Письма в ЖЭТФ, том 39, вып. 10, стр. 482 – 485 *25 мая 1984 г.*

ЭФФЕКТЫ ВЕСС-ЗУМИНОВСКОГО ЧЛЕНА В ТЕОРИИ $d = 11$ СУПЕРГРАВИТАЦИИ

Я.И.Коган, А.Ю.Морозов

Показано, что действие $d = 11$ супергравитации ренорминвариантно в теории возмущений до седьмого порядка из-за наличия в нем топологического члена. Обсуждается также механизм компактификации $M^{11} \to$ четырехмерное пространство $\times S^7$.

Теория $N = 1$, $d = 11$ супергравитации была предложена в 1978 году Крамером, Джулиа и Шерком [1]. При размерной редукции в $d = 4$ из нее возникает $N = 8$ теория, обладающая высокой симметрией. При ее спонтанном нарушении можно надеяться на получение реалистических суперсимметричных моделей. Эта теория является фактически единственным претендентом на роль единой теории поля, основанным на простой супергравитации. Альтернативой является конформная супергравитация в $d = 4$, не содержащая размерных констант связи; она не обобщается на высшие измерения и не может рассматриваться в духе Калузы – Клейна [2].

Теории (супер) гравитации и другие теории поля в высших измерениях не являются перенормируемыми, поэтому на данный момент единственной возможностью существования таких теорий следует признать их конечность, т.е. отсутствие квантовых поправок к исходному Лагранжиану. Действие $N = 1$ $d = 11$ супергравитации имеет вид [1] :

$$S = m_p^9 \int d'' \times e \{ -\frac{1}{2} R - \frac{1}{48} F_{MNPQ} F^{MNPQ} +$$

$$+ \frac{4\sqrt{2}}{(4!)^3} \frac{1}{e} \epsilon^{M_1 \dots M_{11}} F_{M_1 \dots M_4} F_{M_5 \dots M_8} A_{M_9 M_{10} M_{11}} - \frac{i}{2} \bar{\Psi}_M \Gamma^{MNP} \Psi_{p;N} + \frac{3\sqrt{2}}{(4!)^2} \times$$

$$\times (\bar{\Psi}_N \Gamma^{MNPQRS} \Psi_N + 12 \bar{\Psi}^P \Gamma^{QR} \Psi^S) F_{PQRS} + (\bar{\psi}\psi)^2 - \text{члены} \}, \qquad (1)$$

где e_M^A — поле эльфбайна (гравитона), Ψ_M — поле гравитино, A^{MNP} — антисимметричное тензорное поле ранга 3. Все эти поля вместе образуют один супермультиплет частиц на массовой поверхности. $F_{MNPQ} = 24 \partial [M^A NPQ]$. Действие (1) инвариантно относительно локальных суперпреобразований и абелевых калибровочных преобразований. поля A_{MNP}:

$$\delta A_{MNP} = D_{[M} A_{NP]} = \partial_{[M} A_{NP]} . \qquad (2)$$

Замечательным свойством Лагранжиана (1) является наличие в нем весс-зуминовского члена (ВЗЧ) [1)] $\epsilon^{M_1 \dots M_{11}} F_{M_1 \dots M_4} F_{M_5 \dots M_8} A_{M_9 \dots M_{11}}$, непосредственно следующее из свойств суперсимметрии. Коэффициенты перед разными членами в (1) фиксированы локальной суперсимметрией. Единственным произвольным параметром остается общий множитель, задаваемый „массой Планка" m_p. Покажем, что при условии существования процедуры квантования, сохраняющей обе симметрии действия, (1) не перенормируется.

Правильным способом вычисления петлевых поправок, не вводящим лишних z-факторов, является формализм внешнего поля. Лагранжиан представляем в виде $L = L_{\text{вн}} + L_{\text{кв}}$, причем $e_M^A = E^A_{M_{\text{вн}}} + e^a_{M_{\text{кв}}}$, $A_{MNP} = A_{MNP_{\text{вн}}} + a_{MNP_{\text{кв}}}$ и т.д. В квантовом Лагранжиане $L_{\text{кв}}$ нет линейных по квантовым полям $a_{\text{кв}}$ членов, если внешние поля удовлетворяют уравнениям движения. Далее, $L_{\text{кв}}$ содержит внешнее поле A_{MNP} только в виде F_{MNPQ}. Действительно, единственный член другого типа, $\epsilon^{M_1 \dots M_{11}} f_{M_1 \dots M_4} f_{M_5 \dots M_8} A_{M_9 \dots M_{11}}$, можно переписать в виде $\epsilon^{\dots} F_{\dots} f_{\dots} a_{\dots} + \partial_M (\epsilon^{M \dots} f_{\dots} A_{\dots} a_{\dots})$ причем член с полной производной равен нулю в квантовом действии, поскольку квантовые поля быстро убывают на бесконечности. После интегрирования по квантовым полям из $L_{\text{кв}}$ возникает выражение, зависящее только от F_{MNPQ} (не от A_{MNP}) и потому получить контрчлен типа $\epsilon^{M_1 \dots M_{11}} F_{M_1 \dots M_4} F_{M_5 \dots M_8} A_{M_9 \dots M_{11}}$ (конечный или бесконечный) не представляется возможным. Это означает отсутствие поправок к ВЗЧ во всех порядках теории возмущений, так как мы нигде не пользовались квадратичным приближением. В этом случае из-за локальной суперсимметрии не могут возникнуть поправки и к другим членам Лагранжиана, что означает неперенормируемость m_p. Этим практически доказано и то, что не возникает новых суперсимметричных контрчленов, однако этот вопрос требует дополнительного обсуждения. Известно, что таких контрчленов нет до 7 порядка по $1/m_p^2$ [3]. Кроме того, было проверено, что в обсуждаемой теории конечны однопетлевые поправки [3] и происходит сокраще-

---

[1)] Под ВЗЧ мы понимаем выражение, изменяющееся при калибровочных преобразованиях на полную производную (неявно инвариантное).

ние аномалий [4]. Отметим, что наше рассуждение напоминает доказательство Стелле конечности $N = 4$ суперсимметричной теории Янга – Миллса [5]. Там суперсимметрия фиксировала относительные коэффициенты различных членов Лагранжиана, а киральные вершины типа S^3 не могли иметь бесконечных перенормировок по суперполевой нон-ренормализационной теореме. Мы используем другой факт-неперенормируемость ВЗЧ (причем не только бесконечную), связанную с тем, что метод внешнего поля *явно* реализует все симметрии Лагранжиана и не может приводить к контрчленам с неявной симметрией. [2)].

Теперь мы обсудим вопрос о причинах компактификации 11-мерного пространства времени в рамках теории (1). Обсуждение компактификации обычно связано с нахождением некоторых решений уравнений движения бозонного сектора теории и проверкой их устойчивости относительно малых *локальных* возмущений. При этом получаются решения $ADS_4 \times S^7$, с учетом петлевых поправок [6] или фермионных конденсатов возможно также решение $M^4 \times S^7$. В отличие от прежних авторов мы хотим показать не просто существование самосогласованного вакуумного решения, но неизбежность или по-крайней мере возможность *эволюции* теории в сторону образования вакуумных конденсатов и сжатия размера внутреннего семимерного многообразия. Нам известны попытки подобных рассуждений в модельных теориях (например, [7]), мы же изучаем „истинную" $d = 11$ супергравитацию. Для компактификации теперь не требуется введение извне полей материи, ибо теория с неизбежностью содержит антисимметричное поле A_{MNP}. Ниже описаны два возможных механизма компактификации, нам кажется более разумным второй из них.

Классические уравнения для бозонного сектора теории (1) в предположении отсутствия фермионных конденсатов имеют вид

$$R_{MN} - \frac{1}{2} g_{MN} R = - \frac{1}{48} (8 F_{MPQR} F_N^{PQR} - g_{MN} F_{PQRS} F^{PQRS}), \tag{3}$$

$$\nabla_M F^{MNPQ} = - \frac{\sqrt{2}}{(2(4!)^2 \sqrt{G^{11}})} \epsilon^{NPQM_1 \ldots M_8} F_{M_1 \ldots M_4} F_{M_5 \ldots M_8} . \tag{4}$$

Возможность компактификации связана с существованием решений уравнения (4) [8]:

$$F_{\mu\nu\rho\sigma} = \frac{f}{\sqrt{g^4}} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} , \tag{5}$$

$$F_{mnpq} = \lambda \epsilon_{mnpqrst} S^{rst} . \tag{6}$$

Здесь λ – произвольная численная константа, S^{rst} – кручение на S^7, соответствующее связности абсолютного параллелелизма, $R^m_{npr}(r + S) = 0$, а $f = \pm 2\sqrt{2}/r_7$. Последнее равенство является условием существования топологически нетривиального решения Энглерта (6) на сфере S^7 с радиусом r_7. Заметим, что в статическом случае детерминант g^7 не зависит от времени, поэтому в (5) можно было написать $f = \mathrm{const}$, это уже не так при рассмотрении динамики. Смешанные компоненты вакуумного конденсата F_{MNPQ} будем считать нулевыми по лоренц-инвариантности. Через вакуумные значения полей $F_{\mu\nu\rho\sigma}$ и F_{mnpq} можно из (3) определить тензоры кривизны $R_{\mu\nu}$ и R_{mn}. Подставив полученные величины в действие (1), получим: $S = \int d^n x \sqrt{G} \frac{1}{3} f^2$. В принципе существует возможность получить в действии „динамический" член $\dot{f}^2$. Семимерная кривизна содержит производные от радиуса r_7 по времени, а не только статическую часть $1/(r_7)^2$. Можно теперь воспользо-

---

2) Напомним, что метод внешнего поля обычно (в данном случае это так) обеспечивает инфракрасную регуляризацию теории.

ваться топологическим условием $f \sim 1/r_7$. Тогда Лагранжиан имеет вид $L = \dot{f}^2 + f^2$ (знак именно плюс!) и описывает нестабильность: движение одномерной частицы в потенциале $V(f) = -f^2$, т.е. мы убеждаемся в неизбежном нарастании f и уменьшении r_7 со временем.

Второй механизм компактификации получается при более последовательном рассматрении уравнений (3). Мы предположим теперь, что поля Энглерта отсутствуют, т.е. $F_{mnpq} \equiv 0$, при этом пропадает условие $f \sim 1/r_7$; а метрика факторизуется на четырех- и семимерную, причем все ее компоненты могут зависеть от времени. Тогда (3) по-крайней мере при больших r_7, в начале компактификации, имеют решение в виде

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta - b^2(t) g_{mn} dx^m dx^n; \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3,$$

$$m, n = 1, \dots 7.$$

где $a(t)$ и $b(t)$ определяются разными „космологическими членами" $+\frac{8}{3} f^2$ и $-\frac{7}{3} f^2$.

В соответствии с этим четырехмерная часть метрики описывает ADS_4, т.е. решение с колеблющимся масштабным фактором, а семимерная метрика отвечает раздувающейся или сжимающейся сфере. В последнем случае мы получаем компактификацию внутренних измерений. Важно, что это происходит при вполне разумных начальных условиях: мы фактически считаем, что антисимметричные поля A_{MNP} получили какой-то „начальный толчок", $f \sim \dot{A}_{\mu\nu\rho}$. В отличие от четырехмерных $A_{\mu\nu\rho}$, семимерные A_{mnp} не повлияют в начале компактификации на уровнения Эйнштейна, потому что A_{mnp} входит в (3) деленным на изначально большой радиус семимерной сферы: $F_{mnpq} \sim A_{mnp}/r_7$. Смешанные поля $A_{\mu\nu m}, \dots$, эволюция калибровочных полей, заключенных в компонентах метрики $g_{\mu n}$ и другие вопросы будут обсуждаться в подробной статье.

В заключение мы выражаем благодарность А.И.Вайнштейну, Н.А.Воронову, В.И.Захарову, В.А.Новикову, Л.Б.Окуню, К.А.Тер-Мартиросяну и М.А.Шифману за интерес к работе и полезные обсуждения.

Литература

1. *Cremmer E., Julia B., Scherk J.* Phys. Lett., 1978, **76B**, 409.
2. *Kaluza T.* Math-Phys. K A, 1966, (1921); *Klein O.* Zs. Phys., 1926, **37**, 895.
3. *Duff M.J.* Preprint CERN, TH 3232, 1982.
4. *Каллош Р.Э.* Письма в ЖЭТФ, 1983, **37**, 509.
5. *Stelle K.S.* Proc. London, 1981, Nuffield Conf; rds. *Duff M., Isham C.J.*
6. *Candelas P., Weinberg S.* Preprint UTTG-6-83, 1983; *Воронов Н.А., Коган Я.И.* Письма в ЖЭТФ, 1983, **38**, 262.
7. *Chodos A., Detweiler S.*, Phys. Rev., 1980, **D21**, 2167.
8. *Freund P.G., Rubin M.* Phys. Lett., 1980, **97B**, 233; *Englert F.* Phys. Lett., 1982, **119B**, 339.

Институт теоретической и
экспериментальной физики

Поступила в редакцию
13 марта 1984 г.