Письма в ЖЭТФ, том 39, вып. 8., стр. 387 - 389 *25 апреля 1984 г.*

ЛИНЕЙНАЯ СТАДИЯ РАЗВИТИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПРЕЦЕССИИ НАМАГНИЧЕННОСТИ В ^{3}He-*A*

И.А.Фомин

Получены формулы для изменения со временем наблюдаемых на эксперименте величин на начальной стадии развития неустойчивости пространственно однородной прецессии намагниченности в ^{3}He-*A*.

В работе Боровика-Романова, Бунькова, Дмитриева и Мухарского [1] экспериментально обнаружен и исследован аномально быстрый распад сигнала индукции в импульсных ЯМР экспериментах с A-фазой ^{3}He при отклонении намагниченности на большие ($\sim 90°$) углы от равновесного направления. Единственным возможным в настоящее время объяснением такого распада может служить обсуждавшаяся ранее [2] неустойчивость пространственно однородной прецессии намагниченности в ^{3}He-A. Целью настоящей работы является определение следующей из теории временно́й зависимости наблюдаемых на эксперименте величин вследствие развития указанной неустойчивости.

Будем, как и в работе [2], считать, что магнитное поле $\mathbf{H}_0$ является сильным, т.е. соответствующая ему ларморовская частота ω_L велика по сравнению с частотой продольных колебаний Ω. В этом случае для описания движения спина $\mathbf{S}$ и параметра порядка можно пользоваться уравнениями Леггетта [3], усредненными по временам t, таким что $\omega_L^{-1} \ll t \ll \Omega^{-1}$ [4]. Усредненное движение системы описывается тогда четырьмя переменными – сферическими координатами спина: $S = |\mathbf{S}|$ β и α, а также углом Φ, определяющим относительную фазу прецессии и вращения спиновой части параметра порядка вокруг $\mathbf{S}$ (см. [2,4]). Усредненные уравнения Леггетта имеют решение, соответствующее прецессии спина с частотой $\omega_\perp(\cos\beta)$: $S = S_0 = \mathrm{const}$, $\beta = \beta_0 = \mathrm{const}$, $\alpha = \alpha_0(t) = \omega_\perp t$, $\Phi = \Phi_0 = 0$. Это решение, как было показано [2], неустойчиво по отношению к нарушению пространственной однородности, т.е. при учете в уравнениях движения градиентных членов малые зависящие от координат возмущения $\phi(\mathbf{r})$, $\epsilon(\mathbf{r})$, $\nu(\mathbf{r})$, $\sigma(\mathbf{r})$, определенные как $\Phi = \phi$, $\cos\beta = \cos\beta_0 + \epsilon$, $\alpha = \alpha_0 + \nu$, $S = S_0 + \sigma$, экспоненциально нарастают со временем. Подстановка в линеаризованные уравнения движения фурье-разложений возмущений $\epsilon(\mathbf{r}) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\epsilon_{\mathbf{k}}(t)e^{i\mathbf{kr}}$ и т.п. приводит в главном порядке по Ω/ω_L к следующим значениям инкремента нарастания $\Gamma(\mathbf{k})$ и нормальных координат нарастающей моды $\phi_{\mathbf{k}}$, $\epsilon_{\mathbf{k}}$, $\nu_{\mathbf{k}}$:

$$\Gamma(\mathbf{k}) = \left[\frac{C_{kk}}{4\omega_L^2}\left(\frac{3}{4}\Omega^2\sin^2\beta - C_{kk}\right)\frac{\Omega^2(3-\cos\beta)(1+\cos\beta)+4C_{kk}}{\Omega^2(1+\cos\beta)^2+4C_{kk}}\right]^{1/2} - D_{kk}, \qquad (1)$$

$$\phi_{\mathbf{k}} = \frac{1-\cos\beta}{2\sin^2\beta}\,\frac{C_{kk}}{\Omega^2}\,\frac{4C_{kk} - 3\Omega^2\sin^2\beta}{C_{kk}+\Omega^2(1+\cos\beta)^2}\,a_{\mathbf{k}}^{(0)}\exp[\Gamma(\mathbf{k})t],$$

$$(2)$$

$$\nu_{\mathbf{k}} = \left(\frac{C_{kk}}{2\Omega^2\sin^2\beta} - \frac{3}{8}\right)a_{\mathbf{k}}^{(0)}\exp[\Gamma(\mathbf{k})t],$$

$$\epsilon_{\mathbf{k}} = \frac{\omega_L \, \Gamma(\mathbf{k})}{\Omega^2} \; a_{\mathbf{k}}^{(0)} \exp\,[\Gamma(\mathbf{k})\, t\,], \tag{2}$$

величина σ_k для существенных значений $\mathbf{k}$ мала. Здесь $C_{kk} = C^2_{\xi\eta} k_\xi k_\eta$, $D_{kk} = D_{\xi\eta} k_\xi k_\eta$, $C^2_{\xi\eta}$ – тензор квадратов скоростей спиновых волн, $D_{\xi\eta}$ – тензор коэффициентов спиновой диффузии, общий коэффициент $a^{(0)}_{\mathbf{k}}$ задает начальные амплитуды возмущений с разными $\mathbf{k}$.

Развитие неустойчивости приводит к расфазировке прецессии спина и вследствие этого, в соответствии с результатами эксперимента [1], уменьшается среднее по объему значение поперечной компоненты спина $\langle S_\perp \rangle$. До тех пор пока отклонения от пространственной однородности малы, по ним можно произвести разложение

$$\langle S_\perp \rangle = S_\perp^{(0)} [\, 1 - \frac{\cos\beta}{\sin^2\beta} \langle \epsilon \rangle - \frac{1}{2\sin^4\beta} \langle \epsilon^2 \rangle - \frac{1}{2} \langle \nu^2 \rangle \,]. \tag{3}$$

Возникающая пространственная неоднородность вызывает сверхтекучие и диффузионные спиновые потоки, которые приводят к изменению со временем средней продольной компоненты спина $\delta \langle S_\| \rangle = S \langle \epsilon \rangle$ и к дополнительному сдвигу частоты прецессии $\langle d\nu/dt \rangle$. Формулы, описывающие временную зависимость этих величин на начальной стадии развития неустойчивости получаются усреднением по объему уравнений движения спина (см. формулы (7) – (10) работы [4])

$$\frac{d\langle \epsilon \rangle}{dt} = D_{\xi\eta} [\sin^2\beta \langle \nu_{,\xi} \nu_{,\eta} \rangle + \frac{1}{\sin^2\beta} \langle \epsilon_{,\xi}\, \epsilon_{,\eta} \rangle], \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \langle \frac{d\nu}{dt} \rangle = {} & -\frac{3}{8}\frac{\Omega^2}{\omega_L} \langle \epsilon \rangle + \frac{C^2_{\xi\eta}}{2\omega_L} [\, 2 \langle \nu_{,\xi}\, \phi_{,\eta} \rangle - (2 - \cos\beta) \langle \nu_{,\xi}\, \nu_{,\eta} \rangle + \\ & + \frac{\cos\beta}{\sin^4\beta} \langle \epsilon_{,\xi}\, \epsilon_{,\eta} \rangle \,] - \frac{2\cos\beta}{\sin^2\beta} D_{\xi\eta} \langle \nu_{,\xi}\, \epsilon_{,\eta} \rangle . \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь $\epsilon_{,\xi} = \partial\epsilon / \partial x_\xi$, $\langle \epsilon^2 \rangle = \frac{1}{V} \int [\, \epsilon(\mathbf{r}) \,]^2 \, dV = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} |\epsilon_{\mathbf{k}}|^2$ и т. п. Для вычисления средних, входящих в правые части формул (3) – (5) следует использовать формулы (2) и учесть, что в начальном состоянии пространственная неоднородность мала и возмущения достигают заметной величины лишь при $\Gamma t \gg 1$, т.е. при больших временах. Инкремент Γ имеет как функция k максимум, это позволяет использовать для нахождения нужных нам сред метод перевала. Для упрощения вычислений будем считать, что тензоры $D_{\xi\eta}$ и $C^2_{\xi\eta}$ пропорциональны друг другу, т.е. $D_{\xi\eta} = \frac{\Lambda}{2\omega_L} C^2_{\xi\eta}$. В этом случае максимальное значение $\Gamma = \Gamma_m$ одно и то же для всех направлений $\mathbf{k}$, его удобно находить численно, обезразмерив выражение (1) подстановкой $C_{kk} = z \frac{3}{4} \Omega^2 \sin^2\beta$, тогда

$$\Gamma_m = \Gamma(z_m) = \frac{3}{8}\,\frac{\Omega^2}{\omega_L}\,\sin^2\beta \left\{ \left[z(1-z)\,\frac{2+(3z+1)(1-\cos\beta)}{2+(3z-1)(1-\cos\beta)} \right]^{1/2} - \Lambda z \right\} \Bigg|_{z=z_m}, \qquad (6)$$

где z_m – то значение z, при котором выражение (6) достигает максимума по z. Подстановка (2) в (3) – (5) и использование метода перевала приводят к следующим временным зависимостям для наблюдаемых величин:

$$< S_\perp > = S_\perp^{(0)} \left[1 - \frac{A_S}{\sqrt{z_m^2 \Gamma''(z_m) t}}\, e^{2\Gamma_m t} \right], \qquad (7)$$

$$< \epsilon > = \frac{A_\epsilon}{\sqrt{z_m^2\, \Gamma''(z_m)\, t}}, \qquad (8)$$

$$< \frac{d\nu}{dt} > = \frac{A_\delta}{\sqrt{z_m^2 \Gamma''(z_m)\, t}}. \qquad (9)$$

Таким образом, характерным временем нарастания возмущений является $\frac{1}{2}\Gamma_m$, оно зависит от Ω^2/ω_L, Λ и $\cos\beta$. Для Ω^2 имеются подробные экспериментальные данные. Скорости спиновых волн и коэффициенты спиновой диффузии не измерены. Оценки, основанные на теоретических значениях C^2 и значении D в нормальной фазе приводят для давления ~ 30 бар и $\omega_L = 2\pi \cdot 500$ кГц при $1 - T/T_c \gtrsim 0{,}1$ к $\Lambda \lesssim 1/2$, что дает для $1/2\,\Gamma_m \approx$ ≈ 100 мкс. Предэкспоненты A_S, A_ϵ, A_δ, находятся с помощью формул (2), (3) и (5), они зависят от амплитуд начальных возмущений с волновым вектором $k_m \sim 10^2$ см$^{-1}$. Если считать, что единственным источником таких возмущений являются тепловые флуктуации, существовавшие до отклонения спина, то для A_S получается значение $\sim 10^{-6} - 10^{-7}$.

Область применимости полученных формул ограничена условием малости возникающих поправок $A \exp(2\Gamma_m t)/\sqrt{z_m^2\, \Gamma''(z_m)\, t} \ll 1$. Вопрос о том, какой будет возникшая пространственно неоднородная структура в нелинейной области, когда указанные поправки не малы, теоретически еще не исследовался. Вопрос этот представляется важным и интересным.

Настоящие вычисления были произведены в связи с экспериментальной работой [1]. Автор благодарен А.С.Боровику-Романову, Ю.М.Бунькову, В.В.Дмитриеву и Ю.М.Мухарскому за сообщение результатов их экспериментов до опубликования и многочисленные стимулирующие обсуждения.

Литература

1. *Боровик-Романов А.С., Буньков Ю.М., Дмитриев В.В., Ю.Мухарский Ю.М.* Письма в ЖЭТФ, данный выпуск, стр. 390.
2. *Фомин И.А.* Письма в ЖЭТФ, 1979, 30, 179.
3. *Leggett A.J.* Ann. of Phys., 1974, 85, 11.
4. *Фомин И.А.* ЖЭТФ, 1980, 78, 2392.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
14 марта 1984 г.