Письма в ЖЭТФ, том 20, вып. 3, стр. 153 – 158   5 августа 1974 г.

ТЕОРИЯ РЕЗОНАНСНОГО УСКОРЕНИЯ ИОНОВ СИЛЬНОТОЧНЫМ РЕЛЯТИВИСТСКИМ ПУЧКОМ

В.П.Индыкул, И.П.Панченко, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко

Построена теория резонансного ускорения ионов волной с отрицательной энергией, распространяющейся в релятивистском электронном пучке.

Достигнутые в последнее время успехи в создании сильноточных релятивистских пучков и генерирование с их помощью монохроматических СВЧ колебаний большой мощности открыли новые возможности в осуществлении коллективного метода ускорения заряженных частиц в плазме, предложенного Файнбергом [1].

Одна из таких возможностей была рассмотрена Слоаном и Драммондом [2] и состоит в использовании для резонансного ускорения ионов волны с отрицательной энергией, распространяющейся в замагниченном электронном пучке. Для такой волны возможен одновременный резонанс с электронным пучком на аномальном эффекте Допплера $\omega = k_z v_0 - \omega_{He}$ и черенковский резонанс с ионами $\omega = k_z u$. Ускорение ионов полем волны с отрицательной энергией должно приводить к росту ее амплитуды, т. е. к неустойчивости [3]. Настоящая работа посвящена разработке теории такого метода ускорения.

В электростатическом приближении $\omega << k_z c$ неустойчивость, возникающая при взаимодействии волны плотности заряда электронного пучка с ускоряемыми ионами, описывается дисперсионным уравнением

$$\epsilon_e(\omega, \mathbf{k}) = \frac{\omega_{pi}^2}{(\omega - k_z u)^2}\, 0{,}6(k_\perp a)^2 \frac{k_z^2}{k^2}, \qquad (1)$$

где

$$\epsilon_e(\omega,\ \mathbf{k}) = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\gamma^2(\omega - k_z v_o)^2}\ \frac{k_z^2}{k^2} - \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - k_z v_o)^2 - \omega_{He}^2}\ \frac{k_\perp^2}{k^2},$$

$\omega_{He} = \dfrac{eH_o}{m_e c\gamma}$, $\omega_{pe}^2 = \dfrac{4\pi e^2 n_{oe}}{m_e\gamma}$, $\omega_{pi}^2 = \dfrac{4\pi e^2 n_{oi}}{m_i}$; $n_{oe} n_{oi}$ – соответственно плотности электронного и ионного пучков, γ – релятивистский фактор, a – радиус ионного пучка, который предполагается движущимся по оси электронного (ввиду малости поперечных полей на оси мы учитываем только продольное движение ионов).

Решение уравнения (1) для случая сильного магнитного поля $\omega_{He} >> \omega_{pe}$ имеет вид:

$$\omega = \left(\omega_{He} + \frac{\omega_{pe}^2}{2\omega_{He}}\ \frac{k_\perp^2}{k^2}\right)\left(\frac{v_o}{u} - 1\right)^{-1},\quad k_z = \frac{\omega}{u} + \kappa,$$

$$\kappa = -\frac{1+i\sqrt{3}}{2^{4/3}}\ \frac{\omega_{He}}{v_o}\ \delta^{1/3}, \tag{2}$$

где обозначено

$$\delta = 0{,}6\frac{k_\perp^4}{k^4}\ \frac{n_{oi} m_e v_o^2\gamma}{n_{oe} m_i u^2}\ \frac{\omega_{pe}^4}{\omega_{He}^4}\ \frac{\omega^2 a^2}{u^2} << 1.$$

Из (2), в частности следует, что фазовая скорость волны, возбуждаемой при неустойчивости, больше скорости ионов, и ионный поток при неустойчивости должен ускоряться. При постоянной фазовой скорости волны такое ускорение происходит на величину $\Delta u \sim u\dfrac{|\kappa|}{k_z}$, после чего захват ионов полем волны препятствует дальнейшему увеличению их скорости.

Для обеспечения непрерывного ускорения ионов необходимо, как и в обычных ускорителях, увеличить фазовую скорость волны синхронно со скоростью ускоряемых частиц. Из (2) следует, что при $v_o >> u$ этого можно достичь путем изменения магнитного поля по закону $H \sim 1/u_s$ (u_s – скорость синхронно движущихся с волной ионов). Поскольку магнитный поток через сечение пучка должен сохраняться, то при движении в спадающем магнитном поле плотность в пучке изменяется $n \sim H$.

Нелинейная динамика неустойчивости, приводящая к ускорению ионов, может быть исследована методом частичного численного моделирования [4, 5], в котором электронный пучок считается средой с заданной диэлектрической постоянной $\epsilon_e(\omega,\ \mathbf{k})$, а движение резонансных ионов в поле волны существенно нелинейно.

В этом приближении электрический потенциал ускоряющей волны записывается следующим образом:

$$\phi(t,\mathbf{r}) = \phi(z) I_0(k_\perp r)\cos\left(\int_0^z k_z dz - \omega t + a(z)\right).$$

Система уравнений для определения закона изменения амплитуды и фазы поля $\phi(z)$, $a(z)$, и скорости ионов $u(z)$ в безразмерных переменных

$$\zeta = \kappa_0 z, \quad \psi = \frac{e\phi\omega^2}{m_i \kappa_0^2 u^4(0)}, \quad \tau = \frac{\omega}{2\pi}\left(t - \frac{z}{u(0)}\right), \tag{3}$$

$$\frac{d\tau}{d\zeta} = -\frac{u-u(0)}{\nu u}, \quad \kappa_0 = \delta^{1/3}(0)\frac{\omega_H(0)}{v_0} \tag{4}$$

имеет вид

$$\frac{d\psi}{d\zeta} = C(\zeta)\int_{-1/2}^{1/2}\left(1+\nu\frac{d\tau}{d\zeta}\right)\sin\Phi\, d\tau_0,$$

$$\psi\frac{da}{d\zeta} = C(\zeta)\int_{-1/2}^{1/2}\left(1+\nu\frac{d\tau}{d\zeta}\right)\cos\Phi\, d\tau_0, \tag{5}$$

$$\frac{d^2\tau}{d\zeta^2} = -\frac{1}{2\pi}\left(1+\nu\frac{d\tau}{d\zeta}\right)^3\left(1+\frac{\nu}{2\pi}\lambda(\zeta)\right)\psi\sin\Phi,$$

$$\int_0^\zeta \lambda(\zeta)\, d\zeta = \Phi_s + 2\pi\tau_s - a.$$

Здесь $\mu = \dfrac{k_\perp^2(0)}{k_z^2(0)}$, $\nu = 2\pi\dfrac{\kappa_0}{k_z(0)}$ – параметры задачи, $C(\zeta) = \left(\dfrac{1+\mu}{1+\mu+\dfrac{\nu}{2\pi}\lambda(\zeta)}\right)^2$, $\Phi = a - 2\pi\tau + \int\lambda\, d\zeta$, $\lambda = \dfrac{k_z(z)-k_z(0)}{\kappa_0}$. Закон, по которому изменяется волновое число вдоль системы, находится из условия синхронизма (последнее из уравнений (5)) – фаза поля, действующая на синхронную частицу остается постоянной и равной Φ_s. Значение Φ_s при интегрировании уравнений (5) выбиралось из условия захвата максимального числа ионов в синхронное движение.

Результаты численного интегрирования системы уравнений (5) приведены на рис. 1, 2. При $\psi \ll 1$ имеет место экспоненциальный рост по ζ амплитуды поля, соответствующий линейной теории. В случае постоянной фазовой скорости волны при $\psi \sim 1$ должна происходить стабилизация неустойчивости. При наличии синхронизма амплитуда продолжает монотонно нарастать с ζ, при достаточно больших ζ величины ψ и $u_s \sim \sqrt{\zeta}$. На фазовой плоскости (см. рис. 2) неустойчивость приводит к разбиению ионного пучка на сгустки частиц, колеблющиеся относительно синхронной фазы $\Phi_s \approx 0,8\,\pi$[1] и ускоряемые полем волны. При этом в синхронное движение захватывается до 80% частиц пучка. Как обычно в линейных ускорителях, ускорение синхронной частицы сопровождается затуханием фазовых колебаний и стягиванием сгустка (см. [6]). В этих условиях одномодовый режим, создаваемый, как обычно, путем предварительной модуляции электронного пучка, оказывается устойчивым – сателлитная неустойчивость [7] не развивается и происходит нарастание амплитуды только той волны, для которой выполнено условие синхронизма[2].

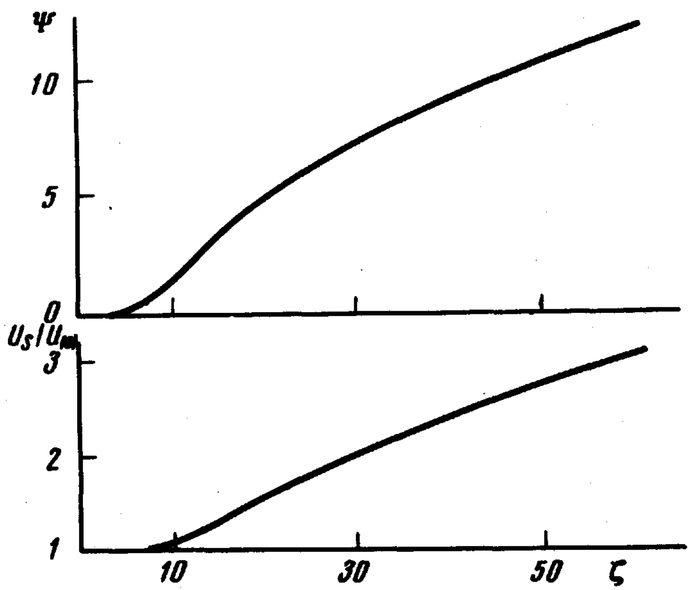

Рис. 1. Зависимость скорости ионов и амплитуды потенциала от расстояния в условиях синхронного взаимодействия

[1] При выбранной форме поля фазовая и радиальная устойчивость ускоряемых частиц имеет место при $\pi/2 < \Phi < \pi$.

[2] Для черенковской гармоники волны плотности заряда $\omega \approx k_z v_0 - \dfrac{\omega_{pe}}{\gamma}$ также не выполнено условие синхронизма с ионами и эта волна не влияет существенно на процесс ускорения.

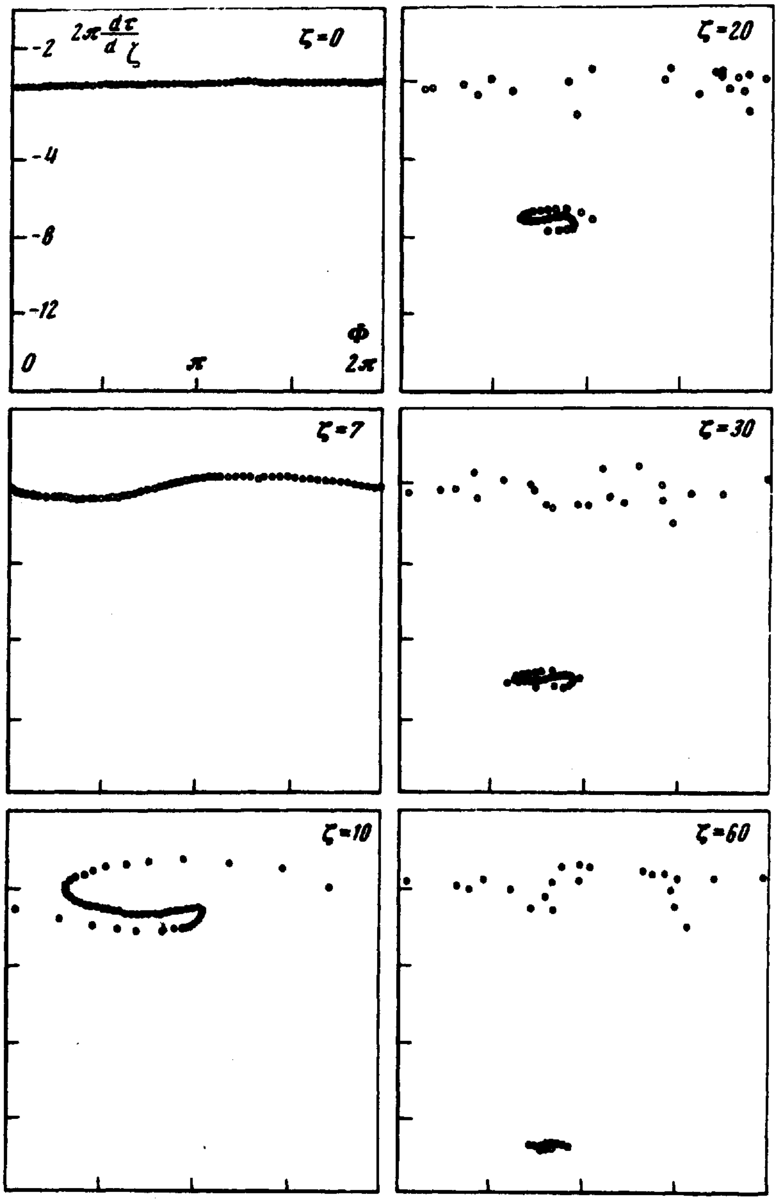

Рис. 2. Фазовая плоскость ионного пучка

При достаточно больших ζ, когда бо́льшая часть ионов захватывается в синхронные сгустки, закон, по которому происходит их ускорение, может быть найден путем интегрирования простых уравнений, описывающих синхронное движение ионов и сохранение потока энергии в системе ионный пучок + волна в среде с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_e(\omega, \mathbf{k})$:

$$\frac{k_\perp^2 \phi^2}{8\pi} - 0{,}3\, n_{0i}\, m_i\, u_s^2\, \frac{\omega_{pe}^2(0)}{\omega_H^2(0)}\, k_\perp^2 a^2 = \text{const}\,, \qquad (6)$$

$$m_i u_s \frac{du_s}{dz} = \frac{e\omega}{u_s} \phi \sin \Phi_s. \qquad (7)$$

Отсюда следует, что при $u_s < c$ энергия ионов растет по закону

$$\frac{u_s^2}{u^2(0)} \approx 0{,}7 \frac{k^2(0)}{k_\perp^2(0)} \sin \Phi_s \, \eta^{1/2} \delta^{1/2}(0) \frac{\omega_H(0)}{v_0} z. \qquad (8)$$

Здесь η – коэффициент захвата ионов. Стабилизация неустойчивости и прекращение ускорения происходит в результате выхода электронного пучка из резонанса с волной при величине торможения $\Delta v_z \sim \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_H k_z}$.

Максимальное значение мощности, передаваемой ионной компоненте, определяется соотношением

$$W_i \approx \begin{cases} n_{oe} m_e c^3 \gamma \times 2\gamma^2 \dfrac{\omega\omega_{pe}^2}{\omega_H^3}, & \text{при } \dfrac{\omega_{pe}\gamma}{\omega_H} < 1 \\ n_{oe} m_e c^3 \gamma \times \dfrac{2\omega}{\omega_H} & \text{при } \dfrac{\omega_{pe}\gamma}{\omega_H} > 1 \end{cases}, \qquad (9)$$

Из формул (8) и (9) следует, что с помощью электронного пучка с параметрами $I_e = 10^5$ *а*, $E_e = 3 \cdot 10^6$ *эв* и длительностью импульса $\tau \approx 10^{-6}$ *сек* можно создать ускоритель протонов с энергией на выходе $E_p = 3 \cdot 10^8$ *эв* числом частиц в импульсе $N_p \approx 2 \cdot 10^{15}$ при длине ускорителя $L \approx 5$ *м* и изменении магнитного поля на этой длине от 10^5 до $3 \cdot 10^3$ *э*. Отметим, что рассмотренный метод может быть с одинаковой эффективностью применен как для ускорения протонов, так и многозарядных ионов.

Авторы благодарны Я.Б.Файнбергу за полезное обсуждение результатов работы.

Поступила в редакцию
17 апреля 1974 г.

Литература

[1] Я.Б.Файнберг. Proc. Symp. CERN, 1, 84, 1956.

[2] M.L.Sloan, W.E.Drummond. Phys. Rev. Lett., 31, 1234, 1974.

[3] Б.Б.Кадомцев, А.Б.Михайловский, А.В.Тимофеев. ЖЭТФ, 47, 2266, 1964.

[4] И.Н.Онищенко, А.Р.Линецкий, Н.Г.Мациборко, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко. Письма в ЖЭТФ, 12, 407, 1970.

[5] Th. O'Neil, J.H.Winfrey, J.H.Malmberg. Phys. Fluids, 14, 1204, 1971.

[6] Я.Б.Файнберг. Сб. Теория и расчет линейных ускорителей стр. 19, Госатомиздат, Москва 1962.

[7] W.L.Kruer, L.M.Dawson, R.N.Sudan. Phys. Rev. Lett., 23, 838, 1969.