

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В НЕЛОКАЛЬНОЙ ДЖОЗЕФСОНОВСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ТОНКОЙ ПЛЕНКИ МАГНИТНОГО СВЕРХПРОВОДНИКА

А.И.Ломтев<sup>1)</sup>

Донецкий физико-технический институт НАН Украины  
340114 Донецк, Украина

Поступила в редакцию 16 декабря.1998 г.

Для джозефсоновского перехода в тонкой пленке магнитного сверхпроводника выведено интегриродифференциальное уравнение динамики разности фаз с пространственной и временной нелокальностью. Показано, что магнитная подсистема перенормировывает спектр малоамплитудных электромагнитных возмущений и приводит к их затуханию.

PACS: 74.50.+g

1. В настоящее время известно большое число магнитных сверхпроводников, проявляющих новые уникальные свойства [1 – 3]. Кроме тройных соединений [4], сосуществование сверхпроводимости и магнетизма установлено в ВТСП соединениях типа REBaCuO, RECuO и других, где RE – редкоземельный ион. Сильная антиферромагнитная корреляция спинов меди в CuO<sub>2</sub> плоскостях в сверхпроводящем состоянии является одной из важнейших черт ВТСП материалов [5].

К настоящему моменту уравнения нелокальной джозефсоновской электродинамики получены и исследовались в пяти случаях: 1) туннельный переход на стыке двух сверхпроводящих ультратонких пленок, толщины которых много меньше лондоновской длины; 2) туннельный переход между массивными сверхпроводниками, толщина которых значительно превышает лондоновскую длину; 3) туннельный переход между сверхпроводящими слоями конечной толщины в направлении, ортогональном магнитному полю; 4) туннельный переход "встык" между сверхпроводящими пластинами конечной вдоль магнитного поля толщины; 5) наклонный (скошенный) джозефсоновский переход между сверхпроводящими пластинами конечной толщины вдоль магнитного поля.

Так, в работах [6 – 13] показано, что эффекты нелокальности могут быть существенными даже в контактах с большой толщиной  $d$  ( $d \gg \lambda$ ,  $\lambda$  – лондоновская глубина проникновения) вдоль магнитного поля (по направлению вихрей), то есть в ситуациях, до того рассматривавшихся в локальном приближении. В противоположном предельном случае контактов в тонких пленках, когда  $d \gg \lambda$ , нелокальность очень существенна и становится определяющим фактором. Соответствующие уравнения получены и изучались в работах [14 – 17]. Джозефсоновский переход между двумя сверхпроводящими слоями конечной толщины в направлении, ортогональном магнитному полю вихрей, изучался в работе [18]. В недавних работах [19, 20] осуществлено рассмотрение контакта "встык" и наклонного (скошенного) перехода соответственно конечной толщины вдоль магнитного поля вихрей при произвольном отношении  $d/\lambda$ .

<sup>1)</sup> e-mail: medvedev.@host.dipt.donetsk.ua

2. Тем более актуальным становится исследование нелокальной электродинамики джозефсоновских переходов в ультратонких пленках магнитных сверхпроводников, для которых  $d \ll \lambda$ . В этом случае такую задачу можно свести к задаче о бесконечно тонкой двумерной плоскости, когда можно пренебречь зависимостью физических характеристик контакта от перпендикулярной плоскости пленки координаты  $z$ .

Будем также предполагать, что рассматриваемая система двумерна не только по своим сверхпроводящим, но и магнитным свойствам, когда магнитная проницаемость пленки представима в виде  $\mu(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') = \mu(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}', t - t')\delta(z - z')$ , где  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ , а  $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$ .

Геометрия задачи такова: плоскость пленки совпадает с плоскостью  $XY$ , ток распространяется вдоль оси  $Y$ , а линия слабых связей расположена на оси  $X$ .

Будем исходить, следуя работам [21, 22], из уравнений Максвелла для магнитной индукции  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \text{rot}(\mathbf{r}, t)(\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) - \text{векторный потенциал})$ , определяемой суммой магнитного поля  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  создаваемого незатухающим током  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ , и намагниченности  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ :

$$\text{rot}\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) + 4\pi\text{rot}\mathbf{M}(\mathbf{r}, t). \quad (1)$$

Связь между током, потенциалом и фазой параметра порядка  $\Theta(\mathbf{r}, t)$  (в лондоновской калибровке потенциала  $\text{div}\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = 0$ ) определяется выражением

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = (c/4\pi\lambda^2)[\mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}, t) - \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)], \quad (2)$$

где вектор  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}, t)$  определяется градиентом фазы:

$$\mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}, t) = \frac{\Phi_0}{2\pi}\nabla\Theta(\boldsymbol{\rho}, t); \quad (3)$$

здесь  $\Phi_0$  - квант магнитного потока.

Фаза параметра порядка удовлетворяет условию

$$\text{rot}\mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}, t) = -\hat{z}\frac{\Phi_0}{2\pi}\frac{\partial\varphi(x, t)}{\partial x}\delta(y), \quad (4)$$

где  $\hat{z}$  - единичный орт вдоль оси  $Z$ , а  $\varphi(x, t)$  определяется разностью фаз параметра порядка на переходе

$$\varphi(x, t) = \Theta(x, +0, t) - \Theta(x, -0, t). \quad (5)$$

Система уравнений (1), (2) приводит к соотношению

$$\text{rot}\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{c}{4\pi\lambda^2}[\mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}, t) - \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)], \quad (6)$$

которое для ультратонкой пленки при  $d \ll \lambda$  может быть представлено в виде

$$\text{rot}\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \lambda_{eff}^{-1}[\mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}, t) - \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)]\delta(z), \quad (7)$$

где  $\lambda_{eff} = \lambda^2/d$  - пирловская глубина проникновения,  $\delta(z)$  - дельта-функция Дирака. Магнитное поле  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  связано с магнитной индукцией  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  интегральным соотношением

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}' \mu^{-1}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}', t - t')\mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}', z, t'), \quad (8)$$

где  $\mu(\rho - \rho', t - t')$  – магнитная проницаемость двумерной сверхпроводящей пленки.

Из системы соотношений (7), (8) получаем уравнение для векторного потенциала

$$\text{rot} \left\{ \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^{\infty} d\rho' \mu^{-1}(\rho - \rho', t - t') \text{rot} \mathbf{A}(\rho', z, t') \right\} = \lambda_{eff}^{-1} [\mathbf{S}(\rho, t) - \mathbf{A}(\rho, z, t)] \delta(z), \quad (9)$$

выражающее его через поле источника  $\mathbf{S}(\rho, t)$ . Из уравнения непрерывности  $\text{div} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = 0$  и уравнения (2) следует, что  $\text{div} \mathbf{S}(\rho, t) = 0$ . Следовательно, можно представить векторное поле  $\mathbf{S}(\rho, t)$  как ротор векторного поля  $F(\rho, t)$  в виде

$$\mathbf{S}(\rho, t) = \text{rot} F(\rho, t), \quad (10)$$

где

$$\mathbf{F}(\rho, t) = \hat{\mathbf{z}} F(\rho, t). \quad (11)$$

Подставляя выражение (11) в соотношение (4), получаем уравнение, описывающее функцию  $F(\rho, t)$  в виде

$$\Delta F(\rho, t) = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial t} \delta(y). \quad (12)$$

С одной стороны, плотность тока сквозь джозефсоновский переход  $j_y(x, 0, t)$  равна сумме, например, трех слагаемых: плотностям джозефсоновского сверхтока, нормального (квазичастичного) тока и емкостного тока смещения

$$j_y(x, 0, t) = j_c \left[ \sin \varphi(x, t) + \frac{\beta}{\omega_j^2} \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial t} + \frac{1}{\omega_j^2} \frac{\partial^2 \varphi(x, t)}{\partial t^2} \right] d\delta(z), \quad (13)$$

где  $\beta$  – диссипативный параметр,  $j_c$  и  $\omega_j$  – критический ток и джозефсоновская частота соответственно. С другой стороны, из уравнения (2) следует, что та же плотность тока  $j_y(x, 0, t)$  может быть представлена в виде

$$j_y(x, 0, t) = \frac{c}{4\pi \lambda_{eff}} [S_y(x, 0, t) - A_y(x, 0, 0, t)] \delta(z). \quad (14)$$

Приравнявая выражения для плотности тока (13) и (14), видим, что

$$j_c \left[ \sin \varphi(x, t) + \frac{\beta}{\omega_j^2} \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial t} + \frac{1}{\omega_j^2} \frac{\partial^2 \varphi(x, t)}{\partial t^2} \right] = \frac{c}{4\pi \lambda^2} [S_y(x, 0, t) - A_y(x, 0, 0, t)]. \quad (15)$$

Чтобы получить замкнутое уравнение динамики для разности фаз  $\varphi(x, t)$  необходимо найти функциональное соотношение между

$$\Delta_y(x, t) = S_y(x, 0, t) - A_y(x, 0, 0, t) \quad (16)$$

и  $\varphi(x, t)$ .

С целью решения системы уравнений (9) введем фурье-трансформации для векторов  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ ,  $\mathbf{S}(\rho, t)$  и скалярной функции  $\mu^{-1}(\rho, t)$  в виде

$$\mathbf{A}(\rho, z, t) = \int \frac{d^2 q d p d \omega}{(2\pi)^4} \exp(i\mathbf{q}\rho + ipz - i\omega t) \mathbf{A}(\mathbf{q}, p, \omega), \quad (17)$$

$$\mathbf{S}(\rho, t) = \int \frac{d^2 q d\omega}{(2\pi)^3} \exp(i\mathbf{q}\rho - i\omega t) \mathbf{S}(\mathbf{q}, \omega), \quad (18)$$

и

$$\mu^{-1}(\rho, t) = \int \frac{d^2 q d\omega}{(2\pi)^3} \exp(i\mathbf{q}\rho - i\omega t) \mu^{-1}(\mathbf{q}, \omega). \quad (19)$$

Используя соотношения (17) и (18), представим величину  $\Delta_y(x, t)$  в виде интеграла

$$\Delta_y(x, t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^{\infty} q dq \int_{-\pi}^{\pi} d\vartheta [S_y(\mathbf{q}, \omega) - A_y(\mathbf{q}, \omega)] \exp(iqx \cos \vartheta - i\omega t), \quad (20)$$

где  $q = (q_x^2 + q_y^2)^{1/2}$ ,  $\vartheta$  – полярный угол на плоскости  $(q_x, q_y)$  и

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp}{2\pi} \mathbf{A}(\mathbf{q}, p, \omega). \quad (21)$$

Решения уравнения (9) теперь представимы в виде

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}, p, \omega) = \lambda_{eff}^{-1} \mu(q, \omega) (q^2 + p^2) [\mathbf{S}(\mathbf{q}, \omega) - \mathbf{A}(\mathbf{q}, \omega)]. \quad (22)$$

Как следует из уравнений (21) и (22) соотношения между  $\mathbf{S}(\mathbf{q}, \omega)$  и  $\mathbf{A}(\mathbf{q}, \omega)$  запишем следующим образом:

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\mu(q, \omega)}{\mu(q, \omega) + 2q\lambda_{eff}} \mathbf{S}(\mathbf{q}, \omega), \quad (23)$$

и поэтому

$$S_y(\mathbf{q}, \omega) - A_y(\mathbf{q}, \omega) = \frac{2q\lambda_{eff}}{\mu(q, \omega) + 2q\lambda_{eff}} S_y(\mathbf{q}, \omega). \quad (24)$$

Чтобы вычислить  $S_y(\mathbf{q}, \omega)$  нужно продифференцировать уравнение (12) по координате  $x$ , так как  $S_y(\rho, t)$  равно  $-\partial F(\rho, t)/\partial x$ . в результате имеем

$$\Delta S_y(\rho, t) = -\frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{\partial^2 \varphi(x, t)}{\partial x^2} \delta(y) \quad (25)$$

Следствием этого уравнения является соотношение

$$S_y(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\Phi_0}{2\pi q^2} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(-iq \cos \vartheta x + i\omega t) \frac{\partial^2 \varphi(x, t)}{\partial x^2}. \quad (26)$$

Комбинируя выражения (26), (24), (20) и (15), получаем интегродифференциальное уравнение динамики разности фаз на джозефсоновском переходе при любом типе магнитного упорядочения в сверхпроводящей пленке:

$$\sin \varphi(x, t) + \frac{\beta}{\omega_J^2} \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial t} + \frac{1}{\omega_J^2} \frac{\partial^2 \varphi(x, t)}{\partial t^2} = I_J \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dt' K \left( \frac{x-x'}{2\lambda_{eff}}, t-t' \right) \frac{\partial^2 \varphi(x', t')}{\partial x'^2}, \quad (27)$$

где  $l_J = \lambda_J^2/\lambda$ ,  $\lambda_J$  - джозефсоновская глубина проникновения, а неколлективное по пространственной и временной переменной интегральное ядро  $K((x-x')/2\lambda_{eff}, t-t')$  имеет вид

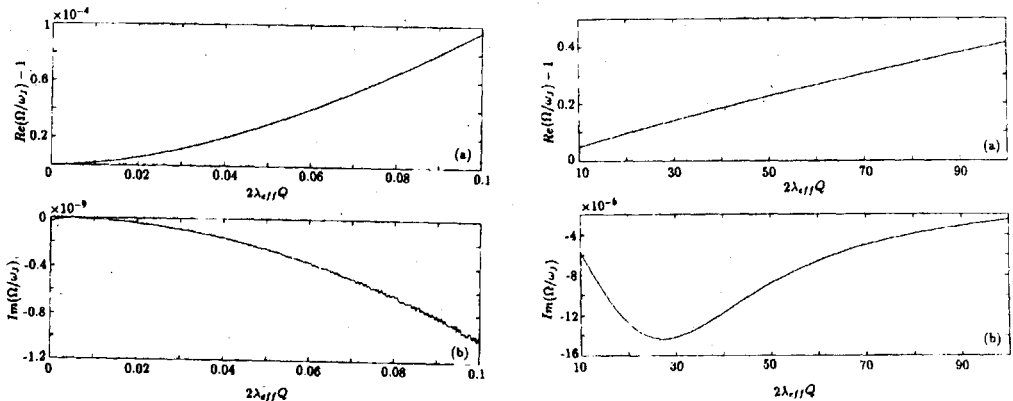
$$K\left(\frac{x-x'}{2\lambda_{eff}}, t-t'\right) = \int_0^\infty \frac{dq}{\pi} \int_{-\infty}^\infty \frac{d\omega}{2\pi} \frac{2\lambda_{eff} J_0[q(x-x')] \exp[-i\omega(t-t')]}{\mu(\mathbf{q}, \omega) + 2q\lambda_{eff}} \quad (28)$$

Здесь  $J_0$  - функция Бесселя нулевого порядка. Неколлективность уравнения (27) по времени обусловлена частотной дисперсией магнитной проницаемости  $\mu(\mathbf{q}, \omega)$ .

3. Так как  $\lambda \gg a$  ( $a$  - постоянная кристаллической решетки), то естественно использовать гидродинамическое описание магнитной подсистемы. Ограничиваясь парамагнитной областью температур, для магнитной проницаемости имеем выражение [23]

$$\mu(\mathbf{q}, \omega) = 1 + i4\pi \frac{\chi_0 D q^2}{\omega + iDq^2}, \quad (29)$$

где  $\chi_0$  - статическая магнитная восприимчивость, а коэффициент спиновой диффузии для двумерных гейзенберговских магнетиков равен [24]  $D = (1/3)(2\pi)^{1/2} J a^2 [s(s+1)]^{1/2}$  ( $J$  - параметр внутрислоевого обмена,  $s$  - спин). Строго говоря, сверхпроводящие токи экранируют длинноволновую часть обменного и электромагнитного взаимодействий, перенормируя параметры магнитной подсистемы [25]. Однако, рассматривая парамагнитную область температур и интересуясь ниже оценкой по порядку величины, мы не будем учитывать это обстоятельство.



Рассмотрим спектр малоамплитудных электромагнитных возбуждений

$$\varphi(x, t) = \varphi_0 \exp[i(Qx - \Omega t)], \quad |\varphi_0| \ll 1, \quad (30)$$

распространяющихся вдоль перехода Джозефсона с волновым вектором  $Q$  и частотой  $\Omega$ . Из уравнения (27) с учетом (28) и (29) в бездиссипативном пределе (при  $\beta = 0$ ) и в отсутствие транспортного тока и внешнего поля следует дисперсионное уравнение  $\hat{\Omega} = \hat{\Omega}(\hat{Q})$ :

$$\hat{\Omega}^2 = 1 + \frac{2}{\pi} l \hat{Q}^2 I(\hat{Q} \hat{\Omega}), \quad (31)$$

где

$$I(\hat{Q}, \hat{\Omega}) = \int_0^{\infty} dx \left[ 1 + \hat{Q} \cosh x + \frac{4\pi\chi_0 \hat{Q}^2 \cosh^2 x}{b + \hat{Q}^2 \cosh^2 x} \right]^{-1}, \quad (32)$$

а также введены безразмерные величины  $\hat{Q} = 2\lambda_{eff}Q$ ,  $\hat{\Omega} = \Omega/\omega_J$  и использованы следующие обозначения:  $l = l_J/2\lambda_{eff}$ ;  $b = -i\eta\hat{\Omega}$ ;  $\eta = \omega_J/\Omega_{eff}$ ;  $\Omega_{eff} = D/(2\lambda_{eff})^2$ . При  $\chi_0 = 0$  (для немагнитного сверхпроводника) уравнение (31) с учетом (32) приводит к известному спектру малоамплитудных электромагнитных волн в длинноволновой и коротковолновой областях, рассчитанному в работе [17]. При этом частота  $\hat{\Omega}$  является вещественной функцией волнового вектора  $\hat{Q}$  и затухание мод в бездиссипативном пределе отсутствует. Иная ситуация наблюдается для магнитного сверхпроводника при  $\chi_0 \neq 0$ . Типичное для антиферромагнетиков значение  $\chi_0 \propto 10^{-3} \div 10^{-5}$ . Численный анализ показал, что при величине  $\chi_0 \propto 10^{-3} \div 10^{-4}$ , сравнимой с величиной восприимчивости медной подсистемы ВТСП материалов, из неявного относительно  $\hat{\Omega}$  уравнения (31) при учете (32) следует комплексное решение  $\hat{\Omega} = \hat{\Omega}(\hat{Q}) = \text{Re}\hat{\Omega}(\hat{Q}) + i\text{Im}\hat{\Omega}(\hat{Q})$  с малой отрицательной мнимой частью, удовлетворяющей условию

$$|\text{Im}\hat{\Omega}(\hat{Q})|/\text{Re}\hat{\Omega}(\hat{Q}) \ll 1. \quad (33)$$

Это указывает на наличие затухания малоамплитудных электромагнитных возбуждений, обусловленного влиянием магнитной подсистемы. Нарастающих решений при этом не обнаружено. На рис.1 приведены перенормированный магнитной подсистемой спектр электромагнитных волн и декремент затухания в джозефсоновском переходе для длинноволновой области  $\hat{Q} \ll 1$  при следующих значениях параметров:  $\chi_0 = 10^{-3}$ ;  $l = 10^{-2}$ ;  $\eta = 10^3$ . На рис.2 при тех же значениях параметров изображены спектр и декремент затухания малоамплитудных электромагнитных волн в коротковолновой области  $\hat{Q} \gg 1$ .

Автор искренне признателен участникам семинара Ю.В.Медведева за критические замечания, А.С.Зельцеру за помощь при проведении численных расчетов, В.Н.Криворучко, Ю.Е.Кузовлеву, Ю.Г.Пашкевичу и А.Э.Филиппову за полезные дискуссии, внимание и поддержку.

- 
1. А.И.Буздин, Л.Н.Булаевский, М.Л.Кулич, С.В.Панюков, УФН **144**, 597 (1984).
  2. А.И.Буздин, Л.Н.Булаевский, УФН **149**, 45 (1986).
  3. Ю.А.Изюмов, Н.М.Плакида, Ю.Н.Скрябин, УФН **159**, 621 (1989).
  4. *Сверхпроводимость тройных соединений*, под ред. М.Мейпла и Э.Фишера, М.: Мир, 1985, стр. 392.
  5. *Физические свойства высокотемпературных сверхпроводников*, под ред. Д.М.Гинзберга, М.: Мир, 1990, гл.4, стр.6.
  6. Ю.М.Алиев, В.П.Силин, С.А.Урюпин, Сверхпроводимость **5**, 228 (1992)
  7. A.Gurevich, Phys. Rev. **B46**, 3187 (1992).
  8. Ю.М.Алиев, В.П.Силин, С.А.Урюпин, Письма в ЖЭТФ **57**, 187 (1993).
  9. Ю.М.Алиев, В.П.Силин, ЖЭТФ **104**, 2526 (1993).
  10. Yu.M.Aliev and V.P.Silin, Phys. Lett. **A117**, 259 (1993).
  11. В.П.Силин, Письма в ЖЭТФ **58**, 726 (1993).
  12. Г.Л.Алфимов, В.П.Силин, ЖЭТФ **106**, 67 (1994).
  13. В.П.Силин, Письма в ЖЭТФ **60**, 442 (1994).
  14. Ю.М.Иванченко, Т.К.Соболева, Письма в ЖЭТФ **51**, 100 (1990).
  15. Yu.M.Ivanchenko and T.K.Soboleva, Phys. Lett. **A147**, 65 (1990).

16. Ю.М.Иванченко, Т.К.Соболева, ФТТ **32** 2029 (1990).
17. R.G.Mints and I.B.Snapiro, Phys. Rev. **B51**, 3054 (1995).
18. И.О.Кулик, И.К.Янсон, *Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах*, М.: Наука, 1970.
19. Ю.Е.Кузовлев, А.И.Ломтев, ЖЭТФ **111**, 1803 (1997).
20. А.И.Ломтев, ЖЭТФ **113**, 2256 (1998).
21. Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский, *Статистическая физика*, часть 2, М.: Наука, 1978, гл.5.
22. Х.Умедзава, Х.Мацумото, М.Татики, *Термополевая динамика и конденсированные состояния*, М.: Мир, 1985, гл.11.
23. V.I.Halperin and P.C.Hohenberg, Phys. Rev. **188**, 898 (1969).
24. P.M.Richards and M.B.Salamon, Phys. Rev. **B9**, 32 (1974).
25. А.И.Буздин, Письма в ЖЭТФ **40**, 193 (1984).