Письма в ЖЭТФ, том 70, вып.6, стр.386 - 391

АНТИПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ ЭФФЕКТ В КВАНТОВЫХ ЯМАХ В СИЛЬНОМ ПЕРЕМЕННОМ ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

В.А.Бурдов[1)]

Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского

603600 Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 8 октября 1998 г.

После переработки 24 мая 1999 г.

Показано, что при действии на электрон, находящийся в двойной квантовой яме, сильного переменного электрического поля зависимость дипольного момента от приложенного к структуре постоянного напряжения оказывается почти периодической. При этом на одной половине периода возникает антиполяризационный эффект – структура поляризуется против внешнего поля.

PACS: 03.65.-w, 73.20.Dx

В последние годы все более интенсивно изучаются процессы, связанные с взаимодействием мощного лазерного излучения с электронной подсистемой различных квантовых гетероструктур – в частности, гетероструктур на основе двойной квантовой ямы. При этом были обнаружены такие явления, как динамическая локализация электронной волновой функции в области одной из ям сильным переменным полем [1 – 3], низкочастотная генерация электромагнитного излучения [4, 5], эффект абсолютного отрицательного сопротивления [6, 7]. В настоящей работе сообщается о совершенно новом – антиполяризационном эффекте, сущность которого заключается в том, что квантовая система поляризуется против постоянного внешнего электрического поля в присутствии сильного переменного воздействия.

Будем описывать симметричную двойную квантовую яму двухуровневой моделью ($E_{0,1} = \pm\hbar\Delta/2$) с волновыми функциями $\chi_0(x)$ и $\chi_1(x)$, являющимися симметричной и антисимметричной, соответственно, причем величина $\chi_0^2(x) - \chi_1^2(x)$ пренебрежимо мала на всей оси x. Предполагая внешнее поле состоящим из двух частей – постоянной составляющей $\bar{V}(x)$ (своего среднего значения) и переменной составляющей $\tilde{V}(x,t)$ частоты ω, будем считать, что матричные элементы $\bar{V}_{01}$ и $\tilde{V}_{01}(t)$, вычисленные в дипольном приближении, существенно превышают величину энергии перехода $\hbar\Delta$.

Целью данной работы является вычисление электронного дипольного момента в сильном периодическом внешнем поле $\tilde{V}(x,t)$ и анализ зависимости дипольного момента от величины приложенного к системе постоянного напряжения, равного $-\bar{V}(x)/e$ ($-e$ – заряд электрона).

Сильное периодическое внешнее поле эффективно заменяет стационарные состояния с определенной энергией на состояния с определенной квазиэнергией [8]. При этом волновые функции квазиэнергетических состояний имеют блоховский вид:

$$U(x,\tau) = \Phi(x,\tau)e^{-i\nu\tau} , \qquad (1)$$

1) e-mail: burdov@phys.unn.runnet.ru

где $\tau = \omega t$, число ν представляет собой безразмерную квазиэнергию, вычисленную в единицах $\hbar\omega$, а квазиэнергетическая функция $\Phi(x,\tau)$ является периодической по τ с периодом 2π.

Функцию $\Phi(x,\tau)$ будем искать в виде разложения по ортонормированному базису функций $\Psi_\pm(x) = (\chi_0(x) \pm \chi_1(x))/\sqrt{2}$, локализованных в правой (Ψ_+) и левой (Ψ_-) ямах:

$$\Phi(x,\tau) = A(\tau)\exp\{i(\gamma\tau/2 + \int v(\tau)d\tau)\}\Psi_-(x) + B(\tau)\exp\{-i(\gamma\tau/2 + \int v(\tau)d\tau)\}\Psi_+(x), \tag{2}$$

где $\gamma = 2\bar{V}_{01}/\hbar\omega$, $v(\tau) = \tilde{V}_{01}/\hbar\omega$, а $A(\tau)$ и $B(\tau)$ – функции времени, подлежащие дальнейшему определению. Подстановка волновой функции (1) с $\Phi(x,\tau)$ в виде (2) в уравнение Шредингера дает для $A(\tau)$ и $B(\tau)$:

$$i\frac{dA}{d\tau} + \nu A = -\frac{B}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\mu_n e^{-i\psi_n}e^{-i(\gamma-n)\tau},$$

$$i\frac{dB}{d\tau} + \nu B = -\frac{A}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\mu_n e^{i\psi_n}e^{i(\gamma-n)\tau}, \tag{3}$$

где

$$\mu_n \exp\{i\psi_n\} = \frac{\Delta}{2\pi\omega}\int_0^{2\pi} d\tau \exp\{i(n\tau + 2\int v(\tau)d\tau)\} \tag{4}$$

– домноженная на Δ/ω амплитуда n-ой фурье-гармоники функции $\exp\{2i\int v(\tau)d\tau\}$ ($\mu_n\omega/\Delta$ – ее модуль).

Коэффициенты фурье-разложения (4), как следует из их определения, не зависят от величины постоянного внешнего поля, но зависят от амплитуды его переменной составляющей, а также от его частоты. Причем, поскольку амплитуда переменного воздействия предполагается большой, подынтегральная функция в (4) является быстроосциллирующей, и следовательно, значение самого интеграла – мало. Так, например, для возмущения чисто гармонического типа $\tilde{V}_{01}(t) = W\cos\omega t$, коэффициенты μ_n равны $J_n(2W/\hbar\omega)\Delta/\omega$, где $J_n(x)$ – функция Бесселя аргумента x. Если $W/\hbar\omega \gg 1$, коэффициенты μ_n будут малы при любом n. Для негармонического, но по-прежнему периодического возмущения, интеграл в (4) может быть вычислен с помощью метода стационарной фазы, что и было сделано в [9]. При этом вывод о малости μ_n сохраняется, что позволяет аналитически решить систему (3).

Наибольший интерес представляет решение в так называемом резонансном случае, когда частота перехода между уровнями энергии кратна частоте внешнего поля. В условиях, когда постоянная составляющая внешнего поля велика, что и предполагалось изначально, частота перехода есть $2\bar{V}_{01}/\hbar$ и, следовательно, условие резонанса может быть представлено в виде

$$\gamma = n, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{5}$$

Вообще говоря, решение, полученное в резонансном приближении, справедливо лишь в узкой области $|\gamma - n| \ll 1$ и не может быть распространено на всю ось γ. Однако далее будет показано, что при соблюдении условия малости коэффициентов μ_n: $\mu_n \ll$

$\ll |\gamma - n| \ll 1$, полученных решений будет вполне достаточно, по крайней мере, для качественного понимания описываемого здесь эффекта.

Получим решение уравнений (3) вблизи произвольного l-го резонанса, для чего, как обычно, отбросим в (3) все "быстрые" гармоники, сохранив в суммах только "медленное" слагаемое с $n = l$. В этом случае система (3) легко решается, что дает две квазиэнергетические функции:

$$\Phi_{\pm}(x,\tau) = \Psi_{\pm}(x)\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\delta}{2\eta}}\exp\{\mp i\varphi_l(\tau)\} \mp \Psi_{\mp}(x)\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\delta}{2\eta}}\exp\{\pm i(\varphi_l(\tau) - \psi_l)\}\ , \quad (6)$$

соответствующие двум значениям квазиэнергии

$$\nu_{\pm} = \pm\frac{\eta}{2} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\mu_l^2 + \delta^2}\ . \quad (7)$$

Здесь введена величина отклонения от резонанса $\delta = \gamma - l$, а функция $\varphi_l(\tau) = \int(v(\tau) + +l/2)d\tau$.

Теперь нетрудно найти выражение для электронного дипольного момента в квазиэнергетических состояниях в окрестности l-го резонанса. Используя для этой цели волновые функции (6), получим

$$D_{\pm}(\delta) = \mp e x_{01}\frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + \mu_l^2}}\ , \quad (8)$$

где x_{01} – матричный элемент оператора координаты (будем для определенности считать его положительным).

В соответствии с (8) дипольный момент, например, "+"-состояния в области отрицательных δ вдали от резонанса близок к своему максимально возможному положительному значению ex_{01}. Переход через точку резонанса сопровождается резкой сменой знака дипольного момента с быстрым выходом на минимально возможное значение $-ex_{01}$ при увеличении δ. Последующее удаление от резонанса (в область $|\delta| \sim 1$), по всей видимости, не должно заметным образом сказаться на динамике системы. Поэтому дипольный момент сохранит свое максимальное или минимальное значение до тех пор, пока система не попадет в область следующего $l-1$-го или $l+1$-го резонанса, где снова произойдет резкий переброс вектора дипольного момента.

Очевидно, подобный переброс будет происходить всякий раз, когда параметр γ будет принимать очередное целочисленное значение. При этом расстояние между уровнями энергии, первоначально связанными между собой резонансным l-квантовым процессом, будет изменяться на величину энергии одного кванта внешнего переменного поля.

Следовательно, зависимость дипольного момента от параметра γ (то есть от величины постоянного внешнего поля) в квазиэнергетических состояниях оказывается почти периодической с "периодом", равным двойке. Небольшие отклонения от периодичности будут наблюдаться в малой окрестности точек резонанса $\gamma = n$, где и происходит смена знака дипольного момента. Ширина перепада на зависимости $D_{\pm}(\gamma)$ в окрестности резонанса определяется главным образом величинами коэффициентов μ_n и, поскольку в общем случае все коэффициенты μ_n различны, строгая периодичность невозможна.

Таким образом, получается, что на одном "полупериоде" направление дипольного момента совпадает с направлением внешнего постоянного поля, а на другом "полупериоде" система поляризуется против поля, причем в обоих случаях дипольный момент достигает своих наибольших значений. Следовательно, на одном из "полупериодов" в системе возникает антиполяризационный эффект, обусловленный дополнительным действием на электрон сильного переменного поля.

Такую зависимость $D_{\pm}(\gamma)$ нетрудно понять, если принять во внимание структуру квазиэнергетических состояний (6). Например, в окрестности l-го резонанса при отрицательных значениях параметра δ (таких, что $\mu_l \ll |\delta| \ll 1$) функция $\Phi_+(x,t)$ с точностью до несущественного экспоненциального фазового множителя совпадает с функцией $\Psi_-(x)$ и, следовательно, полностью локализуется в левой яме. Система при этом оказывается максимально поляризованной и почти нечувствительной к дальнейшему уменьшению δ.

По мере приближения к точному резонансу ($\delta = 0$) степень локализации электрона в левой яме уменьшается и часть волновой функции переходит в правую яму. Если условие резонанса выполняется строго, квазиэнергетическая функция $\Phi_+(x,t)$ в равной степени заполняет обе ямы. Увеличение δ ведет к дальнейшему заполнению правой ямы и опустошению левой. Наконец, при $\delta \gg \mu_l$ вся волновая функция полностью локализуется в правой яме, что снова дает максимальный дипольный момент, но направленный уже в противоположную сторону.

Как показывает выражение (7), в точке резонанса ($\delta = 0$) ветви квазиэнергий максимально сближаются друг с другом на величину, определяемую коэффициентом μ_l. В нулевом приближении, что соответствует равенству $\mu_l = 0$, ветви квазиэнергий пересекают друг друга – имеет место вырождение квазиэнергетического спектра, называемое также квазиэнергетическим резонансом. Учет конечности коэффициентов μ_l ведет к снятию вырождения – происходит как бы расщепление квазиэнергетических уровней с образованием щели величиной μ_l мёжду ветвями квазиэнергии. Волновые функции квазиэнергетических состояний в этом случае представляют собой симметричную и антисимметричную линейные комбинации двух исходных волновых функций нулевого приближения, подобно тому, как это имеет место для вырожденных стационарных состояний. В нашем случае нулевое приближение соответствует удалению от резонанса – когда есть две квазиэнергетические функции, практически полностью локализованные в левой и правой ямах. Поэтому при $\delta = 0$ их суперпозиция с равными по абсолютной величине коэффициентами обязательно даст волновую функцию, в равной степени заселяющую как левую так и правую ямы, в чем можно непосредственно убедиться с помощью выражения (6), положив $\delta = 0$. Очевидно, что дипольный момент системы в точках резонанса должен обращаться в нуль, что и дает выражение (8).

Сильное переменное поле связывает два квазиэнергетических состояния нулевого приближения, локализованные в разных ямах. Поэтому переход по параметру δ из области отрицательных значений в область положительных через точку резонанса приводит к плавному переводу квантовой системы из одного квазиэнергетического состояния нулевого приближения в другое, что сопровождается передислокацией электронного волнового пакета из ямы в яму.

Во всей области значений δ между двумя соседними резонансами, как уже отмечалось ранее, сколь-нибудь существенных изменений с функцией $\Phi_+(x,t)$ происходить не будет до тех пор, пока величина γ не приблизится к следующему своему резонансному значению $l+1$ (то есть $\delta = 1$). Здесь уже произойдет обратный переход электронного волнового пакета – из правой ямы в левую с очередной сменой направления вектора поляризации. Очевидно, каждый последующий переход через очередную точку резонанса будет сопровождаться перетеканием волнового пакета из одной ямы в другую.

Функция $\Phi_-(x,t)$ ведет себя полностью противоположно функции $\Phi_+(x,t)$: когда одна из них локализована в левой яме, другая – в правой, и наоборот. По этой причине дипольные моменты в "+"- и "–"-состояниях отличаются знаком.

В самом общем случае волновая функция системы является суперпозицией обоих квазиэнергетических состояний и может быть представлена разложением по ортонормированному базису функций $U_\pm(x,\tau)$:

$$\Psi(x,\tau) = C_+U_+(x,\tau) + C_-U_-(x,\tau)\ , \tag{9}$$

Разложение (9) по базису квазиэнергетических функций, в отличие от разложения по любому другому базису, обладает, как показано в [8], одним существенным свойством: коэффициенты разложения $C_\pm$ не зависят от времени и остаются всегда постоянными. Поэтому, если в начальный момент времени создать состояние, совпадающее с одним из квазиэнергетических состояний (то есть один из коэффициентов разложения в (9) равен нулю, а другой – единице), в дальнейшем, с вероятностью, равной единице, система останется в данном квазиэнергетическом состоянии. Практически этого можно легко добиться, наложив на симметричную двойную квантовую яму вначале сильное постоянное поле ($\bar{V}_{01} \gg \hbar\Delta$), что приведет к локализации частиц на нижнем уровне (в нижней подзоне) в одной из ям, а затем и переменное поле. При этом следует подобрать напряженность постоянного поля и частоту переменного так, чтобы система была далека от резонанса, то есть условие (5) далеко от выполнения. Поскольку в нерезонансной области значений γ функции $U_\pm(x,\tau)$ локализуются в разных ямах, ясно, что частицы будут "занимать" то квазиэнергетическое состояние, волновая функция которого локализована в яме, содержащей в данный момент частицы. В дальнейшем можно адиабатически менять постоянное поле, не вызывая, тем самым, переходов квантовой системы из одного квазиэнергетического состояния в другое, но совершая переводы заряда из ямы в яму при каждом прохождении через очередной резонанс (5).

Если взять для оценок ширину каждой из ям и толщину разделяющего их барьера по 10 нм, высоту барьера, совпадающую по порядку величины со значениями $E_{0,1}$, – 0.1 эВ, а массу носителей – порядка десятой доли массы свободного электрона, получим для величины энергии перехода $\hbar\Delta$ значение порядка 10^{-3} эВ. Для того чтобы заметным образом "раздвинуть" уровни энергии, увеличив энергию перехода в несколько раз или даже на порядок, потребуются напряженности постоянного поля $\sim 10^3$ В/см, что вполне достижимо. При температурах $T \sim 10$ К, что обычно и имеет место в подобного рода экспериментах (см., например, [5, 7]), тепловая энергия оказывается примерно на порядок меньше расстояния между уровнями.

Если при этом поверхностная концентрация электронов $n_s \sim 10^{11}\,\text{см}^{-2}$, уровень Ферми будет лежать выше энергии основного состояния на величину порядка 10^{-3} эВ, сравнимую с тепловой энергией. В этих условиях, действительно, большинство частиц будет находиться в нижней энергетической подзоне в одной из ям и останется там до момента включения переменного поля, для создания которого могут быть использованы лазеры субмиллиметрового диапазона, что дает значения частоты ω порядка частоты перехода Δ.

Таким образом, как показывают оценки, поляризационные динамические эффекты в двойной квантовой яме доступны для экспериментального наблюдения.

---

1. F.Grossmann, T.Dittrich, P.Jung, and P.Hanggi, Phys. Rev. Lett. **67**, 516 (1991); F.Grossmann and P.Hanggi, Europhys. Lett. **18**, 571 (1992).
2. R.Bavli and H.Metiu, Phys. Rev. Lett. **69**, 1986 (1992); Phus. Rev. **A47**, 3299 (1993).
3. Y.Kayanuma, Phys. Rev. **A50**, 843 (1994).
4. Y.Dakhnovskii and R.Bavli, Phys. Rev. **B48**, 11010 (1993); Y.Dakhnovskii, R.Bavli, and H.Metiu, Phys. Rev. **B53**, 4657 (1996).
5. I.Brener, P.C.M.Planken, M.C.Nuss et al., Appl. Phys. Lett. **63**, 2213 (1993).
6. Y.Dakhnovskii and H.Metiu, Phys. Rev. **B51**, 4193 (1995).
7. R.Aguado and G.Platero, Phys. Rev. **B55**, 12860 (1997).
8. Я.Б.Зельдович, ЖЭТФ **51**, 1492 (1966); УФН **110**, 139 (1973).
9. В.А.Бурдов, ЖЭТФ **112**, 1209 (1997).