Письма в ЖЭТФ, том 39, вып. 8, стр. 363 – 365 *25 апреля 1984 г.*

ЖЕЛОБКОВЫЕ СОЛИТОНЫ В ПЛАЗМЕ С ШИРОМ

В.И.Петвиашвили, И.О.Погуце

В двухжидкостном приближении показывается, что в плазме, в результате развития желобковой неустойчивости, могут образоваться локализованные вокруг силовых линий магнитного поля вихри, что приводит к конвекции плазмы поперек магнитных поверхностей без возмущения магнитного поля.

Желобковая неустойчивость и ее разновидности занимает ведущее место в теоретических исследованиях, поскольку их включение определяет верхний предел давления плазмы, которую еще можно удержать в магнитной ловушке. С ростом амплитуды возмущений возможно насыщение. В работе [1] была найдена нелинейность, под влиянием которой неустойчивые возмущения переходят в набор солитонов – локализованных вихрей течения плазмы поперек магнитного поля. Скорость перемещения вихрей была произвольна. Рассматривались вихри с малым характерным размером a, когда они не возмущают магнитное поле. Считалось, что если a большое, то при наличии шира магнитное поле возмущается, а это увеличивает энергию вихрей. Поэтому вихри большого размера казались энергетически невыгодными. Используя двухжидкостное приближение, покажем, что для вихрей, вмороженных в электроны, это не так.

Следуя работе [2], упростим уравнения, описывающие желобковые колебания. Воспользуемся малостью характерной частоты по сравнению с ω_{Bi} – циклотронной частотой ионов и ларморовского радиуса ионов r_{Bi} по сравнению с a, который в свою очередь много меньше продольного размера. Эти условия позволяют ограничиться рассмотрением малой окрестности данной магнитной поверхности (обычно резонансной), на которой магнитное поле равно $\mathbf{B}_0$. Считая a/R, $a\kappa_e$ малыми ($1/R = -\partial \ln B_0/\partial x + 1/R_1$, где R_1 – радиус кривизны $\mathbf{B}_0$, κ_e – характерный размер изменения давления электронов), получим в локальном приближении двумерные уравнения в плоскости x, y перпендикулярной к $\mathbf{B}_0$ с осью y на магнитной поверхности. Уравнение неразрывности тока $\operatorname{div} \mathbf{j} = 0$ приводится к виду

$$\rho_0 d\Delta\chi/dt + \omega_{Bi}^{-1} \operatorname{div} \{p_i, \nabla\chi\} + R^{-1}\, \partial p/\partial y = \{\psi, \Delta\psi\} / 4\pi,$$

$$\chi = \frac{c\phi}{B_0}; \quad \{p, \chi\} \equiv \frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial \chi}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial y}\frac{\partial \chi}{\partial x}; \quad \frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \{\chi, \ldots\}. \tag{1}$$

Здесь ϕ – электрический потенциал, $p = p_i + p_e$, $p_{i,e}$ – давление ионов или электронов, ρ_0 – постоянная часть плотности плазмы, ψ – поперечный поток магнитного поля, равен компоненте вектор-потенциала вдоль z. Согласно [2], другими компонентами можно пренебречь. При этом ψ описывает как возмущенное, так и невозмущенное магнитное поле, создающее шир. Правая часть (1) пропорциональна дивергенции от продольного тока $\mathbf{j}_{\parallel}$. Считая ионную компоненту $j_{\parallel}$, много меньшей электронной, запишем уравнения для давлений в виде

$$dp_i/dt = 0; \quad dp_e/dt = \{\psi, \Delta\psi\}\, p_{0e}/\rho_0 \omega_{Bi} 4\pi. \tag{2}$$

Здесь p_{0e} – постоянная часть давления электронов. Из уравнения движения электронов вдоль магнитного поля получим

$$d\psi/dt = \{p_e, \psi\} / \rho_0\, \omega_{Bi}. \tag{3}$$

Таким образом мы получили двумерную систему (1) – (3) в двухжидкостном приближении. Она согласуется с трехмерными уравнениями работы [3]. за исключением второго члена в (1), который мы считаем правильнее взять в форме, полученной в [4], что обеспечивает сохранение энергии. Ищем локализованное стационарное решение системы (2), (3). Положим как в [1], что оно бежит вдоль y со скоростью u. При условии локальности, u оказывается собственным числом решения, которое имеет вид

$$p_i = p_{0i}\,[1 + \kappa_i\,(x - \chi/u)]; \quad \chi = \chi(x, y - ut); \tag{4}$$

$$p_e = p_{e0}\,[1 + \kappa_e\,(x - \chi/u)]; \quad u = u_e; \tag{5}$$

$$\psi = \psi(x); \quad u_{i,e} = \pm c\kappa_{i,e} T_{0i,e}/eB_0 \tag{6}$$

ψ – произвольная функция от x. Магнитное поле, создающее шир, направлено по y и равно $B_y = \partial\psi/\partial x$, $B_y(0) = 0$. Оно не возмущается из-за того, что решение (4) – (6) вморожено в электроны (бежит с дрейфовой скоростью электронов u_e). Подставляя (4) – (6) в (1), получим из (1):

$$\Delta\chi - \omega_{Bi} x (u_e - u_i)/u_e R = F[\chi - (u_e - u_i)x], \tag{7}$$

где F – произвольная функция.

Уравнение (7) решается как в работах [1,5,6]. Введем круг с радиусом a. Выбирая F в виде разных линейных функций внутри и вне этого круга, получим

$$\begin{aligned} \chi &= b_0 J_0 + b_1 J_1 x/r + b_2 x; \quad r \leqslant a; \\ \chi &= b_3 K_0 + b_4 K_1 x/r; \quad r \geqslant a; \; r^2 = x^2 + (y - ut)^2 \end{aligned} \tag{8}$$

Здесь $J_{0,1}$ – функции Бесселя от $k'r$, $K_{0,1}$ – функции Макдональда от $k''r$, которые убывают как $\exp(-k''r)$; $k'' = (\omega_{Bi}/u_e R)^{1/2}$. Постоянные $b_1 \ldots b_4$ и k' – определяются из условий однозначности F и непрерывности χ, $\nabla\chi$ при $r = a$. Постоянные a и b_0 остаются произвольными. Если $b_0 \neq 0$, то завихренность $\Delta\chi$ терпит скачок при $r = a$, что допустимо. Получили, что в системе отсчета движущейся со скоростью u_e, электрическое поле не зависит от времени. Поэтому отсутствует затухание Ландау – резонансное взаимодействие вихря с электронами.

При наличии желобково-диссипативной неустойчивости, подпитывающей эти вихри, по-видимому, вся неустойчивая область покрывается этими вихрями. Наглядную картину подобной вихревой турбулентности удалось реализовать на вращающейся мелкой воде в работе [7]. Желобковые вихри подобны вихрям потенциальных дрейфовых волн при $\nabla T_e = 0$, [8], с тем отличием, что у последних фазовая скорость вдоль z много меньше тепловой скорости электронов и скорости Альвена, а также $u/u_e > 1$. Однако при $\nabla T_e \neq 0$ это сходство исчезает [9]. Отличие состоит и в том, что желобковые вихри возможны из-за $R < \infty$, дрейфовые – из-за $u > u_e$.

Литература

1. *Павленко В.П., Петвиашвили В.И.* Физика плазмы, 1983, 9, 1034.
2. *Кадомцев Б.Б., Погуце О.П.* ЖЭТФ, 1973, 65, 575.
3. *Hazegawa A., Wakatani M.* Physics of Fluids, 1983, 26, 2770.
4. *Михайловский А.Б.* Теория плазменных неустойчивостей. М.: Атомиздат, 1977, 2, 127.
5. *Ларичев В.Д., Резник Г.М.* ДАН СССР, 1976, 231, 1077.
6. *Петвиашвили В.И.* Доклад на III Международной рабочей группе по нелинейным явлениям. Киев, 1983.
7. *Антонова Р.А., Жвания Б.П., Ломинадзе Дж.Г., Нанобашвили Дж.И., Петвиашвили В.И.* Письма в ЖЭТФ, 1983, 37, 545.
8. *Meiss J.D., Horton W.* Phys. Rev. Lett., 1982, 48, 1362.
9. *Петвиашвили В.И.* Письма в ЖЭТФ, 1980, 32, 638,; Физика плазмы, 1977, 2, 270.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
24 февраля 1984 г.