

ПРИГОТОВЛЕНИЕ СЖАТЫХ СПИНОВЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ ДЛЯ СУБКВАНТОВОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

Г.Ф.Гром, А.М.Кузьмич

*Институт ядерных проблем при Белорусском государственном университете
220080, Минск, Беларусь*

Поступила в редакцию 20 апреля 1995 г.

Предложен метод создания сжатых спиновых состояний атомов, позволяющих проводить интерферометрические измерения с ними с точностью, превышающей стандартный квантовый предел.

Пристальное внимание, привлекаемое сжатыми состояниями света [1, 2], обусловлено, главным образом, возможностью проводить с их помощью интерферометрические измерения с точностью, превышающей стандартный квантовый предел $\delta\phi \sim 1/\sqrt{N}$, где N – число фотонов, участвующих в измерении [3]. Как показано в [3, 4], наилучшая чувствительность, полученная с помощью сжатых состояний света, достигает $\delta\phi \sim 1/N$. Юрке продемонстрировал [5], что состояния, увеличивающие чувствительность интерферометрических измерений до $\delta\phi \sim 1/N$, существуют не только для бозонов (фотонов), но и для фермионов. Такие состояния получили название сжатых спиновых состояний (ССС) [6]. Китагава и Уеда предложили рецепт генерации СССР для заряженных фермионов, основанный на использовании кулоновского взаимодействия между ними

[7]. В то же время, несмотря на большой интерес, вызываемый в последние годы атомной интерферометрией, способ создания ССС для атомов (как для бозонов, так и для фермионов) до сих пор не найден. Данная работа посвящена решению этой задачи. Предлагаемый нами рецепт генерации основан на поглощении атомами, находящимися в когерентном спиновом состоянии, то есть когда спины всех атомов ориентированы в одном направлении, двух ортогонально поляризованных мод электромагнитного поля, одна из которых находится в когерентном состоянии, а другая в состоянии сжатого вакуума. При этом поглотившие фотоны и перешедшие в возбужденные состояния атомы будут находиться в ССС. Мы рассмотрим наиболее прозрачный случай атомов-фермионов со спином $1/2$ в основном и возбужденном состояниях.

Рассмотрим следующую ситуацию: в резонатор с двумя ортогонально поляризованными модами электромагнитного поля 1 и 2 помещены N -двухуровневых атомов с полным спином $F = 1/2$ в основном и $F^e = 1/2$ в возбужденном состояниях. Пусть мода 1 линейно поляризована по оси X , мода 2 – по оси Y . За ось квантования Z мы выбрали направление оси резонатора. Эти моды описываются операторами a_i, a_i^+ с коммутационными соотношениями

$$[a_i, a_j^+] = \delta_{ij}, \quad [a_i, a_j] = 0, \quad i, j = 1, 2. \quad (1)$$

Нам будет удобно ввести линейные комбинации операторов a_i, a_i^+ , соответствующие циркулярно поляризованным фотонам: $c_{R,L} = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1 \pm ia_2)$. Легко проверить, что коммутационные соотношения (1) остаются справедливыми. Правила отбора по проекции углового момента приводят к схеме переходов, изображенной на рис. 1. Как видим, 4-уровневая система фактически представляется в виде двух независимых двухуровневых систем. Систему уровней 1, 4 мы будем обозначать индексом L , а уровней 2, 3 – индексом R . Пусть все атомы заключены в объем с размерами, малыми по сравнению с длиной волны электромагнитного поля. Тогда операторы

$$\begin{aligned} F_z^R &= \frac{1}{2} \sum_i (|3\rangle\langle 3| - |2\rangle\langle 2|), & F_z^L &= \frac{1}{2} \sum_i (|4\rangle\langle 4| - |1\rangle\langle 1|), \\ F_+^R &= \sum_i |3\rangle\langle 2|, & F_+^L &= \sum_i |4\rangle\langle 1|, \\ F_-^R &= \sum_i |2\rangle\langle 3|, & F_-^L &= \sum_i |1\rangle\langle 4| \end{aligned} \quad (2)$$

полностью описывают данный набор атомов. Гамильтониан системы "атомы + две моды поля" может быть представлен в следующем виде:

$$H = \hbar\omega(c_R^+c_R + c_L^+c_L) + \hbar\omega_0(F_z^R + F_z^L) + H_I. \quad (3)$$

Гамильтониан взаимодействия атомов с полем в приближении вращающейся волны есть

$$H_I = -\hbar g(F_+^R c_R + \text{h.c.}) - \hbar g(F_+^L c_L + \text{h.c.}). \quad (4)$$

Здесь g – константа взаимодействия. Уравнения движения в случае $\omega = \omega_0$ имеют следующий вид в системе координат, вращающейся с частотой ω :

$$\frac{dc_{R,L}}{dt} = ig F_-^{R,L}, \quad \frac{dF_-^{R,L}}{dt} = -2ig c_{R,L} F_z^{R,L}, \quad (5)$$

уравнение для $F_+^{R,L}$ получается из последнего уравнения комплексным сопряжением. Мы будем рассматривать случай, когда число атомов N много больше среднего числа фотонов:

$$N \gg \langle n_1 + n_2 \rangle \quad (6)$$

(можно показать, что это условие является необходимым для получения возбужденных атомов в CCC). Уравнения (5) имеют следующее решение:

$$c_{R,L}(t) = c_{R,L}(0) \cos(g\sqrt{2F_z^{R,L}(0)}t) + \frac{iF_-^{R,L}(0)}{\sqrt{2F_z^{R,L}(0)}} F_-^{R,L}(0) \sin(g\sqrt{2F_z^{R,L}(0)}t),$$

$$F_-^{R,L}(t) = F_-^{R,L}(0) \cos(g\sqrt{2F_z^{R,L}(0)}t) + 2i \frac{c_{R,L}(0)}{\sqrt{2F_z^{R,L}(0)}} F_z^{R,L}(0) \sin(g\sqrt{2F_z^{R,L}(0)}t). \quad (7)$$

Введем оператор спина возбужденных атомов F^e :

$$F_x^e = \frac{1}{2} \sum_i (|3\rangle\langle 4| + |4\rangle\langle 3|),$$

$$F_y^e = \frac{-i}{2} \sum_i (|3\rangle\langle 4| - |4\rangle\langle 3|), \quad (8)$$

$$F_z^e = \frac{1}{2} \sum_i (|3\rangle\langle 3| - |4\rangle\langle 4|).$$

Нетрудно показать, что при выполнении условия (6), когда большая часть атомов остается в основном состоянии, интересующие нас поперечные компоненты оператора спина атомов в верхнем состоянии могут быть записаны в следующем виде:

$$F_x^e = \frac{1}{N} (F_+^R F_-^L + F_+^L F_-^R), \quad F_y^e = \frac{-i}{N} (F_+^R F_-^L - F_+^L F_-^R). \quad (9)$$

Анализ чувствительности измерения угла поворота спина $\frac{1}{2}$ дает следующую формулу для нее [4-6]:

$$\delta\phi = \frac{\sqrt{(\Delta F_y)^2}}{\langle F_x \rangle}. \quad (10)$$

Пусть в момент времени $t=0$ все атомы находятся в основном состоянии со спинами, направленными по оси X , мода 1 находится в когерентном состоянии $|\alpha\rangle_1$, а мода 2 - в состоянии сжатого вакуума $|0, \eta\rangle_2 = S_2(\eta) |0\rangle_2$, возникающем при действии на вакуумное состояние оператора сжатия $S_2(\eta) = \exp(1/2\eta^* a_2^2 - 1/2\eta a_2^{+2})$, α, η - произвольные комплексные числа. Выберем α и η действительными, $\eta = -r$, $r > 0$ - степень сжатия. Эллипсы неопределенности для обеих мод поля изображены на рис.2. Теперь нетрудно найти с помощью формул (7), (9) и (10), что в моменты времени t_1 , такие что $g < \sqrt{2F_z^{R,L}(0)} > t_1 = \pi/2 + \pi k$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, имеем $\langle F_x \rangle = n/2$ и $(\Delta F_y)^2 = \frac{1}{4}n \exp(-2r)$ и

$$\delta\phi = \frac{\exp(-r)}{\sqrt{n}}. \quad (11)$$

Данный результат весьма прозрачен : число возбужденных атомов равняется числу первоначально присутствовавших фотонов n , а фактор $\exp(-r)$ в точности совпадает с аналогичным коэффициентом увеличения чувствительности фотонной интерферометрии. Заметим, что именно рассматриваемая конфигурация электромагнитного поля обеспечивает преодоление стандартного квантового предела погрешности измерения набега фазы в поляризационном световом интерферометре [8]. Атомы, находившиеся в ССС внизу, при поглощении фотонов приобретают присутствовавшие между ними корреляции, это и является причиной повышения чувствительности интерферометрических измерений с данными атомами.

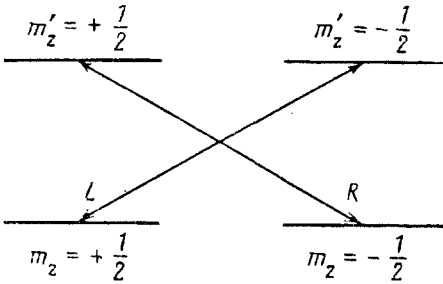


Рис.1

Рис.1. Схема $F = 1/2 - F^e = 1/2$ перехода, $R(L)$ соответствует право(лево) поляризованному свету

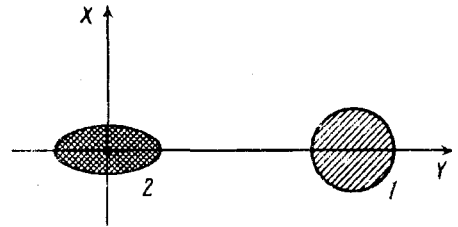


Рис.2

Рис.2. Эллипсы неопределенности для мод поля 1 и 2

Наиболее подходящими для наших целей являются M1- и E2- переходы, поскольку в этом случае время жизни атома в возбужденном состоянии τ , определяемое спонтанным излучением $\sim 10^{-3} - 10^{-2}$ с. За это время атомы со скоростью $v \sim 5 \cdot 10^4$ см/с пролетят расстояние в 0,5 - 5 м, чего в большинстве случаев вполне достаточно для задач атомной интерферометрии. В то же время для перехода E1-типа τ всего лишь $\sim 10^{-7}$ с. Атом ^{207}Pb с M1-переходом $^3\text{P}_0, F = 1/2 - ^3\text{P}_1, F^e = 1/2$ частоты $\omega_0 \simeq 2,35 \cdot 10^{14}$ Гц является подходящим для создания ССС атомов. После процедуры приготовления необходимо отделить возбужденные атомы от атомов в основном состоянии любым способом квантового неразрушающего измерения атомного уровня (например, описанным в [9]). Данный элемент, однако не является необходимым, поскольку можно направлять в интерферометр все атомы, производя селекцию по уровню на конечной стадии детектирования атомов.*

Авторы искренне признательны профессору В.Г.Барышевскому за интерес к данной работе и полезное обсуждение. А.К. благодарит Фонд Сороса за финансовую поддержку.

1. J.Opt. Soc. Am. **B4**, N 6/7 (1987), Ed. H.J.Kimble and D.F.Walls.
2. J. Mod. Opt. **34**, N 10 (1987), Ed. R.Loudon and P.L. Knight.
3. C.M.Caves, Phys. Rev. D **23**, 1693 (1981).
4. B.Yurke, S.L.McCall, and J.R.Klauder, Phys. Rev. A **33**, 4033 (1986).
5. B.Yurke, Phys. Rev. Lett. **56**, 1515 (1986).

6. M.Kitagawa, and M.Ueda, Phys. Rev. A 47, 5138 (1993).
7. M.Kitagawa, and M.Ueda, Phys. Rev. Lett. 67, 1852 (1991).
8. P.Grangier, R.E.Shusher, B.Yurke, and LaPorte, Phys. Rev. Lett. 58, 2155 (1987).
9. B.C.Sanders and G.J.Milburn, Phys. Rev. A 40, 7087 (1989).

OPTICAL PULSE COLLAPSE IN DEFOCUSING ACTIVE MEDIUM

*L.Kramer, E.A.Kuznetsov⁺, S.Popp, S.K.Turitsyn**

*Physikalisches Institut der Universität Bayreuth
Lehrstuhl für Theoretische Physik II
W-8580 Bayreuth, Germany*

⁺ *Landau Institute for Theoretical Physics
117334 Moscow, Russia*

^{*} *Institute of Automation and Electrometry
630090 Novosibirsk, Russia*

Submitted 4 May 1995

We study a phase-gradient mechanism of a pulse compression in the Kerr-lens mode locking laser systems that can be described by the complex Ginzburg-Landau equation. We have found that a pulse collapse occurs in a *defocusing* gain medium contrary to the collapse arrest in a focusing active media.

1. The self-focusing of a powerful light beam propagating through a nonlinear Kerr medium is a classical example of the wave collapse in a distributed Hamiltonian system (see for a review [1] and references therein). The possibility of collapse (or, sometimes, it is called blow-up) in such systems significantly depends on the problem dimension. By contrast the singularity formation in a finite time due to nonconservative mechanisms demonstrates rather different behavior. First of all, the collapse in this case depends slightly on the dimensionality factor and therefore for its study it is enough to consider low-dimensional systems. In the present paper we treat this problem for the one-dimensional complex Ginzburg-Landau (GL) equation when the nonlinearity does not saturate linear exponential growth but, on the contrary, leads to the explosive growth of the amplitude for the homogeneous states. Such situation, in particular, is found in Rayleigh-Benard convection in binary mixtures [2-4] and in laser mode-locking laser systems [5-8]. In spite of the existence of such tendency for the homogeneous generation, the pulse onset and its dynamics, as we shall show, represent a result of a specific interference of the Hamiltonian and non-Hamiltonian terms, that is a *phase-gradient mechanism*. This mechanism was suggested at first in Refs. [3, 4] for the explanation of the observed dynamics of coherent structures in convection of binary mixtures.

In this Letter we study a pulse compression due to the phase-gradient mechanism in passively mode-locking laser systems. We demonstrate that a collapse