2\pi}}\frac{en}{v_T}V_{\alpha z}kl\left(1 - \frac{5}{6}(80kl)^2\right). \qquad (8)$$

Из (8) видно, что конструировать решение по теории возмущений можно при $kl < 0,01$, когда малы высшие члены разложения по kl. Для $kl \ll$

0,01 выражение (8) переходит в установленное ранее в кинетической теории, базирующейся на методе Гильберта–Энскога–Чепмена [3,5]. Выражение (8) меняет знак при $kl \approx 0,014$, когда такое приближение уже неприменимо.

В противоположном пределе больших kl, используя решение (4), (7), перепишем ток j_α в виде

$$j_\alpha = -\frac{i}{\sqrt{8\pi}}\frac{en\nu}{kv_T^2}V_{\alpha z}\int_0^\infty \frac{dv}{v}\left(3-\frac{v^2}{2v_T^2}\right)\exp\left(-\frac{v^2}{2v_T^2}\right)\left\{\frac{2}{3}+\right.$$

$$\left. + \left(\frac{v_c}{v}\right)^8 - \left(\frac{v_c}{v}\right)^{12}\left(1+\left(\frac{v}{v_c}\right)^8\right)\operatorname{arctg}\left(\left(\frac{v}{v_c}\right)^4\right)\right\}, \qquad (9)$$

где $v_c = v_T(kl)^{-1/4} \ll v_T$. В (9) интегрирование по скоростям можно выполнить приближенно, разбив область интегрирования на $v < v_*$ и $v > v_*$, где скорость v_* удовлетворяет неравенству $v_c \ll v_* \ll v_T$. Тогда для тока находим

$$j_\alpha = -\frac{i}{\sqrt{8\pi}}\frac{en\nu}{kv_T^2}V_{\alpha z}\left(\frac{1}{2}\ln(4kl) - 1 - \mathrm{C}\right), \qquad (10)$$

где $\mathrm{C} = 0,577...$ – постоянная Эйлера. Результат (10) асимптотически точен при $kl \gg 10$, и отвечает монотонному уменьшению тока с ростом kl.

В переходной области значений параметра kl решение уравнения (5) и последующее вычисление вихревого тока j_α выполнено численно. Результаты расчетов приведены на рис.1, где изображена функция

$$I(kl) = -i\int_0^\infty du\, u(3-u)e^{-u}\int_{-1}^{1} d\xi g(v_T\sqrt{2u},\xi),$$

определяющая ток в соответствии с соотношением

$$j_\alpha = \frac{i}{\sqrt{2\pi}}\frac{en}{v_T}V_{\alpha z}I(kl).$$

Для сравнения на рис.1 приведены графики функций $I_1(kl) = (16kl/15)[1 - (5/6)(80kl)^2]$ и $I_2(kl) = -(1/4kl)[\ln(4kl) - 2 - 2\mathrm{C}]$, отвечающие аналитическим зависимостям (8) и (10). Асимптотические аналитические результаты хорошо согласуются с численными расчетами при весьма малых ($kl < 0,01$) и больших ($kl > 10$) значениях параметра нелокальности. В широкой переходной области (1) значений параметра kl вихревой ток обращается в нуль и изменяет направление спиральности при $kl \sim 0,05$, что примерно в четыре раза отличается от значения, отвечающего формуле (8). Представляется чрезвычайно интересным аномально большое значение максимального по абсолютной величине вихревого тока при значении $kl \approx 0,9$, когда оно в 6 раз превышает максимальное значение тока при малых значениях $kl \approx 0,02$.

Поправка к функции распределения δf_α (4) позволяет также найти вихревой электронный тепловой поток q_α. Используя соотношение (4) и предельные аналитические зависимости для функции $g(v,\xi)$ (6), (7), находим

$$q_\alpha = \frac{128}{15\sqrt{2\pi}} inmv_T V_{\alpha z} kl[1-(80kl)^2], \qquad (11)$$

при $kl < 0,01$, и

$$q_\alpha = -\frac{i}{3\sqrt{2\pi}} nmv_T V_{\alpha z} \frac{1}{kl}, \tag{12}$$

при $kl > 10$. Существенно нелокальное выражение для вихревого потока (12) установлено недавно в работе [7], где также найден тепловой поток вдоль направления неоднородности. Согласно [7], непотенциальная часть теплового потока является причиной неколлинеарности потока градиенту эффективной температуры электронов. Как видно из сравнения формул (11), (12), имеющих различные знаки и величину, степень неколлинеарности существенно зависит

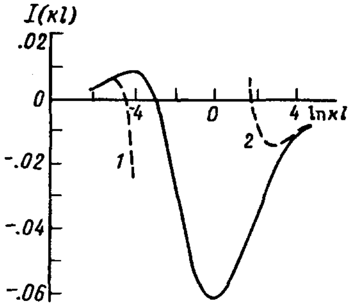

Рис.1

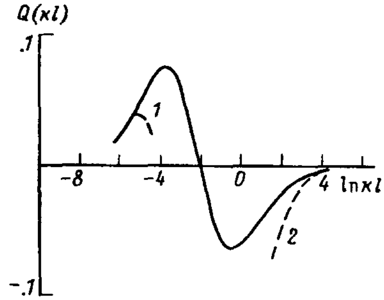

Рис.2

Рис.1. Безразмерный вихревой ток $I(kl)$ как функция параметра нелокальности kl. Кривые 1 и 2 отвечают асимптотическим аналитическим результатам $I_1(kl)$ (8) и $I_2(kl)$ (10)

Рис.2. Безразмерный вихревой электронный тепловой поток $Q(kl)$ как функция параметра kl. Кривые 1 и 2 отвечают зависимостям $Q_1(kl)$ (11) и $Q_2(kl)$ (12)

от величины параметра нелокальности kl. Последнее особенно ясно из рис.2, на котором приведен установленный численно безразмерный вихревой тепловой поток электронов $Q(kl)$, определяемый соотношениями

$$q_\alpha = \frac{i}{\sqrt{2\pi}} nmv_T V_{\alpha z} Q(kl),$$

$$Q(kl) = -i \int_0^\infty du\, u^2(3-u)e^{-u} \int_{-1}^{1} d\xi g(v_T\sqrt{2u}, \xi).$$

На рис.2 приведены также функции $Q_1(kl) = (128kl/15)[1-(80kl)^2]$ и $Q_2(kl) = -1/3kl$, отвечающие аналитическим результатам (11) и (12). Как видно из рис.2, аналитические зависимости дают хорошую точность при $kl < 0,01$ и $kl > 10$. В переходной области значений параметра нелокальности вихревой тепловой поток обращается в нуль при $kl \sim 0,1$ и имеет два экстремума противоположного знака. Эти экстремальные значения весьма значительно превышают те оценки, которые отвечают асимптотическим формулам как для малых, так и для больших kl.

Приведенные выше аналитические и численные результаты исследования электронных вихревых потоков, возникающих при обратном тормозном поглощении высокочастотного поля, охватывают весь диапазон возможных значений параметра нелокальности kl. Полученные зависимости позволяют анализировать как возможность генерации магнитного поля из-за возбуждения вихревого тока, так и возможные отклонения теплового потока от направления убывания эффективной температуры электронов.

Работа выполнена в рамках проекта 94-02-03631 Российского фонда фундаментальных исследований.

---

1. M.G.Hains, In: *Inertial Confinement Fusion*, Ed. K.A.Brueckner, AIP, New York, (1992).
2. I.B.Bernstein, C.E.Max, and J.J.Thomson, Phys. Fluids **21**, 905 (1978).
3. I.P.Shkarofsky, Phys. Fluids **23**, 52 (1980).
4. А.Ш.Абдуллаев, Ю.М.Алиев, В.Ю.Быченков, А.А.Фролов, ЖЭТФ **94**, 133 (1988).
5. К.Н.Овчинников, В.П.Силин, С.А.Урюпин, Физика плазмы **17**, 1116 (1991).
6. В.И.Перель, Я.М.Пинский, ЖЭТФ **54**, 1889 (1968).
7. В.П.Силин, Письма в ЖЭТФ, **60**, 766 (1994).