

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ И УГЛОВЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФОТОЭЛЕКТРОНОВ ПРИ МНОГОФОТОННОЙ ИОНИЗАЦИИ

В.С.Попов

Институт теоретической и экспериментальной физики

117218 Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 сентября 1999 г.

Рассчитаны энергетические и угловые распределения фотоэлектронов при ионизации атома или иона под действием мощного лазерного излучения. Полученные результаты справедливы для всех значений параметра Келдыша  $\gamma$ . Рассмотрены случаи линейной и циркулярной поляризации света.

PACS: 31.15.Gy, 32.80.Fb

Теоретическое исследование процессов ионизации атомов и ионов в поле мощного лазерного излучения было начато в 60-е годы [1–4]. В обзорах [5, 6] изложены<sup>1)</sup> результаты дальнейших исследований в этой области. Характер процесса ионизации зависит от параметра адиабатичности  $\gamma$ , введенного Келдышем [1]: при  $\gamma \ll 1$  имеет место туннельная, а при  $\gamma \gg 1$  – многофотонная ионизация.

В работах [3,4] получены формулы для вероятности ионизации (включая предэкспоненту), справедливые для произвольных значений  $\gamma$ . Целью настоящей заметки является исследование энергетических и угловых распределений фотоэлектронов и их изменения с ростом параметра  $\gamma$  в случае линейной и циркулярной поляризаций излучения. Благодаря прогрессу в лазерной технике, эти величины в настоящее время уже стали объектом экспериментальных исследований (см., например, обзор [6] и указанную там литературу).

Импульсный спектр фотоэлектронов в случае линейной поляризации имеет вид<sup>2)</sup>

$$w(\mathbf{p}) = w(0) \exp \left\{ -\frac{1}{\omega} \left[ c_1(\gamma) p_{\parallel}^2 + c_2(\gamma) p_{\perp}^2 \right] \right\}, \quad (1)$$

где  $c_1 = \text{Arsh } \gamma - \gamma(1 + \gamma^2)^{-1/2}$ ,  $c_2 = \text{Arsh } \gamma$ ,  $\gamma = \omega/\omega_i = \omega\kappa/F$ ,  $\omega$  и  $F$  – частота излучения лазера и напряженность электрического поля,  $\omega_i$  – частота туннелирования электрона в поле  $F$ ,  $E_i = \kappa^2/2$  – потенциал ионизации и  $\mathbf{p} = (p_{\parallel}, p_{\perp})$  – импульс электрона после выхода из-под барьера.

Формула (1) почти не требует комментариев. При  $\gamma \ll 1$  (адиабатический случай – то есть низкая частота  $\omega$ , большая напряженность поля  $F$ )

$$w(\mathbf{p}) = w(0) \exp \left\{ -\frac{\kappa p^2}{F} \left( \frac{1}{3} \gamma^2 + \theta^2 \right) \right\}, \quad (1')$$

где  $\theta$  – угол между направлением вылета электрона и осью линейной поляризации излучения. Угловое распределение электронов имеет резкий максимум в направлении поля,  $\theta_{eff} \lesssim \gamma$ . В противоположном случае  $\gamma \gg 1$  (быстропеременное поле)

<sup>1)</sup> К сожалению, приходится отметить, что в [5, 6] крайне необъективно освещен вклад работ [3, 4, 7], не утративших своего значения до сего дня. За подробностями мы отсылаем к работе [8].

<sup>2)</sup> См. формулу (53) в [4]. Мы используем атомные единицы,  $\hbar = m = e = 1$ .

$$w(\mathbf{p}) = w(0) \exp \left\{ -\frac{p^2}{\omega} (\ln 2\gamma - \cos^2 \theta) \right\}. \quad (1'')$$

Для средних значений поперечного и продольного (к полю  $\mathbf{F}$ ) импульса электрона получаем:

$$\langle p_{\perp}^2 \rangle^{1/2} / \langle p_{\parallel}^2 \rangle^{1/2} = \left( 1 - \frac{\gamma}{\sqrt{1 + \gamma^2} \operatorname{Arsh} \gamma} \right)^{1/2} = \begin{cases} 0.577\gamma, & \gamma \ll 1, \\ 1 - (2 \ln \gamma)^{-1}, & \gamma \gg 1. \end{cases} \quad (2)$$

В случае циркулярной поляризации вероятность  $n$ -фотонной ионизации атомного  $s$ -уровня равна [4]

$$w_n = \kappa^2 C_{\kappa}^2 R(t, \gamma) \exp\{-4\nu_c \varphi(t, \gamma)\}, \quad (3)$$

где

$$\varphi(t, \gamma) = \frac{\operatorname{Arth} u - u}{1 + t}, \quad u = \sqrt{\frac{t^2 + \gamma^2}{1 + \gamma^2}}, \quad (3')$$

введена вместо  $n$  вспомогательная переменная  $t = (2\nu_c/n) - 1$  (так что  $-1 < t < 1$ ),  $\nu_c = K_0(1 + \gamma^{-2})$  - порог фотоионизации,  $K_0 = \kappa^2/2\omega$  - параметр многоквантовости процесса ( $K_0 \gg 1$ ),  $C_{\kappa}$  - асимптотический коэффициент атомной волновой функции на бесконечности<sup>3)</sup>, а предэкспонента  $R$  также вычислена в работе [4], но здесь нам не понадобится.

Функция  $\varphi(t, \gamma)$  имеет минимум в точке  $t = t_0(\gamma)$ , соответствующей максимальной вероятности ионизации и определяемой из уравнения  $t = 1 - u/\operatorname{Arth} u$ , причем ей отвечает число поглощенных квантов  $n_0(\gamma) = 2\nu_c/(1 + t_0)$ . Вблизи максимума распределение по  $n$ , то есть энергетический спектр электронов, имеет гауссовский вид<sup>4)</sup>:

$$w_n = w_{max} \cdot \exp\{-c_3(n - n_0)^2/n_0\} = w_{max} \cdot \exp\{-(E_n - E_{max})^2/2\Delta^2\}, \quad (4)$$

где

$$c_3(\gamma) = \frac{\gamma^2(1 + t_0^2) + 2t_0^2}{(1 - t_0)^2 \sqrt{(1 + \gamma^2)(t_0^2 + \gamma^2)}} = \begin{cases} \gamma(1 + \frac{1}{3}\gamma^2), & \gamma \ll 1 \\ 2(\ln \gamma)^2, & \gamma \gg 1 \end{cases}, \quad (4')$$

$$\Delta = [\omega E_i(1 + \gamma^{-2})/(1 + t_0)c_3(\gamma)]^{1/2}, \quad (4'')$$

$\Delta \sim \gamma^{-3/2} \sqrt{\omega E_i}$  при  $\gamma \ll 1$ ,  $\Delta = \sqrt{\omega E_i}/2 \ln \gamma$  при  $\gamma \gg 1$ . Наиболее вероятная энергия фотоэлектронов на выходе из-под барьера равна

<sup>3)</sup> Эти коэффициенты часто встречаются в квантовой механике, атомной и ядерной физике. Таблицу их численных значений для  $s$ -состояний нейтральных атомов и некоторых ионов можно найти в [9].

<sup>4)</sup> В несколько иной форме этот результат содержится в работе [10], где приведены также разложения в предельных случаях малых и больших  $\gamma$ .

$$E_{max} = (n_0 - \nu_c)\omega = \frac{F^2}{2\omega^2}(1 + \gamma^2)\frac{1 - t_0}{1 + t_0} = \begin{cases} \gamma^{-2} E_i, & \gamma \ll 1 \\ E_i/2 \ln \gamma, & \gamma \gg 1 \end{cases} \quad (5)$$

Численный расчет по приведенным выше формулам дает кривые рис. 1 и 2. Наиболее вероятное число поглощенных фотонов  $n_0$  при  $\gamma \ll 1$  вдвое превышает порог фотоионизации  $\nu_c$ , а при  $\gamma \gg 1$  приближается к нему, хотя и довольно медленно (рис.1). Коэффициент  $c_3$  в (4) монотонно возрастает вместе с  $\gamma$  (рис.2). При  $\gamma \gg 1$

$$w_n = w_{max} \cdot \exp\left\{-\frac{2(\ln \gamma)^2}{K_0}(n - n_0)^2\right\}, \quad n_0 = \left(1 + \frac{1}{2 \ln \gamma}\right) K_0. \quad (6)$$

Поскольку

$$\frac{\Delta n}{\nu_c} \sim \begin{cases} \omega/\sqrt{\kappa F} \sim \sqrt{\gamma/K_0}, & \gamma \ll 1 \\ (\sqrt{K_0} \ln \gamma)^{-1}, & \gamma \gg 1 \end{cases}, \quad (7)$$

то распределение по  $n$  имеет вид сравнительно узкого пика [3,4] (в единицах  $\nu_c$  или  $n_0$ ). Заметим, что при  $\gamma \ll 1$  распределение  $w_n$  (4) значительно шире пуассоновского, а при  $\gamma \gg 1$  – наоборот, уже его ( $\Delta n = \sqrt{n_0}$  при  $\gamma \approx 0.47$ ).

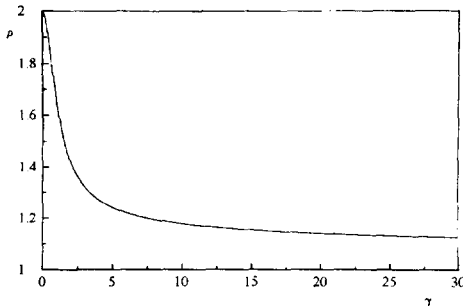


Рис.1. Циркулярная поляризация. Отношение  $\rho = n_0/\nu_c$  в зависимости от параметра Келдыша  $\gamma$ . Здесь  $n_0$  – наиболее вероятное, а  $\nu_c$  – минимальное число поглощенных квантов

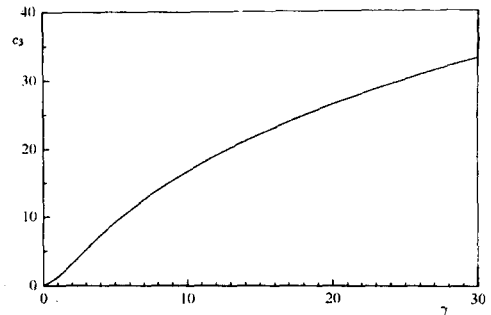


Рис.2. Коэффициент  $c_3(\gamma)$  в зависимости от  $\gamma$

Представляет интерес также распределение фотоэлектронов по углу  $\psi$  между направлением их вылета и плоскостью поляризации лазерного излучения. Оно определяется формулой (64) из [4], в которую следует подставить значения  $n = n_0$  и импульса  $p_0 = \sqrt{2\omega(n_0 - \nu_c)}$ , соответствующие максимальной вероятности ионизации:

$$w(\psi) \propto [J_{n_0}(n_0\xi)]^2, \quad \xi = \sqrt{\frac{1 - t_0^2}{1 + \gamma^2}} \cos \psi, \quad (8)$$

где  $J_{n_0}(z)$  – функция Бесселя. Используя для нее при  $n_0 \gg 1$  асимптотику Лангера [11], находим:

$$w(\psi) = u_0 \eta^{-1} \exp\{-n_0 s(\psi, \gamma)\} w(0), \quad (9)$$

где

$$s = 2 [\text{Arth } \eta - \eta - (\text{Arth } u_0 - u_0)], \quad \eta = \sqrt{1 - \xi^2}, \quad (9')$$

причем переменная  $\eta$  меняется в пределах от  $u_0$  (при  $\psi = 0$ ) до 1 (при  $\psi = \pi/2$ ). Ширина углового распределения составляет

$$\Delta\psi \sim \begin{cases} \omega/\sqrt{F\kappa} \sim \sqrt{\gamma/K_0}, & \gamma \ll 1 \\ K_0^{-1/2}, & \gamma \gg 1 \end{cases}. \quad (10)$$

Как показывает рис.3, функция  $s(\psi, \gamma)$  вяло меняется с ростом параметра  $\gamma$  (что было трудно предвидеть заранее). Поэтому изменение  $w(\psi)$  при переходе из адиабатической области к случаю  $\gamma \gtrsim 1$  определяется, в основном, изменением  $n_0(\gamma)$ .

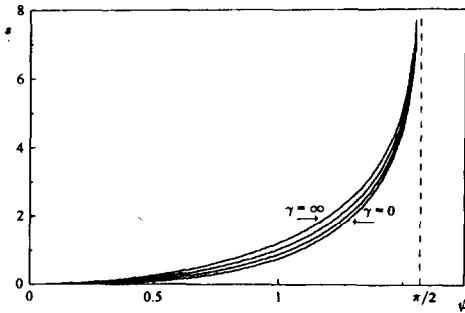


Рис.3. Функция  $s(\psi, \gamma)$  из (9), определяющая угловое распределение фотоэлектронов. Кривые соответствуют (снизу вверх) следующим значениям:  $\gamma = 0, 0.5, 1$  и  $\infty$

В адиабатической области  $\gamma \ll 1$  формула (9) упрощается:

$$w(\psi) = (1 + \chi^2)^{-1/2} \exp\left\{-\frac{2\kappa^3}{3F}[(1 + \chi^2)^{3/2} - 1]\right\}, \quad (11)$$

где  $\chi = \psi/\gamma$ . Для очень малых углов получаем распределение Гаусса:

$$w(\psi) \approx \exp\left(-\frac{F\kappa}{\omega^2}\psi^2\right), \quad \psi \ll \gamma \ll 1, \quad (11')$$

что согласуется с [6,12,13]. Однако, затем число электронов убывает более быстро:

$$w(\psi) \approx \gamma\psi^{-1} \exp\left(-\frac{2F^2}{3\omega^3}\psi^3\right), \quad \gamma \lesssim \psi \ll 1, \quad (11'')$$

причем основная часть фотоэлектронов всегда вылетает вблизи плоскости поляризации света.

При  $\psi \rightarrow 0$  (и любом значении  $\gamma$ ) имеем:  $s = u_0\psi^2 + O(\psi^4)$ , где  $u_0$  определена в (3') при  $t = t_0(\gamma)$ . Поэтому в области малых углов

$$w(\psi) = \text{const} \cdot \exp\left\{-c_4(\gamma)\frac{F\kappa}{\omega^2}\psi^2\right\}, \quad (12)$$

$c_4 = \sqrt{(1 + \gamma^{-2})(t_0^2 + \gamma^2)}/(1 + t_0)$ . Если  $\gamma \ll 1$ , то  $c_4 = 1$  и формула (12) переходит в (11'). В то же время, при  $\gamma \gg 1$  коэффициент  $c_4 = \gamma/2$  и  $w(\psi) \approx \exp(-K_0\psi^2)$ . Сравнение с (11') показывает, что с ростом  $\gamma$  угловое распределение значительно расширяется, однако даже при  $\gamma \gg 1$  оно остается довольно узким ( $\Delta\psi \sim K_0^{-1/2} \ll 1$ ). В двух предельных случаях имеем:

$$s(\psi, \gamma) = \begin{cases} 2 [\text{Arth}(\sin \psi) - \sin \psi], & \gamma \rightarrow 0 \\ -2 \ln \cos \psi, & \gamma \rightarrow \infty \end{cases}, \quad (13)$$

что определяет граничные кривые на рис.3.

Итак, мы проанализировали вид энергетических и угловых распределений фотозлектронов во всем интервале изменения параметра Келдыша,  $0 < \gamma < \infty$ , для линейной и циркулярной поляризаций света. Общий случай эллиптической поляризации может быть рассмотрен на основе формул работы [14], однако получающиеся при этом выражения являются довольно громоздкими и требуют отдельного обсуждения.

В заключение отметим, что в случае линейной поляризации излучения можно получить обобщение формулы (1) для импульсного спектра электронов при произвольной зависимости электрического поля  $F(t)$ . При этом лишь предполагается, что  $F(t)$  – аналитическая функция  $t$  и используется метод "мнимого времени" [14].

Автор глубоко благодарен В.Д.Муру за полезные советы в ходе работы, В.С.Имшеннику, А.И.Никишову, Л.Б.Ожуню и В.И.Ритусу за обсуждение вопросов, связанных с данной работой, и моральную поддержку, а также В.А.Гани и М.Н.Маркиной за помощь в численных расчетах и при оформлении рукописи.

Работа частично поддерживалась Российским фондом фундаментальных исследований, грант 98-02-17007.

- 
1. Л.В.Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1945 (1964).
  2. A.Gold and H.V.Bebb, Phys.Rev.Lett. **14**, 60 (1965).
  3. А.И.Никишов, В.И.Ритус, ЖЭТФ **50**, 255 (1966).
  4. А.М.Переломов, В.С.Попов, М.В.Терентьев, ЖЭТФ **50**, 1393 (1966).
  5. N.V.Delone and V.P.Krainov, *Multiphoton Processes in Atoms*, Springer, Berlin-Heidelberg, 1994.
  6. Н.В.Делоне, В.П.Крайнов, УФН **16**, 531 (1998).
  7. А.М.Переломов, В.С.Попов, ЖЭТФ **52**, 514 (1967).
  8. В.С.Попов, УФН **19**, 819 (1999).
  9. V.S.Porov, В.М.Карнаков, and V.D.Mur, Phys.Lett. **A229**, 306 (1997); ЖЭТФ **113**, 1579 (1998).
  10. А.И.Никишов, Труды ФИАН **111**, 152 (1979).
  11. R.E.Langer, Trans.Amer.Math.Soc., **33**, 23 (1931); **34**, 447 (1932).
  12. P.B.Corkum, N.H.Burnett, and F.Brunel, Phys.Rev.Lett. **62**, 1259 (1989).
  13. N.V.Delone and V.P.Krainov, J.Opt.Soc.Amer. **B8**, 1207 (1991).
  14. А.М.Переломов, В.С.Попов, М.В.Терентьев, ЖЭТФ **51**, 309 (1966).