Письма в ЖЭТФ, том 19, вып. 5, стр. 317 – 320 *5 марта 1974 г.*

ВЫЧИСЛЕНИЕ АНОМАЛЬНЫХ РАЗМЕРНОСТЕЙ В НЕАБЕЛЕВЫХ КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЯХ ПОЛЯ

А.А.Белавин, А.А.Мигдал

Найдена функция Гелл-Манна – Лоу и аномальные размерности полей в неабелевых градиентных теориях с большим числом фермионов и бозонов. Доказано существование фиксированной точки.

Неабелевые калибровочные теории впервые открытые Янгом и Миллсом [1], долгое время рассматривались как математическая игрушка, пока недавно не было обнаружено, что эти теории обладают замечательным свойством ассимптотической свободы [2]. В отличие от всех остальных перенормированных теорий [3] эффективный параметр взаимодействия (инвариантный заряд) $g^2(p^2)$ убывает с возрастанием импульса p.

Если мы зафиксируем величину взаимодействия в некоторой эвклидовой точке $p^2 = \mathbf{p}^2 + p_4^2 = \mu^2 > 0$, тогда при $p^2 >> \mu^2$ $g^2(p^2)$ стремится к нулю, как $(1 + a\ \ln(p^2/\mu^2))^{-1}$. В чем состоит физический смысл точки нормировки μ? Обычно говорится, что μ порядка адронных масс, m, $g^2(\mu^2)$ порядка физического заряда, а область $p^2 >> \mu^2$ – это ультрафиолетовая область, которая может быть наблюдена в глубоко неупругих реакциях. Мы предпочитаем противоположную позицию, основанную на аналогии с теорией фазовых переходов, [4, 5]. Мы считаем μ ультрафиолетовым радиусом обрезания, который надо устремить к бесконечности в перенормированных величинах, а $g^2(\mu^2)$ голым зарядом, независящим от μ. С нашей точки зрения область $p^2 >> \mu^2$ не наблюдаема, а глубоко неупругие реакции соответствуют области $m^2 << p^2 << \mu^2 \to \infty$.

Мы исходим из плотности Лагранжиана

$$L = -\frac{1}{4}[\partial_\mu B^a_\nu - \partial_\nu B^a_\mu - ig_0 C_{abc} B^b_\mu B^c_\nu]^2 + \bar{\Psi}[i\gamma_\mu \partial_\mu - g_0 \sigma^a \gamma_\mu B^a_\mu]\Psi + \partial_\mu \Phi^*_a(\partial_\mu \Phi_a - ig_0 C_{abc} B^a_\mu \Phi_c) - \frac{1}{2a_0}(\partial_\mu B^a_\mu)^2, \qquad (1)$$

где B^a_μ – векторные калибровочные поля, а Ψ – безмассовые фермионные поля, Φ_a – духи Фаддеева–Попова [6]. C_{abc} – структурные константы группы Ли G, а σ^a – матрицы фермионного представления R этой группы. g_0 – затравочный заряд, a_0 – затравочная калибровка. Мы пользуемся эвклидовой метрикой $p^2 = (\mathrm{p}^2 + p_4^2)$, ($p_4 = ip_0$ – вещественная).

Уравнение ренормгруппы для инвариантного заряда $g^2(p^2)$ в поперечной калибровке $a_0 = 0$ имеют вид [7],[2]

$$\frac{dg^2}{d\ln p^2} = \beta(g^2) \ . \tag{2}$$

Асимптотическое поведение теории при $p^2 << \mu^2$ определяется фиксированной точкой ренормгруппы, т. е. нулем правой части (2) $\beta = 0$.

Первый коэффициент Тейлора этой функции был найден Гроссом, Вильчеком и Полицером [2].

$$\beta \to - ag^4/16\pi^2 + \ldots, \tag{3}$$

$$a = \frac{11}{3} C_2(G) - \frac{4}{3} T(R). \tag{4}$$

Здесь $C_2(G)$ оператор Казимира группы G

$$\sum_{bc} C_{abc} C_{a'bc} = C_2(G) \delta a a', \tag{5}$$

а $T(R)$ определяется соотношением

$$Tr\,(\sigma^a \sigma^{a'}) = T(R) \delta_{aa'} \tag{6}$$

Мы вычислили следующий коэффициент:

$$\beta = - \frac{ag^4}{16\pi^2} + bg^6/(16\pi^2)^2 + \ldots, \tag{7}$$

$$b = \frac{20}{3} T(R) C_2(G) + 4T(R) C_2(R) - \frac{183}{16} C_2^2(G). \tag{8}$$

Здесь $C_2(R)$ – оператор Казимира фермионного представления R, т. е.

$$\sum_a \sigma^a \sigma^{a'} = C_2(R) I. \tag{9}$$

Детали вычисления будут опубликованы в следующей статье. Мы использовали метод т'Хуфта – Велтмана [8] аналитической регуляризации.

Теперь возникает естественная мысль сделать a относительно малым варьируя группу G и представление a. Тогда остальные члены в (7) можно отбросить и мы находим фиксированную точку:

$$\frac{g_f^2}{16\pi^2} = \frac{a}{b(a=0)} + 0(a^2). \tag{10}$$

Существенно, что в (8) b ***положительна*** при $a = 0$

$$b(a = 0) \equiv b_0 = \left(7 - \frac{5}{48}\right)C_2^2(G) + 11C_2(G)C_2(R) > 0\,. \tag{11}$$

Это значит, что фиксированная точка (10) инфракрасно-стабильна. Если мы зафиксируем заряд $g^2(\mu^2)$ при $p^2 = \mu^2$ (голый заряд), тогда при $\mu \to \infty$ и p^2 фиксированном инвариантный заряд стремится к этой фиксированной точке [9].

Ситуация здесь такая же, как в теории фазовых переходов [4, 5] и a-разложения, которое мы предлагаем, напоминает ϵ-разложение Вильсона [5].

Аномальные резмерности Δ_n составных тензорных полей $0_{\mu_1 \cdot\cdot \mu_n}$, которые определяют импульсную зависимость моментов структурной функции $F_{p,n}(x, q^2)$ глубоко неупругого ep, en-рассеяния [10], например, для разности

$$\int_0^1 dx\, x^n (F_p - F_n) = B^{(-)}(n)\,(\sqrt{q^2})^{n+2-\Delta_n^{(-)}} \tag{12}$$

можно разложить по (a/b)

$$\Delta_n^{(-)} = n + 2 + \gamma_n^{(-)}(g_+^2),$$

$$\gamma_n^{(-)}(g_f^2) = \frac{2a\,C_2(R)}{b_0}\left[1 - \frac{2}{n(n+1)} + 4\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k}\right] + 0(a^2). \tag{13}$$

Здесь мы использовали вычисления Гросса и Вильчека функций $\gamma_n^{(-)}(g^2)$.

В этой статье мы рассматриваем только безмассовую теорию, так что наши результаты соответствуют ультрафиолетовому пределу $q^2 \gg m^2$ реальной массивной теории.

Мы благодарны Е.Богомольному, В.Грибову, А.Ларкину и А.Полякову за интересные обсуждения и полезные советы.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
17 января 1974 г.

Литература

[1] C.N.Yang, R.G.Mills. Phys. Rev., **96**, 191, 1954.

[2] D.J.Gross, F.Wilczek. Phys. Rev. Lett., **30**, 1343, 1973; H.D.Politzer. Phys. Rev. Lett., **30**, 1346, 1973; G.t'Hooft (unpublished).

[3] Л.Д.Ландау, И.Я.Померанчук. ДАН СССР, **103**, 203, 1955; S.Coleman, D.Gross. Princeton preprint, 1973.

[4] А.А.Мигдал. ЖЭТФ, **55**, 1964, 1969; А.А.Поляков. ЖЭТФ, **55**, 1026, 1959.

[5] K.Wilson, G.Kogut. Phys. Reports, 1973; А.А.Мигдал. ЖЭТФ, **59**, 1015, 1970.

[6] L.D.Faddeev, V.N.Popov. Phys. Lett., **25B**, 29, 1967.

[7] G. t'Hooft. Nucl. Phys., **B33**, 173, 1971.

[8] G. t'Hooft, M.Veltman. Nucl. Phys., **B44**, 189, 1972.

[9] A.A.Мигдал. Proceedings of Kiev Conference at 1970 (Киев, 1972, стр. 507); K. Wilson. Phys. Rev., **D3**, 1818, 1971.

[10] А.М.Поляков. ЖЭТФ, **60**, 1572, 1971; **61**, 2193, 1971; G.Mack. Nucl. Phys., **B35**, 592, 1971.