Письма в ЖЭТФ, том 72, вып.11, стр.832 - 837 © 2000г. 10 декабря

БЫСТРО ФЛУКТУИРУЮЩИЕ ПОЛЯ КАК ИСТОЧНИК НИЗКОЧАСТОТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ПРОВОДИМОСТИ И РАЗМЕРНЫЕ ЭФФЕКТЫ В КВАНТОВОЙ КИНЕТИКЕ

Ю.Е.Кузовлев, Ю.В.Медведев, А.М.Гришин+

Донецкий физико-технический институт им. А.А.Галкина НАН Украины
340114 Донецк, Украина

+*Королевский институт технологии*
Стокгольм, Швеция

Поступила в редакцию 23 июня 2000 г.
После переработки 27 октября 2000 г.

Показано на примере туннельного контакта, что взаимодействие электронных квантовых переходов может служить источником низкочастотных фликкерных флуктуаций проводимости. Получены оценки флуктуаций туннельной проводимости, причем теория объясняет эффект чувствительности фликкер-шума к дискретности электронного спектра, наблюдавшийся в нано-композитах.

PACS: 72.20.+m

1. Низкочастотный фликкерный шум (шум со спектром $1/f$) – актуальная проблема теоретической физики [1–5]. В электронике он обычно приписывается термоактивированным флуктуациям – структурного беспорядка или др. [1–11], а спектр $1/f$ компонуется из лоренцианов, отвечающих "флуктуаторам" с разными энергиями активации [1]. Однако немало фактов не укладывается в данную теорию [2, 4]. При прыжковой проводимости и в магнито-резистивных оксидах [8–12] флуктуаторы могут иметь отношение к кулоновским взаимодействиям, но теория затрудняется объяснить ненасыщение спектра $1/f$ на низких частотах [8]. Похоже, и вправду "$1/f$ из лоренцианов" – несчастье теории [13].

Более универсальный источник $1/f$-шума – не суммирование времен, а отсутствие характерного временного масштаба, свойственное статистике кинетических событий – столкновений частиц и квантов, отвечающих за диссипацию (сопротивление) [4, 14–18]. Забывание системой прошлых событий означает отсутствие определенного "числа (вероятности) событий в единицу времени", поскольку флуктуации "частости" (термин [19]) событий (и тем самым темпа диссипации) не вызывают обратной реакции. Результат – именно ненасыщающийся спектр $1/f$ (см. обзоры [4, 18]). Кинетика выплескивает этот "$1/f$ из потери памяти", постулируя определенные вероятности в единицу времени (интегралы столкновений). Но если путь от статмеханики к кинетике газа пройти без такого анзаца [15, 18], то он приводит к $1/f$ флуктуациям темпа диффузии и подвижностей молекул. Фликкерные флуктуации диссипации и рассеяния света в кварце тоже сводятся к собственной статистике кинетических событий – распадов и слияний фононов [16], с учетом того, что последние перепутываются во времени и (фазовом) пространстве.

Ниже показывается, что в многоэлектронных системах фликкер-шум тоже может реализоваться посредством перепутывания кинетических событий – электронных переходов. Теория обнаруживает его, если всерьез отнесется к реальной длительности переходов и, вдобавок, к дискретности энергетических состояний электронов.

Ввиду конечной длительности одноэлектронный переход становится фрагментом многочастичного процесса. Отсекая его по бозонным линиям, получим, что квантовая амплитуда перехода формируется под влиянием переменных полей, отражающих прочие составляющие процесса. Например, текущие перескоки электронов сквозь туннельный контакт (вкупе с тепловым движением заряда в берегах) индуцируют быстрые флуктуации напряжения на контакте, те же случайно сдвигают фазы приращений амплитуды назревающего перехода. Такая картина изучалась в теории кулоновской блокады и низкотемпературных аномалий ВАХ [20–22]. Математически аналогичные задачи встречались в теории подвижности сильно связанных поляронов [23].

Очевидно, эта картина предполагает, кроме перенормировки транспортных характеристик, еще и специфические их флуктуации. Насколько нам известно, такой эффект ранее не рассматривался. Будучи обязан быстрому шуму, он принципиально отличается от исследованных в [24] воспроизводимых флуктуаций в туннельном микроконтакте, обязанных статическому беспорядку. Для наглядности мы сконцентрируемся на "идеальном" туннельном контакте. Заметим, что $1/f$-шум в "материальных" контактах [7, 25] обычно адресуется к структурным флуктуаторам, так называемым двухуровневым системам. Возможности соответствующей теории проанализированы в [6].

2. Если к туннельному контакту приложено напряжение $U < T/e$ (T – температура), то средний заряд, переносимый за время Δt, и проводимость можно представить как

$$\Delta Q = e\frac{Ue}{\delta E}\frac{\Delta t}{\tau_t}, \quad G = \frac{\Delta Q}{U\Delta t}. \tag{1}$$

Здесь δE – расстояние между электронными уровнями энергии в берегах; $Ue/\delta E$ – эффективное количество "активных" уровней, работающих на транспорт заряда; τ_t – среднее время перескока электрона (время накопления вероятности прыжка до значений порядка единицы). Всякий контакт имеет конечные емкость C и время корреляции тепловых флуктуаций заряда на ней $\tau_c = RC \equiv C/G$. Убедимся, что туннелирование – это очень долго, то есть

$$\frac{\tau_t}{\tau_c} = \frac{e^2}{C\delta E} \equiv \frac{E_c}{\delta E} >> 1\,, \tag{2}$$

даже если кулоновские эффекты слабы в тривиальном смысле $E_c << T$. Взяв плоский контакт с толщиной берегов w и барьера d, и диэлектрической проницаемостью ~ 20, и стандартные электронные характеристики металла, получим $\tau_t/\tau_c \approx dw/a^2$, где a – атомный размер (порядка трех ангстрем).

Следовательно, в процессе туннелирования электрон успевает виртуально ощутить многократные изменения напряжения на контакте $u(t)$. В одноэлектронных терминах это означает, что вероятности переходов случайны. В строгой теории многих частиц описание соответствующих избыточных флуктуаций транспортного тока потребовало бы четырех-частичных функций Грина [4]. Поскольку нужная техника еще не разработана, мы попробуем определить существо вопроса простыми средствами теории туннелирования.

3. Пусть $g_{kq} \approx g$ – туннельные матричные элементы, $p_{kq}(\Delta t, U)$ – вероятности перехода за время Δt из состояния k слева в состояние q справа, $p_k(\Delta t, U) \equiv \sum_q p_{kq}$ – вероятности прыжка с левого уровня k куда угодно направо. Согласно теории квантового хаоса, стохастическое поведение типично для квантовых систем, несмотря на дискретность спектра [26,27]. Поэтому будем трактовать $u(t)$ как случайный процесс. При $\Delta t \sim \tau_t$ теория возмущений без сомнения пригодна и дает

$$p_{kq} \approx |A_{kq}|^2 \ , \ A_{kq} \equiv \frac{g_{kq}}{\hbar} \int_0^{\Delta t} \exp(iE_{kq}t/\hbar) Z(t) dt \,, \tag{3}$$

$$Z(t) = \exp[i\varphi(t)] \,, \ \varphi(t) = \frac{e}{\hbar} \int_0^t u(t')dt' \,.$$

Здесь $E_{kq} \equiv E_q^+ - E_k + eU$ (плюс относится к правому берегу). Введем корреляционную функцию случайного набега фазы $\varphi(t)$, время когерентности и энергетическую "полосу когерентности":

$$K(t_1 - t_2) = \langle Z(t_1) Z^*(t_2) \rangle \ , \ \tau_{coh} = \int_0^\infty |K(\tau)| \, d\tau \,, \ \Delta E = 2\pi\hbar/\tau_{coh}, \tag{4}$$

где угловые скобки обозначают усреднение по $u(t)$. Время когерентности нетрудно оценить, заметив, что $K(t)$ представляет собой характеристическую функцию фазы. Она легко выписывается при $E_c << T$, когда $u(t)$ – приближенно гауссов процесс, что приводит к $\tau_{coh} \sim (\hbar/e)(C/T)^{1/2}$. При $E_c \sim T$ существенно квантование заряда, и $u(t)$ – приблизительно трехзначный процесс, $u = 0, \pm e/C$. Соответствующий анализ дает $\tau_{coh} \sim \tau_c$.

Хотя шунтирование внешней цепью может увеличить τ_{coh}, ясно, что оно значительно меньше времени наблюдения, то есть фактор $Z(t)$ под интегралом в (3) действует как комплексный быстрый ("белый") шум. Соответственно, амплитуды A_{kq} ведут себя в основных чертах как (комплексные) броуновские траектории. Поэтому можно написать

$$\langle p_{kq}^2 \rangle = \left\langle |A_{kq}|^4 \right\rangle \approx 2 \left\langle |A_{kq}|^2 \right\rangle^2 = 2 \langle p_{kq} \rangle^2 \ , \ \langle p_{kq}, p_{kq} \rangle \approx \langle p_{kq} \rangle^2 \tag{5}$$

(угловые скобки Малахова с запятой внутри обозначают коррелятор отклонений от среднего). Следовательно, на временах больше времени когерентности вероятности переходов оказываются стопроцентно неопределенными.

Рассмотрим суммарную вероятность прыжка. Ее можно представить в форме

$$p_k = \int \int_0^{\Delta t} \Gamma_k(t_1 - t_2) Z(t_1) Z^*(t_2) dt_1 dt_2 \,, \tag{6}$$

$$\Gamma_k(\tau) \equiv \sum_q (\frac{g_{kq}}{\hbar})^2 \exp(i\tau E_{kq}/\hbar).$$

Опуская подробности, подчеркнем ключевую роль аналитических свойств ядра $\Gamma_k(\tau)$, обусловленных дискретностью. В приближении сплошного спектра оно стало бы функцией, быстро и необратимо стремящейся к нулю. На самом деле оно крайне нелокально и никогда не затухает, временами возвращаясь к значениям порядка своего значения в нуле.

Благодаря дискретности, вероятности прыжка тоже случайны. При $\Delta E > \delta E$ получим

$$\langle p_{k_1}, p_{k_2} \rangle \approx \frac{\delta E}{\Delta E} \langle p_{k_1} \rangle \langle p_{k_2} \rangle \, S(E_{k_1} - E_{k_2}) \,, \tag{7}$$

$$S(E) = \int \exp(iE\tau/\hbar) \, |K(\tau)|^2 \, d\tau \left[\int |K(\tau)|^2 \, d\tau \right]^{-1} .$$

При этом средние значения вероятностей практически совпадают с теми, что используются обычной кинетикой. Согласно (7), выполняется своего рода "принцип неопределенности": с ростом ΔE флуктуации всех вероятностей прыжка убывают, но зато расширяется энергетический интервал корреляции между ними. При $\Delta E < \delta E$ результаты зависят от устройства (соизмеримости) электронных спектров в берегах, и требуется привлечение статистики уровней. В этом экстремальном случае возможно возрастание флуктуаций до ста процентов и выше. Кроме того, имеет место существенная перенормировка средних вероятностей (значит, и ВАХ) под влиянием шума.

4. Рассмотрим флуктуации заряда, транспортируемого через контакт между клеммами внешней цепи, полагая, что $T >> \delta E$. Теперь ΔQ пусть обозначает случайную величину. Она состоит из двух частей, $\Delta Q = \Delta Q_{th} + \Delta Q_{ex}$, где первое слагаемое – вклад быстрого теплового (дробового) шума. Он легко оценивается: $\langle \Delta Q_{th}^2 \rangle \approx 2TG\Delta t$. Второе слагаемое включает избыточные флуктуации транспорта из-за флуктуаций вероятностей переходов. Статистически ΔQ_{ex} следует определить как условное среднее значение ΔQ при фиксированных p_{kq}. Из термодинамических соображений понятно, что оно совпадает по знаку с внешним напряжением U и исчезает при $U = 0$. Следовательно, его можно представить как результат "избыточных" прыжков, направленных только в одну сторону:

$$\Delta Q_{ex} = e \sum_{j=1}^{n} p_{k_j}(\Delta t, U). \tag{8}$$

Здесь n – случайное число активных уровней, с которых происходят эти прыжки. Среднее значение n равно $N \equiv eU/\delta E$.

"Одночастичное" распределение активных уровней по энергии задается статистикой Ферми в обоих берегах контакта:

$$W(E) = [f(E) - f(E + eU)]/eU \approx -\partial f(E)/\partial E,$$

где $f(E)$ – функция распределения Ферми. Усреднение (8) с этим распределением приводит к обычной формуле для туннельного тока и к (1). "Двухчастичное" (парное) распределение, необходимое для вычисления дисперсии (8), определяется одночастичным и тем, что два активных уровня не могут совпасть. Если пронумеровать их по возрастанию энергии, то дистанция между уровнями $j > i$ не может быть меньше, чем $\approx (j - i)\delta E$. Поэтому парное распределение имеет вид

$$W_{ij}(E', E'') \approx W(E')W(E'')\vartheta(|E'' - E'| - |j - i|\,\delta E), \tag{9}$$

где $\vartheta()$ – ступенчатая функция.

Опустим вычисление дисперсии (8) и соответствующих флуктуаций проводимости $G = \Delta Q_{ex}/U\Delta t$. Для малого времени когерентности ("большой" контакт, $\Delta E > \delta E$) следующий из (7)–(9) результат выглядит (при $U < T/e$) как

$$\delta G^2 \equiv \frac{\langle G, G\rangle}{\langle G\rangle^2} \approx \frac{\delta E}{T} D(eU), \tag{10}$$

$$D(X) \equiv \frac{1}{X}\int_0^X dE \int_E^\infty S(E')dE' \left[\int_0^\infty S(E)dE\right]^{-1}.$$

При большом времени когерентности ("малый" контакт, $\Delta E < \delta E$) попадаем в экстремальную ситуацию (см. выше), в которой флуктуации могут быть существенно больше (10), вплоть до $\delta G^2 \sim 1$.

Как видно, в общем дискретность прямо служит мерой флуктуаций проводимости. Фактор ΔE, характеризующий шум обстановки, вступает в игру, когда эффективное число $eU/\Delta E$ статистически независимых (энергетических) каналов туннелирования электронов превышает единицу и, согласно (10), относительные флуктуации убывают приблизительно обратно пропорционально числу каналов.

Заметим, что прозрачность выпала из (10). Что же касается отношения избыточного вклада в шум транспорта к дробовому, то оно определяется произведением прозрачности и времени наблюдения, поэтому избыточный шум неизбежно доминирует на больших временах и низких частотах. При $eU \sim T$ это происходит уже через время порядка τ_t. Выходит, с точки зрения шума прозрачность не является малым параметром (тем более, что присутствующая в теории случайная фаза $\varphi(t)$ сложным непертурбативным образом втягивает все ее порядки).

5. В работе [25] был изучен $1/f$-шум в пленках нано-композита Ni-Al_2O_3. Параметры типичного туннельного контакта между соседними гранулами металла были: $\delta E \approx 0.2$ мэВ, $E_C \sim T$ (при комнатной температуре), $R \approx 30$ МОм, $\tau_c \approx 1.5 \cdot 10^{-10}$ с и $\tau_t \approx 3 \cdot 10^{-8}$ с. Наблюдались флуктуации проводимости образца с относительной спектральной плотностью $S_{\delta G}(f) \approx \alpha/N_g f$, где $\alpha \approx 6 \cdot 10^{-3}$ и N_g – число гранул в образце.

Этот шум отвечает флуктуациям $S_{\delta G}(f) \sim \alpha/f$ проводимости элементарного контакта. Поскольку неравенство (2) хорошо выполняется, допустим, что он вызван обсуждаемым механизмом. Для стационарного шума связь между дисперсией и спектром включает логарифм времени наблюдения: $\delta G^2 \sim \alpha \ln(\Delta t/\tau_c)$. При $\Delta t \sim \tau_t$ это величина ~ 0.03. Формула (10) для $\delta E = 0.2$ мэВ и комнатной температуры дает ≈ 0.008. Согласие хорошее, если учесть, что мы находимся в экстремальной области: по сделанным выше оценкам, здесь ΔE порядка δE или меньше.

Замечательное наблюдение [25] – чувствительность $1/f$-шума к дискретности электронного спектра в гранулах. Когда приложенное напряжение превышало $\delta E/e$ в расчете на элементарный контакт, интенсивность шума убывала обратно пропорционально напряжению, хотя ВАХ оставалась омической до в $T/\delta E \sim 100$ раз больших напряжений. В отношении этого эффекта изложенная теория полностью согласуется с экспериментом.

6. В нано-композите дискретность уровней диктуется объемом частиц металла. Очевидно, в массивном контакте величина δE тоже определяется объемом области, физически доступной для перескоков, то есть геометрией контакта и взаимодействием и рассеянием электронов в берегах. При не слишком низких температурах этот доступный объем ограничен площадью контакта A и неупругой длиной свободного пробега в берегах (электродах) λ. Иначе говоря, это объем, в котором разрежение уровней имеет порядок их уширения вследствие неупругой релаксации (конечно, теперь правильней говорить об уровнях в терминах статистики электронных состояний [26, 27]).

Таким образом, в случае массивных металлических берегов можно написать $\delta E \sim E_F a^3/A\lambda$, где E_F – энергия Ферми. Связывая λ с удельной проводимостью берегов, $\sigma \sim \lambda/a^2 R_0$, $R_0 \equiv 2\pi\hbar/e^2$, из (10) выводим оценку

$$\delta G^2 \sim \frac{E_F}{T}\frac{a^2}{A}\frac{\sigma_{min}}{\sigma}, \tag{11}$$

где $\sigma_{min} \sim (aR_0)^{-1}$ – минимальная металлическая проводимость. В частности, пусть металл настолько чистый, что преобладает фононная релаксация. Тогда, как известно [28], $\sigma \propto (T_D/T)^5$, и можно ожидать, что при температуре ниже дебаевской флуктуации проводимости контакта пропорциональны T^4.

Говоря лишь о порядках, при стандартной E_F имеем $\delta G^2 \sim (a^2/A)\ (T/T_D)^4$. Связывая опять дисперсию и коэффициент при $1/f$, для микроконтакта с площадью 10^{-9} см^2, изучавшегося в [7], в предположении $T \sim T_D$ находим оценку $fS_{\delta G}(f) \sim \sim 10^{-7}$. Это число согласуется с измерениями [7] для 260 K. Естественно объясняется также наблюдавшееся в [7] быстрое (примерно на два порядка) возрастание шума при повышении температуры от 100 до 300 K. Похоже, что наблюдались два вида шума: структурный, преобладающий ниже 100 K, и другой (рассмотренный нами), доминирующий выше и дающий также отмеченную в [7] "остаточную" ("residual") низкотемпературную $1/f$ компоненту.

7. Выше мы исходили лишь из того, что даже при наличии шума результат квантовой эволюции определяется игрой амплитуд (а не промежуточных вероятностей). Поэтому фликкерный характер флуктуаций проводимости должен сохраниться в более формальной теории (обоснование этого – отдельная задача).

Данная работа поддержана Министерством образования и науки Украины (проект # 2M/71-2000) и Королевской Академией наук Швеции.

---

1. P.Dutta and P.Horn, Rev. Mod. Phys. **53**(3), 497 (1981).
2. F.N.Hooge, T.G.M.Kleinpenning, and L.K.J.Vandamme, Rep. Prog. Phys. **44**, 481 (1981).
3. M.B.Weissman, Rev. Mod. Phys. **60**, 537 (1988).
4. Г.Н.Бочков, Ю.Е.Кузовлев, УФН **141**, 151 (1983).
5. Г.П.Жигальский, УФН **167**, 623 (1997).
6. Ю.М.Гальперин, В.Г.Карпов, В.И.Козуб, ЖЭТФ **95**, 1123 (1989).
7. C.T.Rogers and R.A.Buhrman, Phys. Rev. Lett. **53**, 1272 (1984).
8. V.I.Kozub, Solid State Commun. **97**, 843 (1996).
9. B.Raquet, J.M.D.Coey, S.Wirth, and S.von Molnár, Phys. Rev. **B59**, 12435 (1999).
10. A.Lisauskas, S.I.Khartsev, and A.M.Grishin, J. Low. Temp. Phys., MOS-99 Proceedings.
11. A.Lisauskas, S.I.Khartsev et al., Mat. Res. Soc. Proc., Spring-99 Meeting.
12. V.Podzorov, M.Uehara, M.E.Gershenson, and S.-W.Cheong, lanl arXiv cond-mat/9912064.
13. J.L.Tandon and H.P.Bilger, J. Appl. Phys. **47**, 1697 (1976).
14. Ю.Е.Кузовлев, Г.Н.Бочков, Изв.ВУЗов, Радиофизика **26**, 310 (1983); **27**, 1151 (1984).
15. Ю.Е.Кузовлев, ЖЭТФ **94**, 140 (1988).
16. Ю.Е.Кузовлев, ЖЭТФ **111**, 2086 (1997).
17. Yu.E.Kuzovlev, Phys. Lett. **A194**, 285 (1994).
18. Yu.E.Kuzovlev, lanl arXiv cond-mat/9903350.
19. Н.С.Крылов, *Работы по обоснованию статистической физики*, Изд. АН СССР, М.-Л., 1950.
20. Ю.В.Назаров, ЖЭТФ **95**, 975 (1989).
21. M.H.Devoret, D.Esteve, H.Grabert et al., Phys. Rev. Lett. **64**, 1824 (1990).
22. S.M.Girvin, L.I.Glazman, M.Jonson et al., Phys. Rev. Lett. **64**, 3183 (1990).
23. И.Г.Ланг, Ю.А.Фирсов, ЖЭТФ **43**, 1843 (1962).
24. A.van Oudenaarden, M.H.Devoret, E.H.Visscher et al., Phys. Rev. Lett. **78**, 3539 (1997).
25. J.V.Mantese, W.I.Goldburg, D.H.Darling et al., Solid State Commun. **37**, 353 (1981).
26. G.Casati and B.Chirikov, *Fluctuations in quantum chaos*, preprint, Budker Inst. of Nuclear Physics SB RAS, 1993.
27. C.W.J.Beenakker, Rev. Mod. Phys. **69**, 731 (1997).
28. Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский, *Физическая кинетика*, М.: Изд. АН СССР, 1974.