Письма в ЖЭТФ, том 39, вып.6, стр. 264 – 267 25 марта 1984 г.

ФАЗОВАЯ ДИАГРАММА ДИССИПАТИВНОЙ КВАНТОВОЙ СИСТЕМЫ

С.А.Булгадаев

Для диссипативной квантовой системы, находящейся при $T \to 0$ в периодическом потенциале, построена фазовая диаграмма и найдены низкочастотные асимптотики корреляционных функций. Показано, что в зависимости от величины коэффициента трения система может находиться в локализованном или делокализованном состоянии.

В последнее время привлекло внимание квантовое поведение макроскопических объектов в среде с диссипацией [1 – 5]. При этом особый интерес представляет влияние диссипации на свойства системы находящейся в потенциале с несколькими минимумами. Такая система описывается эффективным „эвклидовым" (с „мнимым" временем) функционалом [1 – 3,5,6]

$$Z = \int Dq e^{S_{eff}}, \; S_{eff} = S_0 + S_{int}, \; S_{int} = \int_{-1/2T}^{1/2T} d\tau V(q),$$

$$S_0 = \frac{1}{2}\int_{-1/2T}^{1/2T} d\tau \left[m\dot{q}^2 + \frac{\eta}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \left(\frac{q_\tau - q_{\tau'}}{\tau - \tau'}\right)^2 \right] = S_K + S_D, \tag{1}$$

где m – эффективная масса, η – коэффициент трения, $V(q)$ – потенциал, T – температура среды, $q(-1/2T) = q(1/2T)$.

В случае потенциалов с невырожденными минимумами главный интерес представляет более точный учет влияния диссипативного члена S_D на распад метастабильного состояния [1 – 3,6]. В случае же потенциалов с вырожденными (или близкими к этому) минимумами, из-за возможности многократного туннелирования и нелокальности S_D, между разными туннельными траекториями возникает эффективное дальнодействующее взаимодействие, что делает задачу многочастичной [4,5].

Мы исследуем систему (1) при $T \to 0$ и периодическом потенциале. Этот случай уже был рассмотрен в предварительной форме в [7], где была отмечена возможность существования в системе двух фаз (см. также [8]): локализованной и делокализованной. Однако, приведенная в [7] фазовая диаграмма неверна, так как она основывается на фазовой диаграмме классического одномерного ln-газа, содержащего нейтральные конфигурации только с чередующимися противоположными зарядами [9], которая отличается от фазовой диаграммы адекватного рассматриваемой системе ln-газа со всеми нейтральными зарядовыми конфигурациями [8]. Мы приведем исправленную фазовую диаграмму, а также найдем низкочастотные асимптотики корреляционных функций и подвижности в разных фазах.

Пусть $V(q) = -g\cos kq + Fq$, где F пока произвольная, зависящая от τ, сила. В дальнейшем будем считать, оставляя $V(q)$ без изменения, что

$$S_0 = \frac{1}{2}\iint q_\tau \Box_{\tau\tau'} q_{\tau'} d\tau d\tau' = \frac{1}{2}\int \frac{d\omega}{2\pi} |q_\omega|^2 [m\omega^2 + \eta|\omega|] \tag{2}$$

так как $S_D \equiv \frac{1}{2}\iint q_\tau \alpha_{\tau\tau'} q_{\tau'} d\tau d\tau' > 0$, а также обезразмерим q включением в него k, при этом $\eta \to \bar{\eta} = \eta/k^2$, $m \to \bar{m} = m/k^2$, $F \to \bar{F} = F/k$. Из (2) следует, что в определении асимптотических по τ свойств модели (1) главную роль играет нелокальная, диссипативная часть „кинетической" энергии S_D. Ей соответствует пропагатор с дальнодействующим ядром

$$\square^{-1}(\tau) \cong -(\pi\bar{\eta})^{-1} \ln|\tau|, \quad \tau \gg m/\eta.$$

Поэтому низкочастотные свойства модели (1) с периодическим потенциалом совпадают с длинноволновыми свойствами классического одномерного ln-газа с зарядами $e = \pm 1$, содержащего все нейтральные зарядовые конфигурации [7, 8] $\int d\tau\, \rho_N(\tau) \equiv \sum_1^N e_i \int \delta(\tau - \tau_i) d\tau =$

$$Z = \sum_0^{\infty} \frac{z^N}{N!} \sum_{\{\rho_N\}}{}' \int \prod_{i=1}^{N} d\tau_i \exp\left\{ -\frac{1}{2} \iint (\rho + iF)_\tau \square^{-1}_{\tau\tau'} (\rho + iF)_{\tau'} \right\}, \tag{3}$$

где $z = g/2$, $\int d\tau F = 0$, а $\sum'_{\{\rho_N\}}$ означает суммирование по всем нейтральным конфигурациям, при этом обратная температура ln-газа $\beta = (\pi\bar{\eta})^{-1}$.

Систему (1) или (3) можно исследовать методом ренорм-группы (РГ) при $gm/\eta \ll 1$ [8], причем m/η будет играть роль масштаба a, обрезающего логарифмическое поведение $\square^{-1}(\tau)$. Уравнения РГ имеют вид $(F = 0)$ [8]

$$\frac{dv}{dl} = -v + \frac{2}{3\pi\bar{\eta}} u^2, \quad \frac{du}{dl} = xu - Bu^3, \quad l = da/a, \quad a(l = 0) = m/\eta, \tag{4}$$

где $v = \bar{m}/a$, $u = ga$, $x = 1 - 1/2\pi\bar{\eta}$, $B = 16/3$. Из (4) следует, что при $u \ll 1$ переменная v несущественна и что $\bar{\eta}$ (или β) не ренормируется, в отличие от случая одномерного ln-газа с только чередующимися зарядами [9]. Свойства системы (1) определяются величиной коэффициента трения $\bar{\eta}$. При $\bar{\eta} < \bar{\eta}_c = 1/2\pi$ $(x < 0)$ потенциал несущественен и поведение системы при $\tau \to \infty$ $(\omega \to 0)$ определяется „диссипатонами" со спектром $\bar{\eta}|\omega|$ (они аналогичны спиновым волнам низкотемпературной фазы XY-модели) и медленно убывающим коррелятором $({}^1/_T \gg |\tau - \tau'| \gg m/\eta)$

$$\langle q_\tau q_{\tau'} \rangle \sim -(\pi\bar{\eta})^{-1} \ln(|\tau - \tau'| T). \tag{5}$$

Подвижность частицы $\mu(\omega) \equiv \bar{\eta}\,|\omega| \langle qq \rangle_\omega$ [7] в этой фазе при $\omega \to 0$ равна $\mu(\omega) = 1 + 0(|\omega|)$, что соответствует ее делокализации.

При $\bar{\eta} > \bar{\eta}_c$ потенциал становится существенным. В этой области низкочастотный спектр имеет вид $\bar{\eta}|\omega| + \bar{u}\xi^{-1}$, где $\xi \sim \dfrac{m}{\eta} e^{l^*}$ – корреляционная длина, причем $(u_0 = gm/\eta)$

$$l^* = \begin{cases} \dfrac{1}{2x}[C + \ln(1 - \bar{u}^2/u_0^2)], & \text{при } u_0 > \bar{u},\ x \ll 1; \\[2ex] \dfrac{1}{x} \ln \bar{u}/u_0, & \text{при } u_0 \ll u; \end{cases} \tag{6}$$

C – константа порядка 1 и $\bar{u}^2 = x/B$. Такому спектру соответствует коррелятор $(|\tau - \tau'| \gg M^{-1} \equiv \bar{\eta}\xi/\bar{u})$

$$\langle q_\tau q_{\tau'} \rangle \sim -(\pi\bar{\eta})^{-1} [\,si(\tau M)\sin(\tau M) - ci(\tau M)\cos(\tau M)] \sim o((\tau M)^{-\alpha}), \quad \alpha < 1, \tag{7}$$

который осциллируя убывает почти степенным образом. $\mu(\omega) \cong |\omega|/M \to 0$ при $\omega \to 0$ и следовательно в этой фазе имеется слабая (т.е. характеризуемая степенным убыванием коррелятора) локализация.

Как отмечено в [7] другой областью параметров системы (1), допускающей изучение, является область применимости метода перевала $g\bar{m} \gg 1$, $\bar{\eta}^2$. В этой области Z можно аппроксимировать большой статсуммой газа туннельных траекторий – клинков [7]

$$q_{cl}(\tau) = \Sigma e_i f(\tau - \tau_i),\quad f(\tau) = 4\,\mathrm{arctg}\,(e^{\omega_0 \tau}),\quad \omega_0 = (g/\bar{m})^{1/2},\quad e_i = \pm 1,\quad \Sigma e_i = 0,$$

который эффективно эквивалентен газу частиц с зарядами $e_i = \pm 1$, взаимодействующими по логарифмическому закону [4,5,7]

$$Z = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{z^N}{N!} \sum_{\{e_i\}}{}' \int \prod_{i=1}^{N} d\tau_i \exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{i\neq k} e_i e_k \widetilde{\Delta}_{\tau_i \tau_k} - \int d\tau \bar{F} q_{cl}\right\}, \tag{8}$$

где $z = \gamma/2 = \omega_0 \left(\frac{s}{2\pi}\right)^{1/2} e^{-s}$, $s = 8(g\bar{m})^{1/2}$ – действие одного кинка,

$$\widetilde{\Delta}_\tau \equiv \Delta_\tau - \Delta_0 = \int \frac{d\omega}{2\pi}(e^{i\omega\tau} - 1)|f_\omega|^2 \alpha_\omega \cong -4\pi\bar{\eta}\ln(|\tau|\omega_0),\ (\omega_0|\tau|) \gg 1,$$

где $f_\omega = -2\pi i[\omega\,\mathrm{ch}(\pi\omega/2\omega_0)]^{-1}$. (8) можно представить в виде

$$Z = \int D\tilde{q}\, e^{-S_{\text{эфф}}},\quad S_{\text{эфф}} = \frac{1}{2}\int\int[\tilde{q}_\tau \Delta^{-1}_{\tau\tau'} \tilde{q}_{\tau'} - F_\tau \alpha^{-1}_{\tau\tau'} F_{\tau'}] + \int d\tau\, \widetilde{V}(\tilde{q}), \tag{9}$$

где $\widetilde{V}(\tilde{q}) = -\gamma\cos\tilde{q} - \bar{q}\bar{F}$, $\bar{q}_\tau = \int \frac{d\omega}{2\pi} e^{i\omega\tau} \tilde{q}_\omega f^{-1}_\omega \alpha^{-1}_\omega$. Из (3), (8) или (1, 9) следует, что система (1) в низкочастотном пределе является самодуальной относительно преобразований [7]

$$2\pi\bar{\eta} \to 1/2\pi\bar{\eta},\quad gm/\eta \to \gamma/\omega_0, \tag{10}$$

имеющих неподвижную точку $\bar{\eta}^* = {}^1/{}_2\pi$, $s^* \cong 1,5$ [7], которая лежит вне области применимости разложения (8), но попадает на границу применимости разложения (3), так как $g^*m^*/\eta^* \cong 0,2$.

Применение РГ к (8), (9), справедливое при $\gamma/\omega_0 \ll 1$, дает для корреляционной длины, спектра и коррелятора эффективной координаты $\tilde{q}$ выражения, совпадающие с полученными выше, с учетом замены (10). При этом значение $\bar{\eta}_c = \bar{\eta}^*$, остается неизменным и следовательно, критическая линия $\bar{\eta} = 1/2\pi$ переходит в себя при преобразовании дуальности. Для нахождения свойств системы (1) нужна связь между корреляторами $\langle qq\rangle_\omega$ и $\langle\tilde{q}\tilde{q}\rangle_\omega$. Она имеет вид

$$\langle qq\rangle_\omega = \alpha^{-1}_\omega[1 - \alpha^{-1}_\omega |f_\omega|^{-2} \langle\tilde{q}\tilde{q}\rangle_\omega];\quad \mu(\omega) \underset{\omega\to 0}{\cong} 1 - \tilde{\mu}(\omega). \tag{11}$$

При $\bar{\eta} > \bar{\eta}_c$ получаем

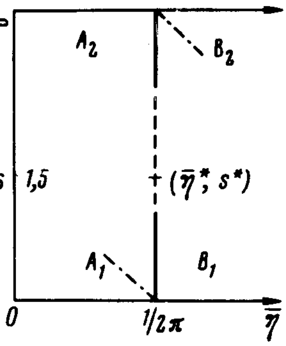
$$\langle qq\rangle_\omega \cong O(1/\eta)\quad \mu(\omega) \cong O(|\omega|). \tag{12}$$

Таким образом эта фаза на языке исходной системы (1) является локализованной. Эффективно, каждое туннелирование в ней сопровождается обратным туннелированием, а вероятность любого нескомпенсированного туннелирования стремится к нулю $\gamma(T) \sim \gamma_0 (T/\omega_0)^{-2\pi\bar{\eta}}$.

В результате частица застревает в окрестности какого-нибудь минимума. При $\bar\eta < \bar\eta_c$ имеем

$$<qq>_\omega = (\bar\eta\,|\omega|)^{-1}\,[1-(4\pi^2 M)^{-1}\,|\omega| + \ldots], \quad \mu(0)=1 \qquad (13)$$

и следовательно частица делокализована. Это является следствием того, что в этой фазе вероятности нескомпенсированных туннелирований растут при увеличении масштаба. Отметим, что найденные статические подвижности совпадают с предположенными в [7].



Фазовая диаграмма. Фазы A_1, A_2 – делокализованы, фазы B_1, B_2 – локализованы. Штриховая линия – интерполяция границы раздела фаз в окрестность неподвижной точки ($\bar\eta^*$, s^*), штрих-пунктирные – границы раздела фаз по Шмидту [7]

В результате получается фазовая диаграмма (рисунок). Стóит заметить, что хотя проведенный РГ анализ ничего не говорит о наличии дополнительной структуры фазовой диаграммы в окрестности неподвижной точки $(\bar\eta^*, s^*)$, нельзя полностью исключить ее возможность. Если же дополнительная структура существует, она должна быть симметричной относительно преобразования дуальности (10).

В заключение посмотрим как располагаются области параметров джозефсоновских контактов на диаграмме. В этом случае $g = I_c/2e$, $\bar\eta = \hbar/4e^2R$, $\bar m = \hbar C/4e^2$, где I_c, R, C – критический ток, шунтирующее сопротивление и емкость контакта. Интенсивность затухания в контактах обычно характеризуют отношением $\omega_0/\omega_c = \bar\eta\,(g\bar m)^{-1/2}$. Отсюда следует, что области применимости разложений (3) и (8) при $\bar\eta \sim 1$ соответствуют режимам сильного и слабого затухания. Для туннельных переходов $\omega_0/\omega_c \cong 10^{-1} \div 10^{-3}$, а для точечных контактов $\omega_0/\omega_c \gg 1$.

Литература

1. *Caldeira A.O., Legget A.J.* Phys. Rev. Lett., 1981, **46**, 2118.
2. *Ambegaokar V., Eckern U., Schon G.* Phys. Rev. Lett., 1982, **48**, 1745.
3. *Ларкин А.И., Овчинников Ю.Н.* ЖЭТФ, 1983, 85, 1510.
4. *Chakravarty S.* Phys. Rev. Lett., 1982, **49**, 681.
5. *Bray A.J., Moore M.A.* Phys. Rev. Lett., 1982, **49**, 1545.
6. *Ларкин А.И., Овчинников Ю.Н.* Письма в ЖЭТФ, 1983, **37**, 322; *Мельников В.И., Мешков С.В.* Письма в ЖЭТФ, 1983, **38**, 111.
7. *Schmid A.* Phys. Rev. Lett., 1983, **51**, 1506.
8. *Булгадаев С.А.* ТМФ, 1982, **51**, 424; Phys. Lett., 1981, **86A**, 213.
9. *Anderson P.W., Yuval G., Hamann D.R.* Phys. Rev., 1970, **B1**, 4464.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
16 декабря 1983 г.