

КРИТИЧЕСКИЙ ТОК В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КВАНТОВЫХ ТОЧЕЧНЫХ КОНТАКТАХ

Н.М.Щелкачев¹⁾

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау РАН

117334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 23 мая 2000 г.

Исследуется “квантование” критического тока I_c в квантовом точечном контакте при изменении числа открытых каналов (изменении ширины сужения d_0 в 2DEG). Показано, что форма “кванта” I_c не универсальна, а зависит от параметров контакта, в частности, от свойств 2DEG-S границ. Из-за эффекта нормального отражения от S-2DEG границ, критический ток кванта не монотонно зависит от d_0 , может иметь резонансную структуру. Если E_F совпадает с квазистационарным уровнем потенциального ящика, образованным стенками контакта, то критический ток имеет локальный максимум (резонанс), равный (в первом канале) отношению заряда электрона на время его прохождения через контакт, причем критический ток в максимуме определяется самым нижним положительным уровнем Андреева (при разности фаз π).

PACS: 72.10.-d, 72.20.Ht, 74.50.+r, 74.80.Fp

В проведенных недавно экспериментах на баллистических джозефсоновских точечных контактах типа S-2DEG-S (S – сверхпроводник) с микросужением в нормальной части наблюдался эффект “квантования” критического тока I_c при изменении ширины сужения d_0 в 2DEG, регулируемой напряжением на затворе [1]. При увеличении d_0 увеличивалось число открытых поперечных каналов в сужении, поэтому график $I_c(d_0)$ имел вид “ступеней”. Форма и высота ступени (“кванта”) I_c зависели от параметров контакта. Интересно то, что при некоторых d_0 критический ток имел резонансную структуру: локальные максимумы и минимумы. Расчеты [2] показали, что квант I_c не зависит от параметров, характеризующих геометрию контакта, и равен $e\Delta/\hbar$ только в узком ($\xi_0 \gg L$) и “идеальном” контакте. Здесь $\xi_0 = \hbar v_F/\pi\Delta$, L – расстояние между сверхпроводниками, Δ – щель при нуле Кельвина; термин “идеальный” контакт означает, что нет нормального рассеяния квазичастиц – электрона и дырки – от NS-границы при энергиях возбуждений $|E| < \Delta$. В [3] численно показано, что квантование I_c даже в идеальном контакте не универсально при условии $\xi_0 \gtrsim L$, а вышеупомянутые резонансы I_c возникают из-за неидеальности контакта: эффектов нормального рассеяния квазичастиц на потенциале затвора, барьерах типа Шоттки на 2DEG-S границе и др. Квантование тока в идеальном (см. выше) S-2DEG-S контакте исследовалась (аналитически) в [4], в неидеальном, но “узком” ($L \ll \xi_0$), в [5]. Но эксперимент [1], в котором наблюдалось квантование критического тока, был поставлен на неидеальном контакте, в котором $L \lesssim \xi_0$; на графике $I_c(d_0)$ были видны резонансы (Фабри-Перо-осцилляции, в терминах [1]).

Остается неясным, как аналитически описать квантование критического тока в неидеальных контактах, то есть какова функциональная зависимость $I_c(d_0)$ при достаточно широком выборе параметров контакта; при каких значениях d_0 критический ток имеет резонанс (локальный максимум); чему равна амплитуда критического

¹⁾ e-mail: nms@landau.ac.ru

тока в резонансе; при каких параметрах контакта резонансы I_c малы и т.д. Данная работа посвящена нахождению подходов к решению перечисленных выше задач.

Из-за барьеров Шоттки, разнице импульсов ферми-электрона в S и 2DEG и т.д. у границы 2DEG-S появляются потенциальные барьеры, приводящие к нормальному рассеянию квазичастиц, электрона и дырки от границ (даже когда энергии квазичастиц меньше, чем Δ). Этот эффект является причиной немонотонной зависимости I_c от ширины сужения d_0 [3]. Оказывается, что I_c максимально при таких d_0 , когда резонанс вероятности прохождения электрона через потенциальный ящик, ограниченный данными барьерами, совпадает с E_F . Этот вывод справедлив для любой проницаемости барьеров. В максимуме критический ток равен отношению заряда электрона на время его прохождения (с энергией, равной E_F) от одного сверхпроводника до другого. При этом важно отметить, что вклад в критический ток дают квазичастицы только в самом нижнем (положительном) уровне Андреева [6] при разности фаз между сверхпроводниками $\varphi = \pi - 0$.

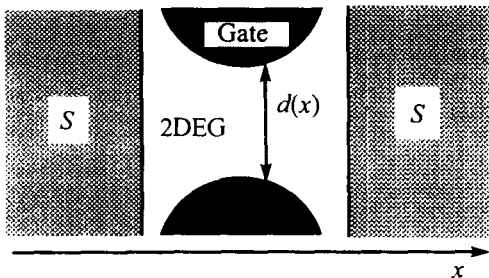


Рис.1. Схематический рисунок джозефсоновского точечного контакта

Джозефсоновский ток в сверхпроводящем квантовом точечном контакте (SQPC) может быть описан в терминах квазичастиц, электрона и дырки, волновые функции $u(x, y)$, $v(x, y)$ которых подчиняются уравнениям Боголюбова – де Жена (Б-дЖ) [7]. Выберем ось x в плоскости 2DEG вдоль направления тока перпендикулярно 2DEG-S границе, а ось y – параллельно (см. рис.1). Будем описывать потенциал спаривания с помощью анзаца $\Delta(x, y) = \Delta \exp\{i\varphi\Theta(x - L/2)\}\Theta(|x| - L/2)$ [3] ($\Theta(x) = 1$, если $x > 0$; $\Theta(x) = 0$ в противном случае). Предположим, что ширина сужения $d(x)$ плавно меняется и можно адиабатически разделить переменные в уравнениях Б-дЖ, аналогично тому, как это было сделано в [4]. Таким образом в сужении $u(x, y) = \sqrt{2/d(x)} \sin(\pi j(y/d(x) + 1/2))u(x)$, $j = 1, 2, \dots$ (аналогично для $v(x, y)$). Теперь $u(x)$, $v(x)$ удовлетворяют одномерному Б-дЖ. Потенциалы (“стенки”) $V(x + L/2)$ и $V(-x + L/2)$, локализованные вблизи 2DEG-S границы, будут учитывать эффект нормального отражения [8]. $V(x)$ характеризуется не зависящей от энергии матрицей рассеяния с амплитудами прохождения $t = t'$ и амплитудами отражения r , r' (амплитуды со штрихом описывают рассеяние электронов, падающих справа). Энергия поперечного квантования $E_{\perp}(x) = (\hbar\pi j)^2/2m_N d^2(x)$ учитывает влияние затвора на электроны в 2DEG. Так что волновой вектор квазичастиц равен в сужении $k_{N,\pm}(x) = \sqrt{2m_N(\mu_N \pm E - E_{\perp}(x))/\hbar^2}$ (m_N – эффективная масса электрона в 2DEG.) Основной вклад в ток дают “открытые” каналы с индексом j , таким, что $\text{Im}k_{N,\pm} = 0$ [4]. Удобно ввести потенциал U , состоящий из “стенок” V и $E_{\perp}(x)$. Он имеет матрицу рассеяния, как у интерферометра Фабри Перо. Например, амплитуда прохождения электрона (дырки) через этот потенциал $t_U = t^2 \exp\{i(\sqrt{2m_S(\mu_S \pm E)} - \sqrt{2m_N(\mu_N \pm E)})L/\hbar\}/(1 - (r')^2 \exp(2iS_{\pm}))$, где

$S_{\pm} = \int_{-L/2}^{L/2} k_{N,\pm}(x) dx$ – действие. Величина $D_U = |t_U|^2$ имеет смысл вероятности прохождения электрона через 2DEG. Адиабатическое приближение позволяет пренебрегать перемешиванием каналов в контакте, поэтому можно искать вклад в джозефсоновский ток от каждого канала независимо [9].

Джозефсоновский ток $I(\varphi)$ в канале j можно выразить через амплитуду андреевского отражения “электронной” квазичастицы от SQPC, согласно [3], и получить (в андреевском приближении) следующий ответ для джозефсоновского тока:

$$I(\varphi) = T \sum_{\omega} J(\omega, \varphi) = T \sum_{\omega_k} \frac{2e}{\hbar} \frac{\partial}{\partial \varphi} \ln(g(i\omega_k, \varphi)), \quad \omega_k = T\pi(2k+1), \quad k = 0, \pm 1, \dots, \quad (1)$$

$$g(E, \varphi) = D^2 \cos(\varphi) + 2R \cos(\beta) - \cos(2\gamma - \beta) - R^2 \cos(2\gamma + \beta) - 4R \sin^2(\gamma) \cos(\beta_0), \quad (2)$$

$$\gamma = \arccos(E/\Delta), \quad \beta = S_+ - S_-, \quad \beta_0 = 2 \arg(\tau) + S_+ + S_-, \quad (3)$$

где $D = |t|^2$, $R = |r|^2$ – вероятность прохождения и отражения квазичастиц от потенциала V .

Формулы (1)–(3) – центральный результат данной работы, так как они позволяют понять, как критический ток зависит от параметров контакта. Предположим, что открыт один канал с $j = 1$, то есть будем изучать первую “ступеньку” (см. рис.2) критического тока. При нуле температуры, если резонансный уровень потенциального ящика, образованного 2DEG-S границами (потенциальными “стенками” V), совпадает с E_F (математически это записывается так: $\beta_0|_{E=0} = 2\pi n$, $n = 0, 1, \dots \Leftrightarrow D_U(E=0) = 1$), из формулы (1) следует, что

$$I_c = |I(\pi - 0)| = \frac{e}{\tau}, \quad \tau = \frac{\hbar}{\Delta} + \tau_0 \frac{R+1}{D}, \quad \tau_0 = (\hbar \partial_E S_+|_{E \rightarrow 0}). \quad (4)$$

Эта формула показывает, какова величина критического тока в точке его локального максимума (резонанса) как функции d_0 – ширины сужения.

Формула (4) имеет наглядную интерпретацию. Электронный волновой пакет (на E_F) испытывает андреевское отражение на 2DEG-S границе и превращается в дырочный волновой пакет за время $\hbar/(2\Delta)$. Электрон на E_F тратит время τ , чтобы пролететь от одного сверхпроводника до другого (в квазиклассическом приближении); τ_0 – половина периода классического движения электрона в потенциальном ящике, образованном “стенками” V ; $(R+1)/D$ можно интерпретировать как число попыток электрона выскочить из данного потенциального ящика. Тогда τ имеет смысл времени, через которое распавшаяся в одном из сверхпроводников купперовская пара, превратившаяся в два электрона в 2DEG (в квазичастицы: электрон и дырку), перейдет в купперовскую пару в другом сверхпроводнике.

Если E_F не точно совпадает с резонансным уровнем, то выражение для I_c (4) надо умножить на $1 - |\sin(\beta_0/2)|2\sqrt{R}/D$, при этом $|\sin(\beta_0/2)|2\sqrt{R}/D \ll 1$. При $D \ll 1$ граница применимости (4) (ширина резонанса критического тока как функции d_0) $\delta d_0 \propto D/\partial_{d_0} S_+ \sim d_0 D/(\tau_0 \hbar/2m d_0^2)$. При $R \ll 1$ формула (4) описывает критический ток при любых d_0 [4]. При этом из (4) следуют результаты для I_c , полученные раньше в [2] при $\tau_0 \ll \tau_{\Delta}$, и в [10] при $\tau_0 \gg \tau_{\Delta}$. Если $D \ll 1$, то из (4) следует формула для I_c , полученная в [11].

Уравнение $g(E, \varphi) = 0$ (2) имеет решениями андреевские уровни. Из него следует, что вклад в I_c (4) дает только самый нижний андреевский уровень, совпадающий с E_F при $\varphi = \pi$. То есть существует такой андреевский уровень, что

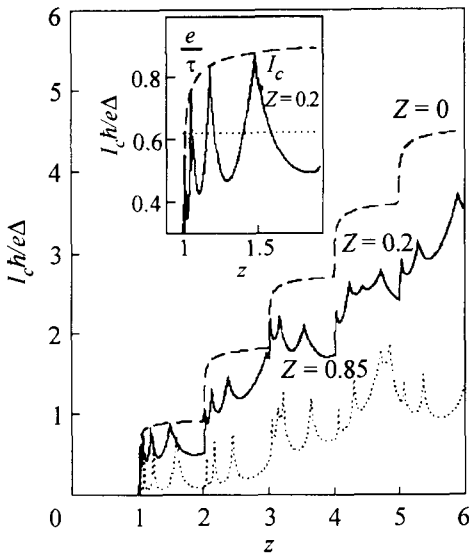


Рис.2. Критический ток I_c при разных параметрах Z , характеризующих проницаемость барьеров на 2DEG-S границе. На вставке показан график I_c при $Z = 0.2$ и функция (4), совпадающая с I_c в резонансе

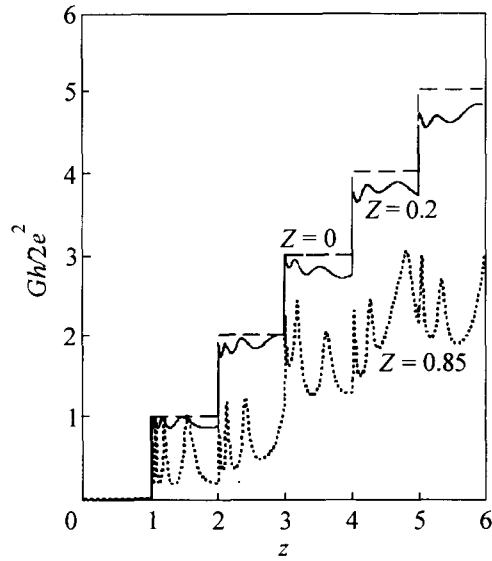


Рис.3. Графики кондуктанса G данного контакта при разных Z , в пределе $\Delta = 0$

$|2(\partial_\varphi E_0(\varphi)/\hbar)_{\varphi \rightarrow \pi-0}| = e/\tau$ (см. (4)). (В пределе $D \ll 1$, такой результат получен также в [5] при $L \ll \xi_0$ и в [11].)

При отклонении параметров контакта от условия $\beta_0(E=0) = 2\pi n$ (резонанс I_c) критический ток уменьшается. В минимуме I_c , то есть когда $\beta_0|_{E \rightarrow 0} = 2\pi(n + 1/2)$, и при условиях $D \ll 1$, $\tau_0 \gg \tau_\Delta$ — $I_c = (e/\tau)D/4\pi$. Если последнее условие заменить на $\tau_0 \ll \tau_\Delta$, то $I_c = (e/\tau_\Delta)D^2/8$. При этом в обоих случаях зависимость джозефсоновского тока от фазы $I(\varphi) \propto \sin(\varphi)$.

Формула (4) справедлива при $T \ll \hbar/\tau$. Если $\hbar/\tau \ll T \ll \Delta$, резонанс вероятности прохождения электрона через нормальную часть контакта (через потенциал U) лежит на E_F и этот резонанс “резкий” (ширина резонанса $\Gamma = \hbar/\tau$ много меньше расстояния между резонансами $\pi\hbar/\tau_0$, см. (4)), то джозефсоновский ток $I(\varphi) = (e\Gamma \sin(\varphi/2)/\hbar) \tanh(\Gamma \cos(\varphi/2)/2T)$, а $I_c \approx (e\Gamma/\hbar)(\Gamma/4T)$ при $T \gg \Gamma$. Если сохранить условие “резкости”, то в минимуме, при $\tau_0 \gg \hbar/\Delta$, критический ток будет спадать экспоненциально с температурой: $\propto \exp(-2\pi T\tau_0/\hbar)$. При этом $2\pi T\tau_0/\hbar \gg 1$.

Выше предполагалось, что открыт только первый канал. Если открыто много каналов, то при $D = 1$, чтобы получить критический ток, надо просуммировать выражение для I_c в (4) по всем открытым каналам j . Характер зависимости критического тока от d_0 будет в основном определяться открывающимся каналом с самым большим индексом j [4]. При $D \ll 1$ максимальный критический ток можно получить, просуммировав e/τ по каналам, удовлетворяющим условию максимума (см. (4)). В минимуме I_c равно сумме по открытым нерезонансным каналам ($\beta_0 \neq 2\pi n$) от $(e/\tau)D/4\pi$, если $\tau_0 \ll \hbar/\Delta = \tau_\Delta$, и от $(e/\tau_\Delta)D^2/8$ при условии $\tau_0 \gg \tau_\Delta$. В случае $D \lesssim 1$ графики критического тока построены на рис.2. Предполагалось, что $D = 1/(1 + Z^2)$; $S_+ = \sqrt{2m_N L^2(\mu(1 - j^2/z^2) + E)/\hbar}$; $T = 0$; $\Delta = 15.3$ эВ;

$z = 0.004$ мкм; $y = \hbar^2 N]i_v$, $N = 2M3 \cdot 10^{12}$ см $^{-2}$ в 2DEG; $i_v = 0.0045i_e$. На рис.3 приведен график кондактанса G данного контакта при $\Delta = 0$. Из графика видно, что “кванты” G зависят от параметров контакта, от s . Причина этого – рассеяние электронов на барьерах (S-2DEG), находящихся на расстояниях от сужения, меньших, чем длина z_ϕ сбоя фазы электрона. В [12], где исследовалось квантование кондактанса, рассеяние на z_ϕ было малым, поэтому кванты G принимали универсальное значение $2e^2/h$.

Автор признателен за полезные и стимулирующие обсуждения Г.Б.Лесовику, а также Дж.Блаттеру (G.Blatter), Д.Куну (D.Kuhn), М.В.Фейгельману. Именно заинтересованности Г.Б.Лесовика данная статья обязана своим появлением.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 000216617).

-
1. H.Takayanagi, T.Akazaki, and J.Nitta, Phys. Rev. Lett. **75**, 3533 (1995).
 2. C.W.J.Beenakker, Phys. Rev. Lett. **67**, 3836 (1991).
 3. A.Furusaki, H.Takayanagi, and M.Tzukada, Phys. Rev. Lett. **67**, 132 (1991); Phys. Rev. **B45**, 10563 (1992).
 4. N.M.Chtchelkatchev, G.B.Lesovik, and G.Blatter, cond-mat 9907460, (to appear in Phys. Rev. B).
 5. P.Samuelsson, J.Lantz, V.S.Shumeiko et al., cond-mat 9904276.
 6. A.F.Andreev, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **46**, 1823 (1964) [Sov. Phys. JETP **19**, 1228 (1964)].
 7. P.G.De Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys*, Benjamin, New York, 1966.
 8. U.Schlüssler and R.Kümmel, Phys. Rev. **B47**, 2754 (1993).
 9. L.I.Glazman and A.V.Khaetskii, J. Phys.: Cond.Matter **1**, 5005 (1989).
 10. I.O.Kulik, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **57**, 1745 (1969) [Sov. Phys. JETP **30**, 944 (1970)]; C.Ishii, Prog. Theor. Phys. **44**, 1525, (1970).
 11. D.Kuhn, N.M.Chtchelkatchev, G.B.Lesovik et al., unpublished.
 12. B.J. van Wees, H. van Houten, C.W.J.Beenakker et al., Phys. Rev. Lett. **60**, 848 (1988); D.A.Wharam, T.J.Thornton, R.Newbury et al., J. Phys. **C21**, L209 (1988); L.I.Glazman, G.B.Lesovik, D.E.Khmel'nitskii et al., Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **48**, 218 (1988) [JETP Lett. **48**, 238, (1988)].