

П И С Ь М А В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ
ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД

ТОМ 71, ВЫПУСК 2
25 ЯНВАРЯ, 2000

Письма в ЖЭТФ, том 71, вып.2, стр.65 - 70

© 2000г. 25 января

$SU(2)$ -ГЛЮОДИНАМИКА В ФАЗЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ДЕКОНФАЙНМЕНТА

Н.О.Агасян^{1),2)}

*Институт теоретической и экспериментальной физики
117218 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 14 декабря 1999 г.

На основе метода операторного разложения развивается физическая модель для описания $SU(2)$ -глюодинамики в фазе температурного деконфайнмента. Свойства непертурбативного вакуума параметризуются калибровочно-инвариантными глюомагнитными корреляторами. Вычисляется свободная энергия системы при $T > T_c$. Показано, что в рамках предложенной модели тепловые свойства глюонов (плотность энергии, неидеальность) согласуются с данными, полученными в численных расчетах на решетке.

PACS: 11.10.Wx

1. Термодинамика кварков и глюонов при $T > T_c$, в фазе деконфайнмента, представляет объект интенсивных решеточных исследований [1,2]. Стандартным методом является вычисление хорошо определенных на решетке термодинамических величин, таких как плотность давления p , плотность энергии ϵ , неидеальность $\Delta(T) = (\epsilon - 3p)/T^4$ и др. как функции температуры T . В последние годы использование новых мощных компьютеров и усовершенствованных вычислительных схем позволяет определять термодинамические параметры T_c , $\Delta(T_c)$, ... и величины $p(T)$, $\epsilon(T)$, $\Delta(T)$, ... с точностью нескольких процентов. В то же время, последовательной теоретической модели для описания накопленных данных и понимания физики явлений, происходящих в фазе температурного деконфайнмента, до сих пор не существует.

Динамика системы при $T < T_c$ является существенно непертурбативной (НП) и характеризуется конфайнментом и спонтанным нарушением киральной инвариантности. Микроскопически это может быть описано сильными хромо-электрическими и хромо-магнитными полями в вакууме, которые дают вклад в НП, сдвиг свободной энергии через аномалию в следе тензора энергии – импульса [3]. НП поля могут быть параметризованы глюонными конденсатами, как это делается в правилах сумм

¹⁾ e-mail: agasyan@heron.itep.ru

²⁾ Agasian N.O.

КХД [3]. Более детальное описание достигается в методе вакуумных корреляторов (МВК) [4], где свойства НП вакуума определяются калибровочно-инвариантными корреляторами электрического и магнитного типов [5–7]. При температурах $T > T_c$ ситуация меняется (нет пленения цвета и восстановлена киральная симметрия), однако НП влияние глюонных полей на динамику системы оказывается принципиально важным. В работах [5–7] было показано, что в фазе деконфайнмента большая часть хромо-электрического коррелятора обращается в нуль, в то время как хромо-магнитный конденсат остается и слабо меняется с увеличением T (масштаб этой зависимости связан с большой величиной дилатонной массы $M(0^{++}) = (1.6 \div 1.8)$ ГэВ и тем самым тепловые возбуждения глюолов сильно подавлены больцмановским фактором $\sim \exp(-M(0^{++})/T)$). Наличием в вакууме ненулевых вакуумных корреляций магнитного поля был объяснен [7] закон площадей для пространственных петель Вильсона, наблюдаемый в решеточных вычислениях [8]. Поведение корреляторов электрического и магнитного типов в двух разных температурных фазах, теоретически описанное в [5–7], было подтверждено решеточными вычислениями [9] и в настоящее время считается общепринятым.

В настоящей работе в рамках операторного разложения (ОРЕ) предлагается физическая модель для описания свойств $SU(2)$ -глюодинамики в фазе температурного деконфайнмента. Проводится сравнение вычисленных в рамках модели величин $\epsilon(T)/T^4$ и $\Delta(T)$ с решеточными данными. Непертурбативная динамика при $T > T_c$ связана с глюонным сектором КХД, поэтому исследование и физическое понимание таких явлений, как сильное отклонение свойств системы от законов идеального газа, которое наблюдается в “решеточных экспериментах” в температурном интервале от T_c до $(2 \div 3)T_c$, естественно начать с $SU(2)$ -модели.

2. Запишем глюонное поле A_μ в виде

$$A_\mu = B_\mu + a_\mu, \quad (1)$$

где B_μ – непертурбативное фоновое поле и a_μ – поле квантовых флуктуаций. Тогда, используя тождество т’Хоофта, запишем статистическую сумму $SU(2)$ -глюодинамики в виде

$$Z = \int [DA_\mu] e^{-S[A]} = \frac{1}{N} \int [DB_\mu] \eta(B) \int [Da_\mu] \exp(-S[B + a]); \quad (2)$$

здесь $S(A)$ – евклидово действие и введен статистический вес $\eta(B)$ для фиксации корреляторов полей B . Число $N = \int [DB_\mu] \eta(B)$ – нормировочный фактор. При $T > 0$ поля удовлетворяют периодическим граничным условиям

$$B_\mu(\mathbf{x}, x_4) = B_\mu(\mathbf{x}, x_4 + n\beta), \quad a_\mu(\mathbf{x}, x_4) = a_\mu(\mathbf{x}, x_4 + n\beta) \quad (3)$$

с $\beta = 1/T$ и $n = 0, \pm 1, \dots$ Статистическая сумма (2) может быть переписана в форме

$$Z(V, T) = \langle Z(V, T, B) \rangle, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} Z(V, T, B) &= \exp\{-V\beta F(T, B)\} = \\ &= \int [Da_\mu^a][D\bar{\chi}][D\chi] \exp\left\{-\int_0^\beta dx_4 \int_V d^3x L(B, a, \bar{\chi}, \chi)\right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$L = \frac{1}{4g^2} (G_{\mu\nu}^a)^2 + \frac{1}{2\alpha} (D_\mu^{ab} a_\mu^b)^2 + \bar{\chi}^a (D^2)^{ab} \chi^b, \quad D_\mu^{ab} = \delta^{ab} \partial_\mu - \varepsilon^{abc} B_\mu^c$$

есть ковариантная производная, $\bar{\chi}, \chi$ – поля духов и $(D^2)^{ab} = D_\mu^{ac} D_\mu^{cb}$. Символ $\langle \dots \rangle$ означает окончательное усреднение термодинамических величин по ансамблю полей B . Учет квантовых флуктуаций a_μ уже в однопетлевом приближении на фоне глюомагнитного вакуума приводит к нетривиальной динамике в фазе $T > T_c$. Далее мы будем нормировать статистическую сумму (5) на теорию возмущений $Z(B = 0, T = 0)$. В фейнмановской калибровке ($\alpha = 1$), интегрируя по полям $a_\mu, \bar{\chi}, \chi$, для свободной энергии получим выражение

$$F_{reg}(T, B) = F_0(B) + F_g(T, B), \quad (6)$$

$$F_g(T, B) = \frac{1}{2} \ln(\det_\beta W)_{reg}, \quad (7)$$

$$W_{\mu\nu}^{ab} = -(D^2)^{ab} \delta_{\mu\nu} - 2G_{\mu\nu}^a(B) \varepsilon^{acb}. \quad (8)$$

При $T > T_c$ НП вакуум параметризуется калибровочно-инвариантными корреляторами магнитного типа

$$H_{ij\dots k}(x_1\dots x_k) = \langle \text{tr} H_i(x_1) \Phi(x_1, x_2) H_j(x_2) \dots \Phi(x_{k-1}, x_k) H_k(x_k) \Phi(x_k, x_1) \rangle. \quad (9)$$

Здесь

$$H_i = \frac{1}{2} \varepsilon_{inm} t^a G_{nm}^a, \quad \text{tr} t^a t^b = \frac{1}{2} \delta^{ab}, \quad \Phi(x, y) = P \exp \left\{ i \int_y^x B_\mu(z) dz_\mu \right\}$$

– оператор параллельного переноса.

Для нас будет важен билакальный коррелятор, который записывается в виде [7]

$$\langle \text{tr} H_i(x) \Phi(x, y) H_j(y) \Phi(y, x) \rangle = \frac{1}{2} \delta_{ij} \langle (H_k^a)^2 \rangle D^H(x - y) + O(D_1). \quad (10)$$

Функция D^H , согласующаяся с решеточными данными [9], есть³⁾

$$D^H(x - y) = e^{-|x-y|/\lambda}. \quad (11)$$

При $T = 0$ в вакууме $\langle (E_n^a)^2 \rangle = \langle (H_n^a)^2 \rangle$, и учитывая, что в фазе деконфайнмента электрическая компонента конденсата практически “испаряется”, имеем

$$H^2 = \langle (H_i^a)^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle (G_{nm}^a)^2 \rangle = \frac{1}{4} \langle G^2 \rangle, \quad (12)$$

где $\langle G^2 \rangle \equiv \langle (G_{\mu\nu}^a)^2 \rangle$ – глюонный конденсат при $T = 0$.

3. НП поле характеризуется двумя размерными величинами: амплитудой H и масштабом, на котором оно существенно изменяется (длина корреляции), λ . В то же время, характер движения частицы (глюона) в поле определяется ее радиусом кривизны, и в магнитном поле это радиус Лармора $R = 1/\sqrt{H}$. Таким образом,

³⁾ В литературе принято вводить обозначение T_g вместо λ . В данной работе мы пишем λ , чтобы не было путаницы с температурой T .

возникает безразмерный параметр $\xi = (\sqrt{H}\lambda)^{-1}$, который можно использовать для исследования свойств системы в различных предельных случаях.

В случае $\xi \gg 1$, что соответствует $\lambda \rightarrow 0$ ($\langle G^2 \rangle = \text{const}$), из (10), (11) следует, что поля $H_i^a(x)$ не скоррелированы и вакуум есть квантовый ансамбль стохастических полей. НП эффекты в глюодинамике при $N_c \rightarrow \infty$ в фазе деконфайнмента в стохастическом вакууме исследовались в [10].

Когда параметр $\xi \ll 1$, свободную энергию можно вычислять методом операторного разложения. Если $R \ll \lambda$, поле H , даже при его резком изменении, можно считать однородным, то есть слабо меняющемся на характерном масштабе движения частицы $\sim R = 1/\sqrt{H}$. В стандартной ОРЕ это соответствует тому, что характерный импульс $Q^2 \sim H = 1/(\xi\lambda)^2 \rightarrow \infty$. Для гауссовской параметризации функции $D^H(x) = \exp\{-x^2/\lambda^2\}$ (важно, чтобы D^H была падающей функцией на масштабе $\sim \lambda$) разложение в ряд по мацубаровским частотам $\omega_n = 2\pi nT$ имеет вид

$$D^H(T, r) = \frac{\lambda T}{\sqrt{2}} D^H(r) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{n^2}{\xi^2} \left(\frac{\pi T}{\sqrt{H}}\right)^2\right\}. \quad (13)$$

Таким образом, при $T > T_c$ (в $SU(2)$ -глюодинамике $T_c \simeq 0.29$ ГэВ [11] в условиях применимости ОРЕ ($\xi \ll 1$) главный вклад в коррелятор (10) дает нуль-частотная компонента $\omega_0 = 0$ и НП поле можно считать постоянным. Следовательно, нулевым приближением операторного разложения для термодинамических величин в фазе деконфайнмента будет предел постоянного однородного магнитного конденсата (аналогичная ситуация имеет место при переходе от МВК к правилам сумм при $T = 0$).

В соответствии с (10) все направления поля H_i^a в координатном и цветовом пространстве равновероятны, и мы будем рассматривать систему с вектор-потенциалом $B_\mu^a = \delta^{a3} \delta_{\mu 1} H x_2$, что соответствует выбору магнитного поля H_z^3 . В низшем порядке ОРЕ состояние описывается магнитным полем $H_z^3 = H$ и взаимодействующими с ним глюонами $a_\mu^\pm = a_\mu^1 \pm i a_\mu^2$. Заряженная безмассовая частица со спином 1 в магнитном поле H имеет спектр (уровни Ландау)

$$\omega_s^2(q_z^2, n, \sigma, H) = q_z^2 + H(2n + 1 + 2\sigma), \quad (14)$$

где $n = 0, 1, \dots$ – орбитальное квантовое число и $\sigma = \pm 1$ – проекция спина на ось z . Переход от вакуумного случая ($H = 0, T = 0$) для свободной энергии $F_g = 1/2 \text{Tr} \ln(q_4^2 + \omega_0^2(\mathbf{q}))$ к $H \neq 0, T \neq 0$ технически выполняется несложно. Опуская детали вычислений, заметим, что в итоге он сводится к замене $q_4 \rightarrow \omega_k = 2\pi kT$ ($k = 0, \pm 1, \dots$), $\omega_0^2 = q^2 \rightarrow \omega_s^2$ и

$$\text{Tr} \rightarrow \frac{HT}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\sigma=\pm 1} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dq_z}{2\pi}, \quad (15)$$

где учтена кратность вырождения ландауовских уровней $H/2\pi$. Выполняя суммирование по мацубаровским частотам, получим

$$F_g(T, H) = \frac{HT}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\sigma=\pm 1} \int_0^{\infty} dq_z \ln(1 - e^{-\omega_s/T}) + O(\xi), \quad (16)$$

где $O(\xi)$ включает в себя следующие члены разложения по ξ в рамках операторного разложения. Слагаемое для регуляризованной, не зависящей от T части свободной

энергии $F_0(H)$ сводится к однопетлевому выражению для плотности энергии магнитного конденсата, и для термодинамики процессов несущественно.

Как известно, векторная безмассовая частица в магнитном поле имеет тахионную моду, соответствующую уровню $\omega_s^2(q_z = 0, n = 0, \sigma = -1) = -H$. Данная мода есть исключительно следствие эффекта однородного поля. В рассматриваемой модели магнитный конденсат, очевидно, не однороден на масштабах $\sim \lambda$ и тахион в физическом спектре не появляется.

4. Квантовомеханический анализ движения частицы в магнитном поле H показывает, что максимум плотности вероятности поперечного распределения по ρ (ρ – расстояние от оси z) достигается при $\rho = \bar{\rho} = R\sqrt{2n+1}$. В случае $n \gg 1$ величина $\Delta\rho \equiv \sqrt{\bar{\rho}^2 - \rho^2} \approx R/\sqrt{2} \ll \bar{\rho}$. Таким образом, вероятность нахождения частицы заметно отлична от нуля лишь в узкой кольцеобразной области с радиусом $R\sqrt{2n}$ и шириной $\sim R$. Поэтому в сумме по n в (16) следует удерживать лишь нижние уровни Ландау. С термодинамической точки зрения, вклад уровней Ландау с большими орбитальными квантовыми числами n в свободную энергию подавлен фактором $\sim \exp\{-\sqrt{2nH}/T\}$. Численный расчет показывает, что основной вклад в свободную энергию в интервале $T_c < T < 2T_c$ дают уровни $(n = 0, \sigma = 1), (n = 1, \sigma = -1)$ и $(n = 2, \sigma = -1)$. Далее, интегрирование по x , в силу неоднородности конденсата, должно производиться до ξ (интеграл в (16) обрезается на $q_z = 1/\lambda$, где поле H начинает заметно меняться). Учитывая сказанное, свободная энергия переписывается в виде

$$F_g(H, T) = \frac{H^{3/2}T}{\pi^2} \left[\int_0^\xi dx f(1+x^2) + 2 \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^\xi dx f(x^2 + 2n + 3) \right], \quad (17)$$

$$f(x) = \ln[1 - \exp(-(\sqrt{H}/T)\sqrt{x})].$$

Окончательно физические величины необходимо усреднить по НП полям. Это есть усреднение по квантовому статистическому ансамблю полей H_i^a . В данном порядке разложения по ξ усреднение по ансамблю сводится к умножению на статистический вес, который есть число доступных квантовых состояний поля H_i^a . В силу равновероятности различных направлений поля в координатном и цветовом пространстве находим, что статистический вес есть $\int [DB_\mu] \eta(B) = (\prod_{i=x,y,z} 1) (\prod_{a=1,2,3} 1) = 9$. В то же время, он сокращается с таким же нормировочным множителем N в знаменателе (2). Следует отметить, что такое упрощение имеет место только в низшем порядке ОРЕ. Следующие члены разложения по ξ (обозначенные в (15) как $O(\xi)$) такому простому правилу не удовлетворяют.

Зная свободную энергию или, что то же самое, давление $p = -F$ как функцию T , можно найти неидеальность $\Delta = (\varepsilon - 3p)/T^4$ (плотность энергии $\varepsilon = Tdp/dT - p$). Решеточные вычисления показывают, что при $T > T_c$ глюоны не подчиняются законам идеального газа $p = p_{SB} = 2(N_c^2 - 1)\pi^2 T^4/90$, $\varepsilon = 3p$ и $\Delta = 0$, а ведут себя как сильно-неидеальная система с $\Delta \neq 0$ в интервале $T_c < T < (2 \div 3)T_c$. Полагая $\langle G^2 \rangle = 4.3 \text{ ГэВ}^4$ [12], численный расчет неидеальности $\Delta(T)$ в предлагаемой модели показан на рисунке. Видим, что пик Δ приходится на $T_* \simeq 300 \text{ МэВ}$. Решеточные расчеты показывают, что критическая температура перехода $T_c \simeq 290 \text{ МэВ}$ [11]. Величина $\varepsilon(T_c)/T_c^4$ из решеточных данных [11] при $T_c = 0.29 \text{ ГэВ}$ есть 0.256 ± 0.023 . В рамках ОРЕ для НП $SU(2)$ -глюодинамики мы находим $\varepsilon(T_*)/T_*^4 = 0.42$.

5. Таким образом, предложенная модель для $SU(2)$ -глюодинамики, в фазе температурного деконфайнмента физически правильно описывает неидеальность тепло-

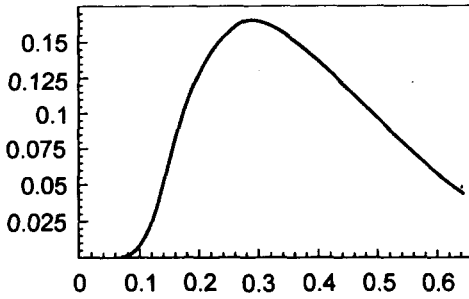


Рис.1. Неидеальность $\Delta(T)$ при $\langle G^2 \rangle = 4.3 \text{ ГэВ}^4$

вых глюонов. Более того, мы имеем не только качественную картину поведения НП вакуума с увеличением T , но также получаем количественную информацию о термодинамике системы. В развиваемом подходе содержится размерный параметр H , задающий масштаб термодинамических величин и безразмерный параметр операторного разложения $\xi = (\lambda\sqrt{H})^{-1}$. Численные расчеты показывают, что вычисляемые термодинамические функции очень слабо меняются при изменении конденсата $\langle G^2 \rangle$. Более существенное изменение термодинамических потенциалов, в принципе, может происходить при учете следующих членов операторного разложения.

Решеточные данные [12] дают значения $\lambda \simeq 0.2$ фм, $\langle G^2 \rangle \simeq 4.3 \text{ ГэВ}^4$, и тем самым находим $\xi \simeq 1$. В то же время, ОРЕ справедливо при $\xi \ll 1$. Таким образом, построена физическая модель НП вакуума, дающая правильное описание фазы температурного деконфайнмента на границе применимости ОРЕ. Аналогичная ситуация имеет место и при использовании правил сумм КХД, которые следуют из операторного разложения для корреляторов физических токов. Соотношения, найденные при больших передаваемых импульсах $Q^2 \gg 1 \text{ ГэВ}^2$, применяют вплоть до $Q^2 \sim (0.7 \div 0.9 \text{ ГэВ})^2$ и получают разумное описание адронных резонансов.

В заключение выражаю благодарность Ю.А.Симонову за интерес к работе, полезные замечания и обсуждение результатов.

1. A.Di Giacomo, hep-lat/9912016.
2. F.Karsch, hep-lat/9909006.
3. M.A.Shifman, A.I.Vainshtein, and V.I.Zakharov, Nucl. Phys. **B147**, 385,448,519 (1979).
4. H.G.Dosch, Phys. Lett. **B190**, 177 (1987); H.G.Dosch and Yu.A.Simonov, Phys. Lett. **B205**, 339 (1988); Yu.A.Simonov, Nucl. Phys. **B324**, 67 (1989).
5. Yu.A.Simonov, Письма в ЖЭТФ **55**, 605 (1992).
6. Yu.A.Simonov, ЯФ **58**, 357 (1995).
7. Yu.A.Simonov, *Hot nonperturbative QCD, Lecture at the International School of Physics "Enrico Fermi"*, Varena, June 1995.
8. E.Manouskis and J.Polonyi, Phys. Rev. Lett **58**, 847 (1987); G.S.Bali, J.Fingberg, U.M.Heller et al., Phys. Rev. Lett. **71**, 3059 (1993).
9. A.Di Giacomo, E.Meggiolaro, and H.Panagopoulos, hep-lat/960301; Nucl. Phys. **B483**, 371 (1997).
10. H.G.Dosch, H.J.Pirner, and Yu.A.Simonov, Phys. Lett. **B349**, 335 (1995).
11. J.Engels, F.Karsch, and K.Redlich, Nucl. Phys. **B435**, 295 (1995).
12. M.Campostrini, A.Di Giacomo, and Mussardo, Z. Phys. **C25**, 173 (1984).