Письма в ЖЭТФ, том 39, вып. 11, стр. 507 – 510 *10 июня 1984 г.*

О ЦИКЛОТРОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ПРИСУТСТВИИ ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЫ

А.В.Тимофеев

Показано, что введение потока холодной плазмы в открытую ловушку не стабилизирует циклотронную неустойчивость плазмы высокого давления. Объясняются результаты экспериментов на открытой ловушке *2XIIB*.

1. Конусные неустойчивости представляют серьезную опасность для удержания плазмы в открытых ловушках. С целью их подавления в ловушки вводится холодная плазма [1, 2]. Эксперименты на установке 2XIIB показали, [2], что этот способ не обеспечивает стабилизации плазмы большого давления ($\beta \sim 1$). Введение холодной плазмы в этом случае лишь изменяет характер неустойчивости, а именно, спектр неустойчивых колебаний становится более узким, "стягиваясь" к минимальному значению циклотронной частоты в ловушке – ω_{i0}; наряду с колебаниями, бегущими по азимуту в ионную сторону, появляются колебания с противоположным направлением распространения; зависимость амплитуды колебаний от времени приобретает вид последовательности " пичков". Эти особенности колебаний, равно как и сам факт их возбуждения в присутствии холодной плазмы, не получили объяснения в рамках общепризнанной трактовки, ограничивающейся анализом дрейфово-конусной неустойчивости [3]. Мы считаем, что в данных экспериментах раскачивались необыкновенные колебания с отрицательной энергией. Эта точка зрения позволяет понять характерные особенности наблюдавшихся колебаний.

Для описания нелинейной эволюции колебаний с отрицательной энергией вводится феноменологическое уравнение нового типа, дающее "пичковые" решения.

2. За основу рассмотрения возьмем то обстоятельство, что в экспериментах [2] горячая и холодная плазма находились в областях с различными значениями магнитного поля. Горячие ионы с резко анизотропной функцией распределения занимали область минимума магнитного поля, в пределах которой его величина менялась на $\sim 1\%$. Холодная плазма, подававшаяся извне вдоль силовых линий магнитного поля, отражалась от "горба" амбиполярного потенциала. Поэтому к центру ловушки проникала лишь малая доля $\sim 1\%$ из потока холодной плазмы.

В рассматриваемой ситуации колебания, вытянутые вдоль магнитного поля ($k_\parallel << k_\perp$, см. [2]), с частотой $\omega > \omega_{i0} + \delta\omega_i$, будут застабилизированы холодной плазмой. Здесь $\delta\omega_i$ – изменение ω_i в области, занятой горячей плазмой. Колебания с $|\omega - \omega_{i0}| < \delta\omega_i$ (именно такие колебания наблюдались в [2]) находятся в резонансе с горячими ионами. Отметим, что их возбуждение нельзя связать с дрейфово-конусным механизмом неустойчивости, поскольку электроны оказывают на них слабое воздействие.

Чисто ионные колебания плазмы большого давления с $\omega \approx n\omega_i$, $k_\perp >> k_\parallel$ принято называть необыкновенными ионными циклотронными колебаниями. Они описываются дисперсионным уравнением

$$N^2 \epsilon_{xx} - \epsilon_{xx}\epsilon_{yy} - \epsilon_{xy}^2 = 0. \qquad (1)$$

Здесь, как обычно, при рассмотрении мелкомасштабных колебаний используется локальная декартова система координат. Ось $0X$ направлена по азимуту системы (параллельно волновому вектору), ось $0Y$ – по радиусу. Резко анизотропное распределение ионов по скоростям, характерное для экспериментов [2], аппроксимируем распределением вида $f(\mathbf{v}) = \dfrac{1}{2\pi v_\perp}\delta(v_\perp - v_{\perp 0})\delta(v_\parallel)$. При этом для компонент тензора диэлектрической проницаемости получаем следующее выражение

$$\epsilon_{ik} \approx -\frac{q_i}{\Delta^2 \xi^2}(\Delta\xi\alpha'_{ik} + 2\Omega\alpha_{ik}),$$

где $q_i = (\omega_{pi}/\omega_i)^2$, ω_{pi} – плазменная ионная частота, $\xi = k\rho_i$, $\rho_i = v_{\perp 0}/\omega_i$, $\Omega = kV^*/\omega$,

$V^* = \dfrac{1}{2}\omega_i\rho_i^2\dfrac{1}{B}\dfrac{\partial B}{\partial r}$ – скорость дрейфа ионов по азимуту, вызываемая радиальной неоднородностью магнитного поля, $\Delta = (\omega - \omega_{i0} - kV^*)/\omega$, $\alpha_{xx} = J_n^2(\xi)$, $\alpha_{xy} = -\dfrac{i\xi}{2n}(J_n^2(\xi))'_\xi$, $\alpha_{yy} = (\xi/n)^2(J'_n(\xi))^2$.

Из (1) находим

$$\Delta = \frac{1}{\xi J_n^{2\prime}} \left(-2J_n^2\,\Omega + \beta\left(J_n^2\left(1 - \frac{n^2}{\xi^2}\right) + J_n^{\prime 2}\right)^2\right), \tag{2}$$

где $\beta = 4\pi n m_i v_{\perp 0}^2 / B^2$.

Плотность энергии рассматриваемых колебаний равна

$$W = \frac{1}{8\pi}\,\frac{N^2 q_i}{\xi\Delta^2}\,J_n^{2\prime}\,\frac{\epsilon_{xx}}{|\epsilon_{xy}|^2}|E_x|^2 . \tag{3}$$

Эта величина отрицательна при $J_n J_n' > 0$.

Отбор энергии у колебаний с $W < 0$ ведет к их раскачке. В рассматриваемом случае наиболее эффективным оказывается поглощение энергии холодными ионами, проникшими в область, занятую горячей плазмой. Число таких ионов $\sim$ 1% от числа горячих. Вклад холодных ионов в компоненты тензора диэлектрической проницаемости равен $\epsilon_{xx}^c \approx \epsilon_{yy}^c \approx \approx i\epsilon_{xy}^c \approx (\omega_{pi}^c)^2/(\omega_i^2 - \omega^2)$, где ω_{pi}^c – плазменная частота холодных ионов.

Усредняя по z модифицированное учетом холодных ионов уравнение (1), получаем выражение для Δ_1 – поправки к Δ

$$\Delta_1^{3/2} = -\,i\frac{\pi}{2}\,\Omega^2\,\frac{L}{l}\,\frac{q_i^c\xi}{q_i N^2}\,\frac{(\epsilon_{xx} - i\epsilon_{xy})^2}{J_n^{2\prime}\,\epsilon_{xx}}\,, \tag{4}$$

где l – длина горячей плазмы, $q_i^c = (\omega_{pi}^c/\omega_i)^2$, L – характерный масштаб неоднородности магнитного поля $B(z) = B_0\,(1 + z^2/L^2)$. Сравнивая (3) с (4), находим, что неустойчивы колебания, энергия которых отрицательна. Необходимое для раскачки поглощение энергии холодными ионами действительно имеет место, если выполняется условие $\omega = \omega_{i0}$, или в другом виде $\Omega/\beta = (J_1^2(1 - \xi^{-2}) + J_1'^2)^2/(2J_1^2 - \xi J_1^{2\prime})$. В экспериментах [2] плазма и неустойчивые колебания характеризовались параметрами $n_0 \approx 3\cdot 10^{13}$ см$^{-3}$, $B_0 \approx 7$ кГс, $\epsilon_{\perp 0} \approx 13$ кэВ, $\omega_i(\mathrm{r}) \approx \omega_{i0}\,(1 + (r/L_\perp)^2 + (z/L)^2)$, r – расстояние от оси, $L_\perp \approx 55$ см, $L \approx \approx 75$ см, $k\rho_i \approx 4$. Оценка инкремента по (4) дает $\gamma \sim 10^{-2}\,\omega_{i0}$, что соответствует данным [2]. Также в соответствии с [2] колебания могут бежать как в ионную ($\Omega < 0$), так и в электронную сторону ($\Omega > 0$). Отметим, что дрейфовые колебания бегут в ионную сторону.

В [4] также рассматривалась неустойчивость необыкновенных колебаний с неравновесным – конусным распределением ионов по скоростям. Эта неустойчивость обусловлена взаимодействием необыкновенных колебаний с бернштейновскими, энергия которых положительна. Для нее характерны малые значения волнового вектора $k\rho_i \lesssim 1$, что не соответствует данным [2].

3. При наличии холодной плазмы временная зависимость амплитуды колебаний принимала вид довольно регулярной последовательности пичков. Известно, что нелинейное взаимодействие нескольких мод колебаний с различными знаками энергии может приводить к вспышкам колебаний [5]. (В [6] эти воззрения привлекались для объяснения вспышек циклотронной неустойчивости). Однако в [2] не зарегистрированы колебания, с частотой существенно отличающейся от ω_{i0}. Поэтому основным нелинейным эффектом, по-видимому, была релаксация неравновесной функции распределения ионов. Соответственно, нелинейную динамику колебаний с отрицательной энергией опишем системой модельных уравнений

$$\begin{cases} s\dot{E} = -\,aE \\ \dot{s} = bE - I \end{cases} . \tag{5}$$

Здесь величины s и a определяются равенствами $\frac{1}{2}sE^2$ – плотность энергии колебаний; aE^2 – плотность энергии, поглощаемой холодными ионами в единицу времени. Слагаемое

bE во втором уравнении учитывает изменение энергии из-за релаксации распределения ионов в колебаниях, слагаемое $- I -$ восстановление распределения в результате инжекции.

Анализ (5) показывает, что движение на плоскости (E, s) является циклическим. Когда в процессе релаксации ионного распределения энергия колебаний проходит через нуль, инкремент $\gamma = -a/s$ принимает сначала бесконечно большие положительные, а затем отрицательные значения. В результате зависимость $E(t)$ принимает вид пичка. Действительно, при $s \to 0, E \to \infty$ из (5) получаем $E = \frac{a}{b} \ln \frac{1}{|s|}$.

Отметим, что обычная квазилинейная теория может приводить к уравнениям типа Лотки – Вольтерра, которые для определенных начальных условий имеют решения, напоминающие пичковые [7]. Однако детальный анализ экспериментов [2], проводившийся в [3] в рамках квазилинейной теории дрейфово-конусной неустойчивости, не выявил подобных решений.

Литература

1. *Канаев Б.И., Пастухов В.П., Юшманов Е.Е.* Письма в ЖЭТФ, 1973, 18, 347; *Иоффе М.С., Канаев Б.И., Пастухов В.П., Юшманов Е.Е.* ЖЭТФ, 1974, **67**, 2145.
2. *Coensgen F.H., Cummins W.F., Logan B.G. et al.* Phys. Rev. Lett., 1975, **35**, 1501; *Turner W.C., Powers E.J., Simonen T.C.* Phys. Rev. Lett., 1977, **39**, 1087; *Coensgen F.H., Clauser J.F., Correll D.L. et al.* Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fus. Res.,IAEA, Vienna, 1977, **3**, 135.
3. *Baldwin D.E., Berk H.L., Pearlstein L.D.* Phys. Rev. Lett., 1976, **36**, 1051; *Berk H.L., Baldwin D.E., Cutler T.A.* Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fus. Res., IAEA, Vienna, 1977, **3**, 147; *Berk H.L., Stewart J.J.* Phys. Fluids, 1977, **20**, 1080.
4. *Himmel L.C.* Phys. Fluids, 1971, **14**, 1419; *Cordey J.G., Farr W.M.* Plasma Phys., 1972, **14**, 1109; *Amano T., Shimomura Y., Yamamoto S.* J. Phys. Soc. Jap., 1974, **32**, 1112.
5. *Дикасов В.М., Рудаков Л.И., Рютов Д.Д.* ЖЭТФ, 1965, **48**, 913.
6. *Тимофеев А.В.* Письма в ЖЭТФ, 1966, **4**, 48.
7. *Беспалов П.А., Трахтенгерц В.Ю.* Сб. Вопросы теории плазмы, под ред. М.А.Леонтовича, М.: Атомиздат, 1980, вып. 10, с. 88; *Параил В.В., Погуце О.П.* там же, 1982, вып. 11, с. 3.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
16 апреля 1984 г.