

ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ НА ПОВЕРХНОСТИ КВАНТОВОГО КРИСТАЛЛА

С.В.Иорданский, С.Е.Коршунов

Исследована квантовая модель поверхности кристалла. Построена фазовая диаграмма. Сформулирована и исследована модель границы раздела квантового кристалла и квантовой жидкости, учитывающая движение жидкости.

Широкий интерес к исследованию поверхности квантовых кристаллов, наблюдаемый в последние годы, в значительной степени стимулирован работой Андреева и Паршина ¹, в которой наряду с предсказанием волн плавления была выдвинута гипотеза о возможности существования квантово-шероховатых граней при нуле температур. Это предположение было подвергнуто критике Фишером и Виксом ², исходившими из полуфеноменологических соображений.

Простейшая модель квантовой границы раздела, соответствующая одинаковой плотности твердой и жидкой фазы, была построена и исследована Фрадкиным ³ и авторами настоящей работы ⁴. Было показано, что при нуле температур грань находится в гладком состоянии, а изменение температуры перехода в шероховатое состояние T_R , обусловленное квантовыми эффектами, является небольшим.

Настоящая работа посвящена исследованию более реалистичных моделей, описывающих: 1) свободную поверхность квантового кристалла (существующего при нулевом давлении) и 2) границу раздела квантового кристалла и квантовой жидкости.

Квантовая модель свободной поверхности кристалла была сформулирована в работе Фрадкина ³ и описывается гамильтонианом:

$$H = \sum_{(jj')} \left[\frac{J}{2} (\hat{n}_j - \hat{n}_{j'})^2 - \mu \cos(\phi_j - \phi_{j'}) \right]; \hat{n}_j = -i \frac{\partial}{\partial \phi_j}, \quad (1)$$

где суммирование ведется по парам ближайших соседей на плоской решетке, а угловые переменные ϕ_j являются сопряженными по Фурье к целочисленным переменным n_j , представляющим собой высоты поверхности. Первый член в (1) есть энергия, связанная с разностью высот в соседних точках поверхности, а второй описывает перескоки атомов вдоль поверхности (увеличение n_j на единицу в одном узле с одновременным уменьшением на единицу в соседнем).

Фрадкин исследовал модель типа синус-Гордон, совпадающую по симметрии с (1), и показал, что при $T = 0$ поверхность является гладкой, а T_R в главном порядке не зависит от μ ³.

Отметим, что гамильтониан (1) обладает не только дискретной симметрией, связанной со сдвигом всех n_j , но и непрерывной симметрией, связанной с поворотом всех ϕ_j . Отсюда следует, что помимо перехода из шероховатого в гладкое состояние (представляющего собой спонтанное нарушение первой из указанных симметрий) в рассматриваемой модели так же может происходить фазовый переход, связанный с нарушением непрерывной симметрии. Его наличие становится очевидным при $J = 0$, когда гамильтониан (1) превращается в гамильтониан классической XY-модели.

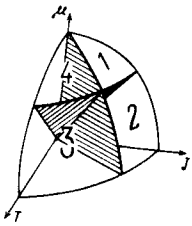
Рассмотрим теперь случай нуля температур. При $\mu \ll J$, используя теорию возмущений, трудно показать, что возбужденные состояния отделены от основного щелью шириной $(z/2)[J - \mu + O(\mu^2/J)]$ (z — число ближайших соседей).

В обратном пределе $\mu \gg J$ мы можем, используя метод, описанный в работе ⁴, перейти к разреженному кулоновскому газу инстантонов, что позволит нам найти гриновскую функцию (коррелятор) для колебаний поверхности $G(\mathbf{k}, \omega) = \langle n_{\mathbf{k}\omega} n_{\mathbf{k}\omega}^* \rangle$. В самосогласованном приближении (работающем тем точнее, чем больше отношение $\kappa = \mu/J$ при малых k

$$G(\mathbf{k}, -i\omega) = \frac{\hbar}{J(\xi^{-2} + k^2) + (\mu k^2)^{-1} \omega^2}, \quad (2)$$

где импульс k измеряется в единицах обратных длин решетки a^{-1} , а $\xi^{-2} \propto \exp(-\frac{c_1}{2} \sqrt{\frac{\mu}{J}})$ пропорционально плотности инстантов. Из вида (2) следует, что длинноволновые колебания поверхности имеют бесщелевой спектр (линейный при малых k). Заметим, что отсутствие щели в спектре отнюдь не означает того, что поверхность находится в шероховатом состоянии. Как показано в ⁴ для моделей вида (1), энергия ступени определяется коррелятором на нулевой частоте и в случае коррелятора вида (2) пропорциональна J/ξ .

Различный вид спектра в различных областях по k позволяет сделать вывод о наличии фазового перехода при критическом значении κ_c . Изучение корреляторов $\langle \cos(\phi_j - \phi_{j'}) \rangle$ при $|r_j - r_{j'}| \rightarrow \infty$ в предельных случаях $\kappa \gg 1$ и $\kappa \ll 1$ позволяет заключить, что это тот же самый переход, что и в XY-модели (т.е. при $J = 0$, $T \neq 0$). В XY-модели фазовый переход происходит при обращении в ноль свободной энергии вихря. В случае $J \neq 0$ возможность фазового перехода даже при нуле температур может быть объяснена тем, что вихрь притягивает инстантоны, и при понижении κ суммарная энергия взаимодействия с инстантонным газом (логарифмически расходящаяся) может компенсировать собственную энергию вихря (также логарифмически расходящуюся).



Фазы (4, 3) являются шероховатыми, фазы (1, 2) — гладкими. Фазы (1, 4) соответствуют конечной сверхтекучей плотности и могут иметь бездиссипативные потоки массы вдоль поверхности кристалла

Таким образом, поверхность фазовых переходов, начинающаяся на прямой в плоскости (T, μ) заканчивается на прямой в плоскости (J, μ) . Один из возможных видов фазовой диаграммы изображен на рисунке. Фазы 1 и 2 — гладкие, 3 — 4 — шероховатые. Фазы 1 и 4 являются сверхтекучими, т.е. возможен бездиссипативный поток массы вдоль поверхности, определяемой $\vec{\nabla} \phi$, с конечной сверхтекучей плотностью ρ_S . Не исключено, что линия существования четырех фаз в действительности распадается на две тройные линии.

Перейдем теперь к квантовому описанию границы раздела между твердой и жидкой сверхтекучей фазами. Рассматривавшаяся в ⁴ модель такой границы применима в случае одинаковых плотностей обеих фаз. Для построения общей модели необходимо учесть наличие амплитуды перехода атомов из одной фазы в другую фазового множителя, зависящего от фазы конденсата в жидком ⁴He. Предполагая, что связь фаз линейна, мы получим гамильтониан

$$H = \frac{J}{2} \sum_{(jj')} (n_j - n_{j'})^2 - \mu \sum_j \cos(\phi_j - \lambda \chi_j) + \int [\rho_L \frac{\hbar^2}{2m^2} (\vec{\nabla} \chi)^2 + \frac{c^2}{2\rho_L} (\delta\rho)^2] dV, \quad (3)$$

где χ_j — значение фазы конденсата в узле j на поверхности раздела (считая, что χ мало меняется в пределах ячейки); и $\delta\rho, \chi$ образуют пару гамильтоново сопряженных величин. Объемный интеграл дает энергию жидкости; c, ρ_L — соответственно скорость звука и плотность жидкости, m — масса атомов ⁴He. Закон сохранения вещества на границе раздела однозначно определяет величину $\lambda = (\rho_S - \rho_L)/\rho_S$, где ρ_S — плотность твердой фазы.

Второй член в гамильтониане имеет простой физический смысл: при переходе атома из кристалла происходит увеличение плотности жидкости только на величину $\Delta\rho = \rho_S - \rho_L$, так как одновременно сдвигается ее граница.

В случае малых μ , как и в предыдущей модели можно воспользоваться теорией возмущений и показать, что спектр возбуждений имеет щель. При достаточно больших μ мы можем использовать метод перевала, перейти к разреженному инстантонному газу и найти функцию Грина

$$G(\mathbf{k}, -i\omega) = \frac{\hbar}{J(\xi^{-2} + k^2) + [\hbar^2 \mu^{-1} + \rho_{ef}(k^2 + \omega^2/c^2)^{-1/2}] \omega^2}; \quad \rho_{ef} = \frac{(\Delta\rho)^2 m^2}{\rho_L \rho_S^2 a} \quad (4)$$

полюса которой определяют спектр возбуждений поверхности, который является бесщелевым и при $k \rightarrow 0$ приближается снизу к спектру звуковых волн в жидкости $\omega = ck$. Отметим, что в пределе $\xi^{-2} \rightarrow 0$ (исчезающая плотность инстантонов), этот спектр переходит в $\omega \propto k^{3/2}$ совпадающий со спектром волн плавления ¹.

Различный вид спектра в зависимости от величины μ позволяет сделать вывод о наличии фазового перехода в этой модели (при нулевой температуре), не совпадающего с переходом в шероховатую фазу. Таким образом, в рассматриваемых моделях, нуль температуры соответствует гладкому состоянию с конечной энергией ступени, в согласии с результатами предыдущих работ ²⁻⁴. Несмотря на это при частотах квантовых переходов, больших некоторой критической, происходит фазовый переход другой природы и появляются бесщелевые возбуждения типа волн плавления.

Авторы благодарны А.Ф.Андрееву и П.Б.Вигману за полезные обсуждения.

Литература

1. Андреев А.Ф., Паршин А.Я. ЖЭТФ, 1978, 75, 1511.
2. Fisher D.S., Weeks J.D. Phys. Rev. Lett., 1983, 50, 1073.
3. Fradkin E. Phys. Rev., 1983, B 28, 5338
4. Иорданский С.В., Коршунов С.Е. Письма в ЖЭТФ, 1983, 38, 542; ЖЭТФ, 1984, 87, (в печати).

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
5 апреля 1984 г.
