*Письма в ЖЭТФ, том 20, вып. 2, стр. 95 – 97* *20 июля 1974 г.*

# ВЫВОД УРАВНЕНИЯ ТИПА БИБЕРМАНА –ХОЛСТЕЙНА ДЛЯ НЕРАВНОВЕСНО ИЗЛУЧАЮЩЕГО ДВУХАТОМНОГО ГАЗА

*М.А.Ельяшевич, В.И.Круглов, Ю.В.Ходыко*

Задача о распределении плотности колебательной энергии двухатомного газа сведена к проблеме рассеяния полностью некогерентного излучения.

При пониженных давлениях и достаточно высоких температурах активных степеней свободы молекул плотность колебательной энергии двухатомного газа может сильно отличаться от равновесной за счет потери колебательной энергии радиационным путем. Описание неравновесного излучения двухатомного газа возможно на основе пары кинетических уравнений, первое из которых в приближении "узкой полосы" описывает перенос излучения в среде с функцией источника, зависящей от заселенности колебательных степеней свободы, а второе определяет плотность колебательной энергии с учетом самого излучения [1, 2]:

$$\mathbf{n}\nabla I_\nu = \kappa_\nu (I_\nu^0 - I_\nu), \tag{1}$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{\epsilon^0 - \epsilon}{\tau^0} - \frac{1}{\rho}\nabla \int_0^\infty \mathrm{S}_\nu \, d\nu. \tag{2}$$

Здесь

$$I_\nu^0 = q\nu^3\epsilon, \quad q = \frac{2m}{c^2\nu_v}. \tag{3}$$

Рассмотрим для простоты бесконечный плоский слой неравновесного газа толщины $2a$ с фиксированным давлением и температурой активных степеней свободы. Учитывая, что при низких давлениях отдельные колебательно-вращательные линии не перекрываются, из (1) – (3) можно получить следующее уравнение для плотности колебательной энергии:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau}\right)\epsilon(\xi) = \int_0^1 K(|\xi - \zeta|)\,d\zeta + \Phi(\xi), \tag{4}$$

где

$$K(\xi) = \frac{\pi q d}{a\rho} \sum_{ja} \tau_{ja}^2 \nu_{ja}^4 \int_{-\infty}^{+\infty} \phi^2(\omega) E_1[\xi \tau_{ja} \phi(\omega)]\,d\omega, \tag{5}$$

$$\frac{1}{\tau^*} = \frac{2^{5/2}(\pi kT)^{3/2}}{aPm^{1/2}}\left(\frac{\nu_v}{c}\right)^3 \sum_{ja} \tau_{ja}\left(\frac{\nu_{ja}}{\nu_v}\right)^4, \quad \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau^0} + \frac{1}{\tau^*}. \tag{6}$$

Здесь $\tau_{ja}$ – оптическая глубина поперек слоя в центре линии ветви $a$ с вращательным квантовым числом $j$, $\phi(\omega)$ – форма линии, которую при низких давлениях можно положить допплеровской, $d = (2kT/mc^2)^{1/2}$. Ядро (5) можно представить в следующем виде:

$$K(\xi) = \frac{\pi^{3/2} q d \nu_v^4}{a\rho} \int_0^\infty U(x) W\left(\frac{\xi}{x}\right)\frac{dx}{x}, \tag{7}$$

Причем

$$W(z) = \sum_{ja} \tau_{ja}^2 \left(\frac{\nu_{ja}}{\nu_v}\right)^4 e^{-z\tau_{ja}}. \tag{8}$$

Введем некоторую среднюю оптическую глубину $\sigma$ поперек слоя в центрах линий, тогда можно записать приближенное уравнение для $W$:

$$\frac{dW(z)}{dz} = -\sum_{ja} \tau_{ja}^3 \left( \frac{\nu_{ja}}{\nu_v} \right)^4 e^{-z\tau_{ja}} \approx -\sigma W(z) . \qquad (9)$$

Для определения $\sigma$ используем граничные условия:

$$W(0) = W_1(0), \quad \int_0^\infty W(z)dz = \int_0^\infty W_1(z)\,dz. \qquad (10)$$

Здесь $W_1$ – решение уравнения (9). Заменяя в ядре (7) $W$ на $W_1$, после несложных преобразований получим для распределения плотности колебательной энергии уравнение типа Бибермана – Холстейна [3]

$$\left(\tau \frac{\partial}{\partial t} + 1\right)\epsilon(x) = \frac{R^*}{2} \int_0^\sigma G(|x-y|)\,\epsilon(y)dy + (1-R^*)\epsilon^0 + \Psi(x), \qquad (11)$$

где

$$G(x) = \pi^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi^2(\omega) E_1[x\phi(\omega)]d\omega,$$

$$R^* = \frac{1/\tau^*}{1/\tau^* + 1/\tau^0}, \quad \sigma = \frac{\sum_{ja} \tau_{ja}^2 \nu_{ja}^4}{\sum_{ja} \tau_{ja} \nu_{ja}^4} .$$

Здесь $\Psi(x)$ – источник внешнего излучения. Нетрудно показать, что $R^*$ имеет смысл вероятности радиационной дезактивации. Заметим, что $R^*$ имеет определенное сходство с альбедо однократного рассеяния. Таким образом задача неравновесного излучения двухатомного газа в приближении (9, 10) формально сводится к задаче о рассеянии полностью некогерентного света. Эта аналогия позволяет, например, выписать общее решение задачи через $X$ и $Y$ функции [4] и тем самым найти спектральную плотность интенсивности излучения в любой точке пространства.

Институт физики
Академии наук Белорусской ССР

Поступила в редакцию
3 июня 1974 г.

## Литература

[1] S.E.Gilles, W.G.Vincenti. JQSRT, 10, 71, 1970.

[2] В.И.Круглов, Ю.В.Ходыко. ЖПС, 19, 404, 1973.

[3] Л.М.Биберман. ЖЭТФ, 17, 416, 1947.

[4] В.В.Иванов. Перенос излучения и спектры небесных тел. М., изд. Наука, 1969.