Письма в ЖЭТФ, том 72, вып.2, стр.60 - 65 © 2000г. 25 июля

НЕКОТОРЫЕ ОЦЕНКИ ФЛУКТУАЦИЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЕ

Н.А.Силантьев[1)]

Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, 72000 Puebla, México

Главная астрономическая обсерватория РАН, 196140 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 10 мая 2000 г.

После переработки 19 июня 2000 г.

Для стационарного состояния магнитного поля в турбулентной среде получено новое интегральное соотношение между флуктуациями $\mathbf{b}(\mathbf{r},t)$ магнитного поля и его средним значением $\mathbf{B}_0(\mathbf{r},t)$. Согласно этой формуле выполняется оценка $\langle \mathbf{b}\cdot \mathrm{rot}\,\mathbf{b}\rangle = -\mathbf{B}_0\cdot \mathrm{rot}\,\mathbf{B}_0$. Одновременно получена оценка для коэффициента усиления среднего магнитного поля (α-эффект): $\alpha=(\eta+\beta)\mathbf{B}_0\cdot \mathrm{rot}\,\mathbf{B}_0/B_0^2$. Дана формула для α, учитывающая уменьшение этого коэффициента вследствие обратного влияния магнитного поля на структуру поля турбулентных скоростей. Показано, что для двумерной турбулентности оценка Зельдовича $\langle b^2\rangle \simeq \beta/\eta\, B_0^2$ относится к магнитным полям в момент времени, когда флуктуации векторного потенциала $\langle a^2\rangle$, а не $\langle b^2\rangle$, достигают максимума. Здесь η и β – коэффициенты омической (молекулярной) и турбулентной диффузии. Эта оценка исправлена с учетом того, что условие диффузионного приближения само дает связь β с b и B_0.

PACS: 47.65.+a; 03.50.De; 91.25.Cw

Ввиду сложности совместного рассмотрения уравнений Навье – Стокса и уравнения индукции для магнитного поля

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathrm{rot}\,\mathbf{U}_0\times\mathbf{B} + \mathrm{rot}\,\mathbf{u}\times\mathbf{B} + \eta\nabla^2\mathbf{B} \tag{1}$$

большое значение имеют оценки среднего поля $\langle\mathbf{B}\rangle \equiv \mathbf{B}_0$ и магнитных флуктуаций $\langle\mathbf{b}^2\rangle$ в различных предельных случаях. Здесь $\mathbf{U}_0$ и $\mathbf{u}$ означают регулярную и стохастическую (турбулентную) части эйлеровой скорости проводящей среды. Магнитное поле $\mathbf{B}$ и векторный потенциал $\mathbf{A}$ будем представлять в виде суммы среднего значения и флуктуационной части: $\mathbf{B}=\mathbf{B}_0+\mathbf{b}$, $\mathbf{A}=\mathbf{A}_0+\mathbf{a}$, $\langle\mathbf{b}\rangle=0$, $\langle\mathbf{a}\rangle=0$.

Одной из первых работ такого рода является статья Зельдовича [1], где было показано, что магнитное динамо невозможно для двумерных течений проводящей жидкости. Зельдович также показал, что к моменту $t_d \approx L_0^2/\beta$ начальное магнитное поле $\mathbf{B}_0(\mathbf{r},0)$ превращается в чисто флуктуационное поле $\mathbf{b}(\mathbf{r},t)$ с уровнем $\langle b^2(\mathbf{r},t_d)\rangle \approx R_m B_0^2(\mathbf{r},0)$. Здесь L_0 – характерный размер изменений начального потенциала $\mathbf{A}_0$ ($\mathbf{B}_0(\mathbf{r},0)=\mathrm{rot}\mathbf{A}_0$). В конечном итоге, согласно Зельдовичу, за характерное время $\sim t_d$ исчезают и флуктуации.

В космических условиях магнитное число Рейнольдса $R_m \approx \beta/\eta \approx u_0R_0/\eta$ огромно: $R_m \sim 10^9 - 10^{14}$ (u_0 и R_0 – характерные скорость и масштаб турбулентных движений). Оценка Зельдовича в виде $\langle b^2\rangle \approx R_m B_0^2$ стала применяться и в реальной трехмерной турбулентности [2 - 4], что привело к оценке $\alpha \approx u_0/R_m$. Известно [5, 6], что для объяснения существования магнитных полей в космосе нужны $\alpha \approx u_0$.

1) e-mail: silant@inaoep.mx

Таким образом, оценка $\alpha \approx u_0/R_m$ полностью исключает из рассмотрения обычный механизм усиления магнитного поля (α-эффект).

В данной работе мы покажем, что для 3D турбулентности имеет место другая оценка $\alpha = (\eta + \beta)\mathbf{B}_0 \cdot \mathrm{rot}\,\mathbf{B}_0/B_0^2 \sim u_0$. Завышенные оценки флуктуаций означают также, что обратное влияние магнитных полей на структуру самой турбулентности определяется энергией флуктуаций, а не среднего поля [3].

Для получения новых оценок и уточнения смысла оценки Зельдовича мы, следуя методике работы [7], будем анализировать пары связанных между собой уравнений для величин $\mathbf{A}_0 \cdot \mathbf{B}_0$ и $\langle \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \rangle$, $\mathbf{A}_0^2$ и $\langle \mathbf{a}^2 \rangle$, $\mathbf{B}_0^2$ и $\langle \mathbf{b}^2 \rangle$. В таких системах уравнений динамика возникновения флуктуаций видна более ясно, чем при рассмотрении просто средних $\langle \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \rangle$, $\langle \mathbf{A}^2 \rangle$ и $\langle \mathbf{B}^2 \rangle$. Кроме того, следуя Зельдовичу, мы будем анализировать проинтегрированные по объему величины, когда потоковые члены, содержащие дивергенции, исчезают согласно теореме Гаусса – Остроградского.

Анализ основных уравнений. Зеехафер [7] вывел систему двух точных уравнений, описывающих эволюцию магнитной спиральности $\langle \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \rangle = \mathbf{A}_0 \cdot \mathbf{B}_0 + \langle \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \rangle$:

$$\frac{\partial \mathbf{A}_0 \cdot \mathbf{B}_0}{\partial t} = -2\eta \mathbf{B}_0 \cdot \mathrm{rot}\mathbf{B}_0 + 2\mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{F}_0 - \mathrm{div}\,(c\mathbf{E}_0 \times \mathbf{A}_0), \tag{2}$$

$$\frac{\partial \langle \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \rangle}{\partial t} = -2\eta \langle \mathbf{b} \cdot \mathrm{rot}\mathbf{b} \rangle - 2\mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{F}_0 - \mathrm{div}\,(c\langle \mathbf{e} \times \mathbf{a} \rangle). \tag{3}$$

Здесь $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{e}$, $\langle \mathbf{e} \rangle = 0$ – электрическое поле, c – скорость света. Согласно [8], имеем:

$$c\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \eta \mathrm{rot}\mathbf{B} - \mathbf{u} \times \mathbf{B} - \mathbf{U}_0 \times \mathbf{B}. \tag{4}$$

Электродвижущая сила $\mathbf{F} = \mathbf{F}_0 + \mathbf{f} = \mathbf{u} \times \mathbf{B} + \mathbf{U}_0 \times \mathbf{B}$. Ее среднее значение $\mathbf{F}_0 = \langle \mathbf{u} \times \mathbf{b} \rangle + \mathbf{U}_0 \times \mathbf{B}_0$. В диффузионном приближении [9, 10] обычно принимают

$$\langle \mathbf{u} \times \mathbf{b} \rangle \cong \alpha(\mathbf{r}, t)\mathbf{B}_0(\mathbf{r}, t) - \beta(\mathbf{r}, t)\,\mathrm{rot}\mathbf{B}_0(\mathbf{r}, t), \tag{5}$$

где α-коэффициент описывает усиление среднего магнитного поля, а β-коэффициент турбулентной диффузии. В теориях магнитного динамо [5, 6, 9, 10] принимают $\alpha \approx u_0$, $\beta \approx u_0 R_0$. Коэффициент α равен нулю в зеркально симметричной турбулентности, где спиральность поля скоростей $\langle \mathbf{u} \cdot \mathrm{rot}\,\mathbf{u} \rangle = 0$. Для 2D–турбулентности $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \equiv 0$, $\alpha \equiv 0$. Из уравнений (2) и (3) видно, что α-эффект (точнее, член с $\mathbf{F}_0$) усиливает (или уменьшает) крупномасштабную магнитную спиральность и в равной мере уменьшает (или усиливает) ее мелкомасштабную, флуктуационную часть. Это утверждение и является главным выводом работы [7]. Важно подчеркнуть, что рассматривая влияние α-эффекта на эволюцию магнитных флуктуаций, необходимо учитывать в равной мере оба уравнения – (2) и (3). Нам, однако, будет более удобно использовать вместо (2) уравнение (4) и уравнение Максвелла $\partial \mathbf{B}_0/\partial t = -c\mathrm{rot}\mathbf{E}_0$.

Рассмотрим стационарное состояние магнитного поля в среде. В этом случае $\partial \langle \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \rangle/\partial t = 0$, $\mathbf{B}_0(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0(\mathbf{r})$ и, следовательно, $c\,\mathrm{rot}\,\mathbf{E}_0 = -\partial \mathbf{B}_0/\partial t = 0$, то есть $c\mathbf{E}_0 = \nabla \phi_0(\mathbf{r})$. Усреднение (4) дает в этом случае

$$\mathbf{F}_0 = \eta\,\mathrm{rot}\,\mathbf{B}_0(\mathbf{r}) - \nabla \phi_0(\mathbf{r}). \tag{6}$$

Подстановка (6) в (3) и интегрирование по объему приводят к точному соотношению:

$$\int dV [\langle \mathbf{b} \cdot \mathrm{rot}\,\mathbf{b} \rangle + \mathbf{B}_0 \cdot \mathrm{rot}\,\mathbf{B}_0] = 0. \tag{7}$$

Член с потенциалом $\mathbf{B}_0\nabla\phi_0 = \operatorname{div}(\mathbf{B}_0\,\phi_0)$ исчез после применения теоремы Гаусса–Остроградского. Таким образом, точное выражение (7) приводит к оценке:

$$\langle \mathbf{b}\cdot\operatorname{rot}\mathbf{b}\rangle \approx -\mathbf{B}_0\cdot\operatorname{rot}\mathbf{B}_0, \tag{8}$$

или

$$\langle b^2(\mathbf{r})\rangle \approx l_0/L_0 B_0^2(\mathbf{r}). \tag{9}$$

Здесь l_0 – масштаб флуктуаций магнитного поля, а L_0 – масштаб изменений среднего поля $\mathbf{B}_0(\mathbf{r})$. Очевидно, $l_0 < L_0$ и уровень энергии магнитных флуктуаций меньше уровня энергии среднего магнитного поля.

Стационарное состояние проводящей жидкости и магнитного поля осуществляется при взаимном согласовании этих компонент, то есть с учетом обратного влияния магнитного поля на структуру турбулентности. Таким образом, соотношение (7) учитывает эту обратную связь, хотя формально при его выводе не было использовано уравнение Навье – Стокса. Точное интегральное соотношение (7) может служить дополнительным способом проверки правильности численных расчетов эволюции начального магнитного поля при стремлении к стационарному состоянию

Точное выражение (6) в диффузионном приближении (5) приобретает вид

$$\alpha(\mathbf{r})B_0^2 = (\eta+\beta)\mathbf{B}_0\cdot\operatorname{rot}\mathbf{B}_0 - \operatorname{div}\mathbf{B}_0\phi_0(\mathbf{r}). \tag{10}$$

Используя известное [11] выражение для безвихревого поля через его дивергенцию, можно из (4) написать явную формулу для $\phi_0(\mathbf{r})$:

$$\phi_0(\mathbf{r}) = \operatorname{div}\int dV'[\langle\mathbf{u}\times\mathbf{b}\rangle + \mathbf{U}_0\times\mathbf{B}_0]\,|\,\mathbf{r}-\mathbf{r}'\,|^{-1}/4\pi. \tag{11}$$

Это выражение является чисто формальным, так как подынтегральное выражение содержит неизвестные функции. Выполнимость диффузионного приближения (5) предполагает гладкость $\mathbf{B}_0(\mathbf{r})$ и $\mathbf{U}_0(\mathbf{r})$ на масштабах турбулентности $\sim R_0$. В этом случае член $\operatorname{div}\mathbf{B}_0(\mathbf{r})\phi_0(\mathbf{r})$, содержащий двукратное дифференцирование гладкой функции, будет меньше первого члена в (7). Это приводит к следующей оценке:

$$\alpha(\mathbf{r}) \approx (\eta+\beta(\mathbf{r}))\,\mathbf{B}_0\cdot\operatorname{rot}\mathbf{B}_0/B_0^2. \tag{12}$$

В стационарном состоянии баланс усиления магнитного поля за счет турбулентных движений проводящей жидкости или газа и его ослабления вследствие омической диссипации должен выполняться точно. Диффузионное приближение (5) не может правильно описать выполнение этого баланса. Поэтому подстановка $\mathbf{B}_0\cdot\mathbf{F}_0$ в диффузионном приближении не приводит к точному выражению (7), а дает

$$\int dV[\,\eta\langle\mathbf{b}\cdot\operatorname{rot}\mathbf{b}\rangle - \beta(\mathbf{r})\,\mathbf{B}_0\cdot\operatorname{rot}\mathbf{B}_0 + \alpha(\mathbf{r})B_0^2\,] = 0. \tag{13}$$

Интересно отметить, что эта формула также приводит к оценке (12), если использовать точное соотношение (7).

Условие стационарности (6) является решающим при получении оценок (7) – (9). Поскольку член с потенциалом не дает интегрального вклада, то это условие означает, что в стационарном состоянии именно омическая диссипация определяет относительный уровень флуктуаций. Далее мы будем оценивать уровень флуктуаций в нестационарном случае для моментов времени t_b или t_a, когда либо $\langle b^2\rangle$, либо $\langle a^2\rangle$ достигают своего максимального значения. Здесь условие (6) не выполняется и, по-видимому, именно турбулентные движения определяют уровень флуктуаций, если времена t_b или t_a меньше характерного времени установления стационарного состояния. Оценки этих трех характерных времен очевидно зависят от конкретного вида турбулентности. Ввиду малости стационарного уровня флуктуаций (9) наши оценки можно считать верхними оценками флуктуаций для времен t_b или t_a.

Уравнения типа уравнений Зеехафера для магнитной спиральности можно написать непосредственно для величин B_0^2 и $\langle b^2\rangle$:

$$\frac{\partial B_0^2}{\partial t} = 2\alpha\,\mathbf{B}_0\cdot\operatorname{rot}\mathbf{B}_0 - 2(\eta+\beta)(\nabla_i B_{0j})^2 + (\eta+\beta)\nabla^2 B_0^2, \tag{14}$$

$$\frac{\partial\langle b^2\rangle}{\partial t} = -2\alpha\,\mathbf{B}_0\cdot\operatorname{rot}\mathbf{B}_0 - 2\eta\langle(\nabla_i b_j)^2\rangle + 2\beta(\nabla_i B_{0j})^2 + \gamma B_0^2 + $$
$$+2\langle\mathbf{b}\cdot\operatorname{rot}(\mathbf{u}\times\mathbf{b})\rangle + \eta\,\nabla^2\langle b^2\rangle. \tag{15}$$

Эти уравнения мы написали сразу в диффузионном приближении, где они более наглядно показывают динамику эволюции энергии среднего магнитного поля и энергии магнитных флуктуаций. Новый коэффициент γ по порядку величины $\approx \beta/R_0^2$. При интегрировании по объему члены с ∇^2 исчезают и мы не будем их учитывать в наших оценках. Прежде всего эти уравнения показывают, что α-эффект усиливает крупномасштабное магнитное поле и уменьшает флуктуации. В стационарном состоянии баланс между усилением крупномасштабной компоненты поля и его ослаблением в основном обеспечивается самосогласованием коэффициентов α и β: $\alpha \sim \beta/L_0$. Эта же оценка получается из формулы (12).

Оценку уровня $\langle b^2\rangle$ в момент возможного максимума t_b лучше получить из (15) в его точной, недиффузионной форме. В этом случае оценка выражения $-2\eta\langle(\nabla_i b_j)^2\rangle + 2\langle(\mathbf{u}\times\mathbf{B}_0)\cdot\operatorname{rot}\mathbf{b}\rangle + 2\langle(\mathbf{u}\times\mathbf{b})\cdot\operatorname{rot}\mathbf{b}\rangle = 0$ показывает двухступенчатость выполнения баланса между усилением и ослаблением магнитного поля. Основной баланс выполняется на уровне подстройки турбулентных движений без учета омической диссипации. Это дает $\langle b^2\rangle \sim B_0^2$. Ликвидация остающегося дисбаланса порядка $\eta/u_0 l_0$ от основного уровня энергии обеспечивается омической диффузией. Оценка $\langle b^2\rangle^2 \sim B_0^2$ сохраняется и для случая максимального значения $\eta/u_0 l_0 \sim 1$. Отметим, что эта оценка верна и для двумерной турбулентности.

Случай двумерной турбулентности. Уравнения для A_0^2 и $\langle a^2\rangle$ для 2D турбулентности, рассмотренной Зельдовичем [1], имеют вид

$$\frac{\partial A_0^2}{\partial t} = -2\eta B_0^2 + 2A_0F_0 + \eta\,\nabla^2 A_0^2, \tag{16}$$

$$\frac{\partial\langle a^2\rangle}{\partial t} = -2\eta\langle b^2\rangle - 2A_0F_0 + \eta\,\nabla^2\langle a^2\rangle - \operatorname{div}\langle\mathbf{u}(2A_0a + a^2)\rangle. \tag{17}$$

Здесь векторный потенциал $\mathbf{A} = \mathbf{e}_z[A_0(x,y,t) + a(x,y,t)]$, магнитное поле и турбулентная скорость перпендикулярны оси z, характеризуемой ортом $\mathbf{e}_z$. Все величины зависят только от координат x, y и времени t. Электродвижущая сила направлена вдоль оси z и по величине равна $F_0 = -\operatorname{div}\langle\mathbf{u}\,a\rangle$. В диффузионном приближении $F_0 \cong \beta\,\nabla^2 A_0$.

Зельдович рассматривал только одно, проинтегрированное по объему, уравнение для величины $\langle A^2\rangle = A_0^2 + \langle a^2\rangle$:

$$\frac{d}{dt}\int dV[A_0^2 + \langle a^2\rangle] = -2\eta\int dV[B_0^2 + \langle b^2\rangle]. \tag{18}$$

Пренебрегая производной с $\langle a^2\rangle$ в левой части и членом B_0^2 – в правой и считая $dA_0^2/dt \sim \beta A_0^2/L_0^2 \sim \beta B_0^2$, он получил оценку $\langle b^2\rangle_{max} \sim \beta/\eta\, B_0^2$. Под B_0 понималось начальное магнитное поле.

Система уравнений (16) и (17), если отвлечься от членов с ∇^2 и div, не дающих вклада после интегрирования по объему, имеет весьма прозрачный физический смысл. Квадрат среднего потенциала монотонно уменьшается с характерным временем турбулентного перемешивания $t_d \sim L_0^2/\beta$. Уровень флуктуаций потенциала $\langle a^2\rangle$ растет с тем же характерным временем t_d от начального нулевого значения, принимает максимальное значение $\langle a^2\rangle_{max}$ и затем стремится к нулю с характерным временем $t_\eta \sim l_0^2/\eta$. В конечном итоге, система приходит в стационарное состояние, когда и среднее магнитное поле, и его флуктуации исчезают согласно анти-динамо теореме Зельдовича.

В момент t_a наступления максимума уровня $\langle a^2\rangle$ производная $\partial\langle a^2\rangle/\partial t = 0$ и в диффузионном приближении мы получаем оценку:

$$\langle b^2(t_a)\rangle \approx \beta/\eta\, B_0^2(t_a) \simeq R_m B_0^2(t_a). \tag{19}$$

Эта оценка связывает флуктуации магнитного поля $\langle b^2\rangle$ и среднее (не начальное!) магнитное поле в момент наступления максимума уровня флуктуаций потенциала. В этом и заключается уточнение оценки Зельдовича. Время наступления максимума флуктуаций $\langle b^2\rangle$ не совпадает с временем максимума флуктуаций потенциала $\langle a^2\rangle$. Масштаб l_0 сильно зависит от структуры турбулентности и, следовательно, оценка (19) может относиться к случаю $t_a \gg t_d$, когда среднее поле $B_0(t_a)$ практически так мало, что абсолютный уровень флуктуаций $\langle b^2\rangle$ может быть небольшим по сравнению с уровнем начального магнитного поля.

Оценка (19), тем не менее, неверна, так как само условие диффузионного приближения $F_0 = -\mathrm{div}\langle \mathbf{u}a\rangle \cong \beta\nabla^2 A_0$ дает оценочную связь $\beta \approx u_0 l_0 b/B_0$. Подстановка этого значения β в (19) приводит к окончательной оценке:

$$\langle b^2(t_a)\rangle \approx (u_0 l_0/\eta)^2 B_0^2(t_a). \tag{20}$$

Эта оценка следует также непосредственно из точного уравнения (17) без использования величины β. Согласно (20), для спектров типа колмогоровского, где $u_0 l_0 \approx \eta$, уровень флуктуаций $b(t_a) \approx B_0(t_a)$. Для спектров с $l_0 \sim R_0$ время затухания флуктуаций $t_a \gg t_d$. За это время B_0 практически исчезнет и относительный уровень флуктуаций становится очень большим. Этот пример показывает, что оценки лучше с самого начала делать, исходя из точных уравнений, как это было сделано в 3D-случае.

Как мы уже отмечали, для нахождения стационарного состояния нельзя использовать диффузионное приближение. В данном случае 2D движений $\mathrm{div}\mathbf{E}_0 \equiv 0$ и условие стационарности $\mathrm{rot}\,\mathbf{E}_0 = 0$ означают $\mathbf{E}_0 = 0$, то есть $F_0 = -\eta\nabla^2 A_0$. Подстановка этого выражения в (17) и интегрирование по объему приводят к выражению

$$\int dV(B_0^2 + \langle b^2\rangle) = 0. \tag{21}$$

Это означает $\mathbf{B}_0 = 0$ и $\mathbf{b} = 0$, что и должно быть согласно анти-динамо теореме Зельдовича. Получение (21) является несколько иным доказательством этой теоремы.

Таким образом, наши оценки для стационарного 3D случая, а также для возможного максимума $\langle b^2 \rangle$ до наступления стационарного состояния, показывают, что уровень магнитных флуктуаций меньше или порядка уровня энергии среднего магнитного поля. Это означает, что коэффициент усиления α может быть достаточно большим, $\sim u_0$, чтобы обеспечить магнитное динамо в космических условиях.

Наша оценка $\langle \mathbf{b} \cdot \mathrm{rot}\, \mathbf{b} \rangle \simeq -\mathbf{B}_0 \cdot \mathrm{rot}\, \mathbf{B}_0$ позволяет сильно уменьшить оценку ослабления коэффициента α вследствие обратного действия магнитного поля на структуру турбулентных движений по сравнению с результатом работы [4]. В этой работе представлена приближенная аналитическая теория этого эффекта. Авторы, не приняв во внимание условие стационарности (6) и используя диффузионное приближение (5) для случая $\mathbf{B}_0 = \mathrm{const}$, получили из (13) для стационарного состояния связь $\langle \mathbf{b} \cdot \mathrm{rot}\, \mathbf{b} \rangle = -\alpha B_0^2/\eta$. Используя также приближенное линеаризованное соотношение $\alpha = -\tau_0 \langle \mathbf{u} \cdot \mathrm{rot}\mathbf{u} \rangle /3 + \tau_0 \langle \mathbf{b} \cdot \mathrm{rot}\mathbf{b} \rangle 12\pi\rho$, они получили формулу

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + \tau_0 R_m B_0^2/12\pi\rho\beta}, \tag{22}$$

где $\alpha_0 = -\tau_0 \langle \mathbf{u} \cdot \mathrm{rot}\, \mathbf{u} \rangle /3$, ρ – плотность жидкости или газа, τ_0 – характерное время изменения турбулентных скоростей. Мы уже видели, как важно учитывать условие стационарности (6) при рассмотрении стационарного случая. По этой причине формула (22) неверна. Однако, если в их теории учесть условие стационарности, что сводится к соотношению $\langle \mathbf{b} \cdot \mathrm{rot}\, \mathbf{b} \rangle = -\alpha B_0^2/(\eta + \beta)$, то получается формула (22) без огромного магнитного числа Рейнольдса R_m. Таким образом, фактически ослабление α небольшое – при равенстве магнитной и кинетической энергий ослабление будет всего в два раза. Это качественно согласуется с численными расчетами работы [12]. Следует, однако, отметить, что формула (22) была получена из линеаризованных по $\mathbf{u}$ и $\mathbf{b}$ уравнений Навье – Стокса и магнитной индукции, то есть применима только при относительной малости флуктуаций. Наши оценки флуктуаций в какой-то мере оправдывают этот подход.

1. Я.Б.Зельдович, ЖЭТФ **31**, 154 (1956).
2. S.I.Vainshtein and R.Rosner, Astrophys. J. **376**, 199 (1991).
3. S.I.Vainshtein and F.Cattaneo, Astrophys. J. **393**, 165 (1992).
4. A.V.Gruzinov and P.H.Diamond, Phys. Rev. Lett. **72**, 1651 (1994).
5. Я.Б.Зельдович, А.А.Рузмайкин, УФН **152**, 263 (1987).
6. N.O.Weiss, in *Lectures on solar and planetary dynamos*, Eds. M.R.E. Proctor and A.D., Gilbert, Cambridge University Press, Cambridge, 1994.
7. N.Seehafer, Phys. Rev. **E53**, 1283 (1996).
8. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва, 1992.
9. F.Krause and K.-H.Rädler, *Mean-field magnetohydrodynamics and dynamo theory*, Pergamon Press, Oxford, 1980.
10. H.K.Moffatt, *Magnetic field generation in electrically conducting fluids*, Cambridge University Press, Cambridge, 1978.
11. Н.Е.Кочин, *Основы векторного исчисления и начала тензорного исчисления*, Наука, Москва, 1961.
12. L.L.Kichatinov, V.V.Pipin, and G.Rüdiger, Astron. Nachr. **315**, 157 (1994).