Письма в ЖЭТФ, том 19, вып. 5, стр. 249 – 253 *5 марта 1974 г.*

О НЕЛИНЕЙНОЙ СТАДИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ ВОЛН В ПЛАЗМЕ

В.Е.Захаров, С.Л.Мушер, А.М.Рубенчик

Исследуются спектры ленгмюровской турбулентности возбуждающейся высокочастотным электрическим полем. Показано, что при больших амплитудах внешнего поля распределение колебаний существенно нестационарно. Это приводит к осцилляторному характеру поглощения энергии в плазме.

1. При наложении на однородную изотропную плазму периодического электрического поля $E = E_0 \cos \omega_0 t$ $(\omega_0 \gtrsim \omega_p)$ достаточно большой амплитуды происходит параметрическое возбуждение плазменных волн [1 – 5]. При $T_i \lesssim T_e$ наиболее сильная параметрическая неустойчивость приводит к нарастанию волн вблизи поверхности в k-пространстве, описываемой уравнением

$$\omega_0 = \omega_k + s\,|k|\,. \tag{1}$$

Здесь $\omega_k = \omega_p\,(1 + {}^3/_2 k^2 r_D^2)$ - закон дисперсии лэнгмюровских волн, $s = \sqrt{T_e/M}$ – скорость ионного звука. При не слишком больших амплитудах поля $\left(\dfrac{E_0^2}{8\pi n T_e} < \sqrt{\dfrac{m}{M}}\, k^* r_D \left(\dfrac{\gamma_s}{s\,k^*}\right)^2,\right.$ γ_s – затухание ионного звука, $k_{dif} << k^* << \dfrac{1}{r_D}$ – характерное волновое число возбуждаемых волн, $\left.k_{dif} = \sqrt{(m/M)}(1/r_D)\right)$ основную роль в нелинейном ограничении неустойчивости играет индуцированное рассеяние лэнгмюровских волн на ионах плазмы. Этот процесс приводит к потоку энергии волн в область малых волновых чисел. При не слишком больших инкрементах параметрической неустойчивости $\Gamma_k < \gamma_л (k^*/k_{dif})$ диссипация энергии лэнгмюровских волн обеспечивается за счет линейного (столкновительного) их затухания $\gamma_л$, при $\Gamma_k >> \gamma_л (k^* / k_{dif})$ диссипация энергии происходит в области малых волновых чисел и обеспечивается нелинейным диссипационным механизмом – коллапсом лэнгмюровских волн [6]. В этом случае при $k > k^*$ существует область инерционного переноса энергии волн.

Угловая анизотропия инкремента неустойчивости Γ_k приводит к тому, что спектр лэнгмюровских волн является квазиодномерным, и имеет вид симметричных "струй", вытянутых в направлении E_0 (для задач с характерным масштабом $\Delta k >> k_{dif}$ это было доказано в работе [4]). Это позволяет ограничиться рассмотрением одномерной задачи. В одномерном симметричном случае кинетическое уравнение для волн имеет вид

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} = n_k \{ \Gamma_k + \int_0^\infty T(k - k')n_{k'} dk' - \gamma_л \} + \gamma_л n_0 . \qquad (2)$$

Здесь $\Gamma_k = \dfrac{\omega_p E_0^2}{8\pi n T} \phi(\xi)$ –инкремент неустойчивости, $T(\xi) = \dfrac{\omega_p^2}{2n_0 T} \phi(\xi/2)$– – матричный элемент индуцированного рассеяния. $\phi(\xi) = -\phi(-\xi)$ – безразмерная структурная функция, такая, что $T(k - k')$ имеет резкие экстремумы при $k - k' = \pm k_{dif}$. При $T_i / T_e << 1$

$$\phi(\xi) = \mathrm{Im} \frac{1}{4\dfrac{T_i}{T_e}\xi^2 - 1 + \sqrt{\dfrac{2\pi m T_i}{M T_e}}\,\xi}$$

n_0 – амплитуда теплового шума.

2. Уравнение (2) численно моделировалось на ЭВМ, при этом на интервале от $k = k^*$ до $k = 0$ помещалось 100 точек, в области первых десяти точек включалось сильное линейное затухание, гарантировавшее поглощение конденсируемой в области малых волновых чисел энергии. Численный эксперимент показал, что во всех случаях одномерный спектр представляет собой цепочку узких ($\Delta k << k_{dif}$) пиков, расположенных на расстояниях k_{dif} друг от друга[1]. Ширина пиков уменьшается с уменьшением T_i / T_e. При этом можно выделить два случая. При не слишком больших инкрементах неустойчивости $\Gamma / \gamma_л < k^* / k_{dif}$ происходит установление стационарного состояния, представляющего собой линейно убывающую до нуля последовательность пиков (рис. 1). Этот результат согласуется с известными результатами Обермана, Валео и Перкинса [2, 5]. Время установления стационарного состояния обратно пропорционально уровню шума n_0 и имеет порядок $(1/\tau) \sim \gamma_л (n_c / n_0)$, $n_c \approx \Gamma / T$ – характерная амплитуда параметрических волн. При больших превышениях над порогом неустойчивости ($\Gamma / \gamma_л > k / k_{dif}$) установления ста-

[1] Идея о возможности существования спектров такого типа была впервые высказана в работе Кингсеппа и Рудакова [7].

ционарного состояния не происходит, вместо этого наблюдается периодический по времени процесс релаксационного типа, несколько последовательных по времени состояний которого изображены на рис. 2. Энерговыделение в зоне $k \sim k^*$ при этом происходит импульсами, которые затем распространяются в область малых k по цепочке пиков в виде локализованных возбуждений последней. Максимальная амплитуда пиков имеет порядок $n_c \ln(n_c / n_0 \Delta k)$, Δk – ширина пика, временной интервал между пиками – порядок $\sim 1/\gamma_л \ln(n_c / n_0 \Delta k)$. Скорость распространения импульсов имеет порядок $v \sim \Gamma_к k_{dif}$ и слабо зависит от амплитуды шума.

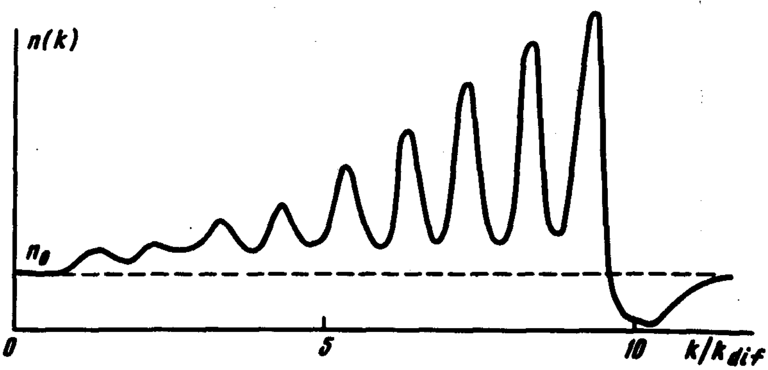

Рис. 1. Распределение n_k при больших временах, $\gamma_л t = 100$. Превышение над порогом $\Gamma_k/\gamma_л = 4{,}37$

3. Существование дискретной цепочки пиков позволяет заменить уравнение (2) конечно-разностным уравнением, имеющим в безразмерных переменных f_n (f_n – амплитуда n-го пика) вид

$$\frac{\partial f_n}{\partial t} = f_n(f_{n+1} - f_{n-1} - \gamma_n + \Gamma_n) + C_n . \tag{3}$$

В инерционной области в пренебрежении линейным затуханием и шумом имеем

$$\frac{\partial f_n}{\partial t} = f_n(f_{n+1} - f_{n-1}). \tag{4}$$

Уравнение (4) имеет точное решение $f_n(t) = f(t - \frac{n}{s} - r_0)$, где

$$f(\xi) = f_0\left(1 + \frac{a}{1 - b + b\,\mathrm{ch}\,\gamma\xi}\right). \tag{5}$$

Здесь f_0, a, r_0 – произвольные параметры, а s, b и γ функции от a и f_0; при $a >> 1$

$$\gamma = 2f_0 a ; \qquad b^2 = \frac{1}{a}; \qquad \frac{\gamma}{s} = \ln a .$$

Решение (5) представляет собой "солитон", распространяющийся в k-пространстве по цепочке пиков. Нестационарный процесс, наблюдавшийся в численном эксперименте при $\Gamma/\gamma_л > k^*/k_{dif}$ можно представить себе как процесс последовательного "отщепления" солитонов из зоны неустойчивости k^* распространения их в инерционной области и "гибели" в области малых волновых чисел. Скорость распространения солитонов $v \sim 2k_{dif}\,\Gamma/\ln\ln(n_c/n_0\Delta k)$. Качественно такой же характер имеет и начальная стадия процесса установления стационарного состояния при $\Gamma/\gamma_л < k^*/k_{dif}$; однако в этом случае солитоны затухают, и останавливаются, не доходя до области малых k.

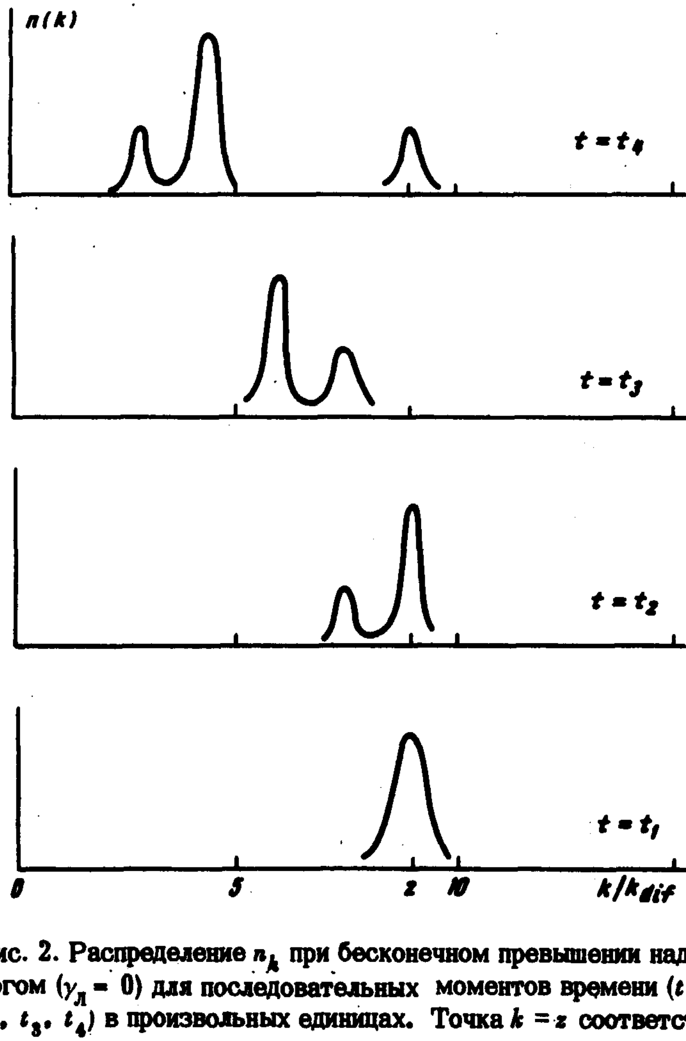

Рис. 2. Распределение n_k при бесконечном превышении над порогом ($\gamma_л = 0$) для последовательных моментов времени ($t = t_1$, t_2, t_3, t_4) в произвольных единицах. Точка $k = z$ соответствует максимуму инкремента

Заметим, что нестационарный характер спектра лэнгмюровских волн должен приводить в экспериментах по параметрическому возбуждению к осцилляциям поглощения энергии высокочастотного поля в плазме. При этом усредненный по времени поток энергии в плазму совпадает с полученным в [4] в рамках диффузионного приближения, и результаты настоящей работы можно рассматривать как исследование тонкой структуры спектров "струйного" типа.

Можно показать, что разностная система (4) является вполне интегрируемой, и что солитон (5) является устойчивым образованием.

Институт автоматики и электрометрии
Академии наук СССР
Сибирское отделение

Поступила в редакцию
4 декабря 1973 г.

Литература

[1] Н.Е.Андреев, А.Ю.Кирий, В.П.Силин. ЖЭТФ, 57, 1024, 1969.

[2] E.Valeo, C. Oberman, F.W.Perkins. Phys. Rev. Lett., 28, 340, 1972.

[3] A.A.Galeev. R.Z.Sagdeev. Nuclear Fusion, 13, 603, 1973.

[4] Б.Н.Брейзман, В.Е.Захаров, С.Л.Мушер. ЖЭТФ, 64, 1297, 1973.

[5] C.Oberman. Доклад в Школе по физике плазмы, Тбилиси, 1972.

[6] В.Е.Захаров. ЖЭТФ, 62, 1745, 1972.

[7] А.С.Кингсеп, Л.И.Рудаков. ЖЭТФ, 58, 582, 1970.