

**ГЕНЕРАЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ИЗ СВЕРХРЕШЕТКИ ПРИ
СВЕРХБЫСТРОМ ВОЗБУЖДЕНИИ НОСИТЕЛЕЙ В РЕЖИМЕ
ВАННЬЕ-ШТАРКОВСКОЙ ЛЕСТНИЦЫ**

С.Н.Молотков

*Институт физики твердого тела РАН
142432 Черноголовка, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 25 апреля 1995 г.

Показано, что при возбуждении сверхкороткими импульсами сверхрешетки, находящейся в однородном электрическом поле, форма сигнала излучения определяется, в основном, соотношением между длительностью импульса и обратным шагом ваннье-штарковской лестницы. Расстройка по частоте не играет принципиальной роли.

Помещение полупроводника в постоянное однородное электрическое поле приводит к появлению эффекта Франца-Келдыша [1,2] при оптическом поглощении (сдвиг края поглощения в красную сторону и осциллирующая зависимость поглощения от величины постоянного электрического поля). Данный эффект имеет место при стационарной подсветке. Новый круг явлений возникает при возбуждении носителей сверхкороткими импульсами в фемто-секундном диапазоне с длительностью короче характерных времен неупругих процессов [3,4]. Экспериментально было продемонстрировано, что при возбуждении возникает излучение в субмиллиметровом (терагерцевом) диапазоне

неравновесными носителями [3,4]. Оказалось, что временная форма сигнала излучения имеет существенно различный вид для случаев, когда частота возбуждающего импульса лежит выше или ниже края фундаментального поглощения в полупроводнике (в отсутствие электрического поля) [4]. Физическая причина излучения связана со следующим. При частоте больше запрещенной зоны происходит возбуждение реальных носителей, которые существуют на временах порядка возбуждающего импульса. Постоянное электрическое поле растаскивает носители в разные стороны, создавая зависящий от времени дипольный момент. Возникающий дипольный момент приводит к излучению аналогично вибратору Герца [5]. В этом случае возникает также зависящий от времени транспортный ток. В случае, когда частота света меньше запрещенной зоны, из-за хвостов плотности состояний в однородном электрическом поле в запрещенной зоне возникают виртуальные носители, которые вызывают ток смещения вместо транспортного тока [6].

Упомянутые рассуждения относятся к пределу слабого поля, слабого в том смысле, что спектр электронов в зонах остается квазинепрерывным, не происходит "разрыва" зон на дискретные уровни (ванье-штарковская лестница). Квазинепрерывность спектра приводит к тому, что после возбуждающего импульса дипольный момент затухает во времени даже в отсутствие неупругих процессов. Сильные поля, при которых происходит "разрыв" объемных зон реально недостижимы. Ванье-штарковское квантование легко может быть достигнуто в сверхрешетках из-за малой ширины минизоны. Дискретность спектра в режиме ванье-штарковской лестницы приводит к принципиально новым моментам при излучении. При длительности импульса меньше обратного расстояния между уровнями в лестнице форма сигнала отклика зависит только от формы возбуждающего импульса и не зависит от знака расстройки по частоте. При длительности импульса порядка обратного расстояния между уровнями, в отличие от режима слабого поля, сигнал излучения является незатухающим (разумеется без учета неупругих процессов). В данном подходе пределы слабого и сильного полей получаются в рамках единой схемы.

При описании спектра в сверхрешетках в однородном электрическом поле удобно воспользоваться методом сильной связи [7]. Этот модельный подход удобен тем, что единым образом позволяет рассматривать пределы слабого и сильного полей. В слабом поле достаточно приближения эффективной массы. В этом случае собственными функциями являются функции Эйри [1,2,6]. В сильном поле в режиме "разрыва" зон приближения эффективной массы недостаточно, и следует принимать в рассмотрение все состояния в исходной зоне, что позволяет сделать метод сильной связи. Для наших целей достаточно воспользоваться простейшим вариантом метода сильной связи.

Пусть в каждой изолированной яме в зоне проводимости (c), и валентной зоне (v) имеется один уровень. Волновая функция представляется в виде

$$\Psi_{\alpha\nu}(x) = \sum_n A_{\alpha\nu n} \phi_\alpha(x - na), \quad (1)$$

где n – номер ямы, $\alpha = c, v$ – зонный индекс, $\phi_\alpha(x - na)$ – волновая функция в отдельной яме, $A_{\alpha\nu n}$ – амплитуда в n -ой яме с учетом перекрытия с соседними для ν -ого собственного состояния в сверхрешетке, a – период сверхрешетки.

Гамильтониан в базе сильной связи (1) имеет вид

$$H = \sum_{\alpha=c,v} (\epsilon_{0\alpha} + eaEn) c_{\alpha n}^+ c_{\alpha n} + \sum_{\alpha=c,v} t_{\alpha} (c_{\alpha n}^+ c_{\alpha n-1} + c_{\alpha n}^+ c_{\alpha n+1}), \quad (2)$$

где $c_{\alpha n}^+$ - операторы рождения в n -ой яме, $t_{c,v}$ - интеграл перекрытия между ямами, член $eaEn$ описывает сдвиг уровней в ямах в однородном электрическом поле. В отсутствие электрического поля спектр в сверхрешетке имеет вид

$$\epsilon_{c,v} = \pm \frac{\epsilon_g}{2} + t_{c,v} \cos(ka).$$

Отсюда следует, что знаки t_c и t_v противоположны.

Собственные функции определяются из рекуррентных соотношений

$$A_{c,vn\nu} (\epsilon_{c,v\nu} - \epsilon_{0c,v} - eaEn) - t_{c,v} (A_{c,vn+1\nu} + A_{c,vn-1\nu}) = 0, \quad (3)$$

которые совпадают с рекуррентными соотношениями для функций Бесселя,

$$A_{c,vn\nu} = J_{n-\nu} \left(\frac{2t_{c,v}}{eaE} \right). \quad (4)$$

Соответствующие собственные значения уравнения (3) имеют вид

$$\epsilon_{c,v\nu} = \epsilon_{0c,v\nu} + \nu eaE. \quad (5)$$

Индекс ν принимает целые значения, что следует из условия локализации волновых функций на узлах в пределе $t \rightarrow 0$. В слабых полях $f_{c,v} = 2t_{c,v}/eaE \gg 1$ спектр является квазинепрерывным: $|\epsilon_{\nu} - \epsilon_{\nu\pm 1}|/2t_{c,v} = 1/f_{c,v} \ll 1$. Расстояние между уровнями существенно меньше ширины минизоны. Волновые функции делокализованы в минизоне, из асимптотик функций Бесселя для большого аргумента следует [8]

$$A_{c,vn\nu} \approx \sqrt{\frac{2}{f_{c,v}}} \cos \left(f_{c,v} - (n-\nu) \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right). \quad (6)$$

В сильных полях $f_{c,v} = 2t_{c,v}/eaE \ll 1$ спектр состоит из дискретных уровней, расстояние между которыми превышает ширину исходной минизоны: $|\epsilon_{\nu} - \epsilon_{\nu\pm 1}|/2t_{c,v} = 1/f_{c,v} \gg 1$. Волновые функции состояний локализованы в ямах, из которых эти состояния генетически произошли:

$$A_{c,vn\nu} \approx \frac{1}{\Gamma(|n-\nu|+1)} \exp[-|n-\nu| \ln(2/|f_{c,v}|)]. \quad (7)$$

Амплитуды как функции номера узла затухают быстрее, чем экспоненциально.

Взаимодействие с электромагнитным полем описывается гамильтонианом

$$H_{int} = \sum_{\nu,\lambda} E(t) [d_{\nu\lambda} c_{c\nu}^+ c_{v\lambda} + \text{з.с.}], \quad (8)$$

где дипольный момент

$$d_{\nu\lambda} = \int \Psi_{c,n\nu}(x) \nabla \Psi_{v,n'\lambda}^* dx = d_0 \sum_{n,n'} A_{n\nu}(f_c) A_{n'\lambda}(f_v), \quad (9)$$

$$d_0 = \delta_{n,n'} \int \phi_c(x - na) \nabla \phi_v^*(x - na) dx.$$

Выражение для дипольного момента может быть упрощено с учетом условий полноты для функций Бесселя [9]

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_{n-\nu}(\alpha) J_n(\beta) = J_\nu(\alpha - \beta).$$

Бесстолкновительная динамика носителей описывается эволюцией матрицы плотности

$$i \frac{\partial \hat{\rho}(t)}{\partial t} = [H + H_{int}(t), \hat{\rho}(t)] \quad (10)$$

$$\hat{\rho}(t) = \begin{pmatrix} n_{c,\nu\lambda} & n_{cv,\nu\lambda} \\ n_{vc,\lambda\nu} & n_{v,\nu\lambda} \end{pmatrix}, \quad n_{\alpha\beta,\nu\lambda} = \langle c_{\alpha\nu}^+ c_{\beta\lambda} \rangle.$$

Считаем, что зависимость поля от времени имеет вид

$$E(t) = f(t) \exp(i\omega t) + \text{з.с.}, \quad (11)$$

где $f(t)$ – форма импульса, ω – несущая частота. Для электронов проводимости решение может быть получено аналогично [6] и имеет вид

$$n_{c,\nu\lambda}(t) = (E_0 d_0)^2 \int_{-\infty}^t dt' f(t') \exp i[(\varepsilon_{c,\nu} - \varepsilon_{c,\lambda})(t' - t)], \quad (12)$$

$$\sum J_{\lambda-k}(f_{cv}) J_{k-\nu}(f_{cv}) [F^*(t', \varepsilon_{c,\lambda} - \varepsilon_{v,k} - \Delta) + F(t', \varepsilon_{c,\nu} - \varepsilon_{v,k} - \Delta)],$$

где введены обозначения

$$f_{cv} = f_c - f_v; \quad \varepsilon_{c,v,k} = eaEk; \quad \Delta = \omega - \varepsilon_g,$$

$$F(t, \varepsilon) = \exp(iet) \int_{-\infty}^t f(\tau) \exp(-i\varepsilon\tau) d\tau = \exp(iet) F'(t, \varepsilon).$$

Аналогичные соотношения имеют место для дырок.

В слабых полях данный подход приводит к результатам аналогичным [6] ($f_{c,v} \gg 1$). Более того, возможны случаи, когда поле является еще слабым для электронов, но уже сильным для дырок. Такая ситуация типична для сверхрешеток на основе GaAs из-за разных масс электронов и дырок (в данном подходе это означает, что $f_c \gg 1$ и $f_v \ll 1$, $m_{c,v} \propto 1/t_{c,v}$) [10]. Такой промежуточный случай также следует отнести к слабому полю. Как видно из данного подхода, динамика переходов определяется более легкими частицами (аргумент функций Бесселя определяется наибольшим из $f_{c,v}$, $\max\{f_c, f_v\}$). Физически это означает, что переходы с уровня ванье-штарковской лестницы в v -зоне происходят в квазинепрерывный спектр в c -зоне, что и является определяющим.

Новые моменты возникают, когда квантование имеет место в обеих зонах.

Дипольный момент на ячейку сверхрешетки может быть представлен в виде

$$D(t) = ea \sum_{\nu\lambda} [J_\nu(f_c) n_{c,\nu\lambda} J_\lambda(f_c) - J_\nu(f_v) n_{v,\nu\lambda} J_\lambda(f_v)]. \quad (13)$$

В силу трансляционной инвариантности заряд в зонах также инвариантен относительно сдвига

$$\rho_{\alpha, n n}(t) = e \sum_{\nu \lambda} J_{n-\nu}(f_{\alpha}) n_{\alpha, \nu \lambda} J_{n-\lambda}(f_{\alpha}) = e \sum_{\nu \lambda} J_{\nu}(f_{\alpha}) n_{\alpha, \nu \lambda} J_{\lambda}(f_{\alpha}). \quad (14)$$

Дипольный момент возникает из-за когерентных переходов из данной ямы в валентной зоне в ближайшие соседние в зоне проводимости. Из-за быстрого убывание функций Бесселя от индекса при малом значении аргумента достаточно сохранить лишь члены $J_0, J_{\pm 1}$. Учет членов только с $\nu = \lambda = 0$ недостаточен. Физически причина состоит в том, что такие члены в (12) описывают вертикальные в реальном пространстве переходы из валентной зоны в зону проводимости, которые не дают вклада в дипольный момент. Слагаемые $n_{c, \nu, 0 \pm 1}$ описывают переходы из ямы с номером 0 в валентной зоне в соседние ямы в зоне проводимости с номерами ± 1 (рис.1). Такое коррелированное возбуждение носителей в разные точки в координатном пространстве создает зависящий от времени дипольный момент. Причем, при данной частоте временная динамика электронов в левой яме ($n = -1$) и правой ($n = 1$) из-за разной расстройки по частоте также разная, что не компенсирует полный дипольный момент. С учетом сказанного и (12) имеем

$$D(t) \approx ea(f_{cv} E_0 d_0)^2 \operatorname{Re} \left\{ \int_{-\infty}^t f(t') dt' \exp(-i\varepsilon_E(t' - t)) \times \right. \quad (15)$$

$$\left. \times [\operatorname{Re}(F(t', -\Delta) + F(t', \varepsilon_E - \Delta)) + F^*(t', -\varepsilon_E - \Delta) + F^*(t', 2\varepsilon_E - \Delta)] \right\},$$

где $\varepsilon_E = eaE$ - шаг ванье-штарковской лестницы. Если длительность импульса существенно меньше обратного расстояния между уровнями в лестнице ($\tau_p \varepsilon_E \ll 1$), то дипольный момент приобретает универсальную форму, зависящую только от временной формы возбуждающего импульса (при $\tau \varepsilon_E \ll 1$ все экспоненты можно заменить на единицу):

$$D(t) \propto \int_{-\infty}^t f(t') dt' \int_{-\infty}^{t'} f(\tau) d\tau. \quad (16)$$

Частота возбуждающего света $\omega \approx \varepsilon_g \sim 1$ эВ. Если характерный шаг ванье-штарковской лестницы $\varepsilon_E \sim 10$ мэВ, то условие ($\tau_p \varepsilon_E \ll 1$) будет уже с запасом выполнено при $\tau_p \approx 10$ фс. При этом неопределенность по частоте самого возбуждающего импульса еще мала: $\tau_p \omega \sim 10$. Временная форма сигнала излучения пропорциональна второй производной дипольного момента [5]:

$$\frac{d^2 D(t)}{dt^2} \propto \frac{df(t)}{dt} \int_{-\infty}^t f(t') dt' + f^2(t), \quad (17)$$

и не зависит от знака расстройки по частоте в отличие от [6].

Если длительность импульса существенно превышает обратный шаг лестницы ($\tau_p \varepsilon_E \gg 1$), то экспоненциальные множители в (12) превращаются в δ -функции, и переходы будут иметь место только при точном совпадении частоты с разностью энергий какой-либо пары уровней.

При произвольном соотношении между τ_p и ϵ_E будем считать форму импульса гауссовой: $f(t) \propto \exp(-(t/\tau_p)^2)$, в этом случае подынтегральная функция в (12) выражается через интеграл ошибок [8]:

$$F'(t, \omega) = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \exp(-(\omega\tau_p)^2/4) \Phi(z), \quad (18)$$

где

$$\Phi(z) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^z \exp(-u^2) du, \quad z = \frac{t + i(\omega\tau_p)\tau_p}{\tau_p}.$$

При $t \rightarrow \infty$ функция $F(t, \omega)$ стремится к конечному пределу, тогда как следует из (15), дипольный момент при $t \rightarrow \infty$

$$D(t) \propto \text{Re}[\exp(-i\epsilon_E t)]$$

не затухает (в отсутствие неупругих процессов и потерь на излучение). Строго говоря он не затухает и в пределе $\tau_p \epsilon_E \ll 1$. На временах действия импульса осцилляции не успевают проявиться, так как их период превышает время τ_p , на временах $t \gg \tau_p$ они не проявляются из-за неупругих процессов.

На рис.2 представлены зависимости временной формы сигнала излучения для разных значений длительности возбуждающего импульса. Видно, что при малых значениях параметра $\epsilon_E \tau_p$ осцилляции не проявляются. Знак параметра расстройки по частоте Δ не играет принципиальной роли, качественный вид формы сигнала при положительных Δ не меняется.

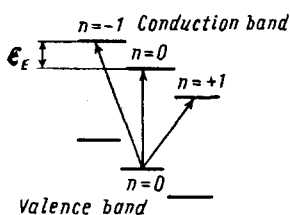


Рис.1

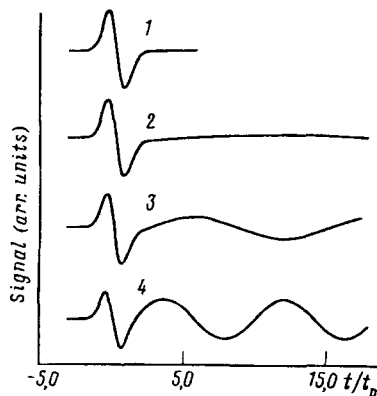


Рис.2

Рис.2. Временная форма сигнала излучения. Кривым 1-4 отвечает значение параметра $\Delta = -\epsilon_E$ и $\tau_p \epsilon_E = 0.1; 0.25; 0.5; 0.75$, соответственно

Сами по себе осцилляции не удивительны и аналогичны хорошо известным осцилляциям в двухуровневой системе при старте ее из произвольного несобственного состояния. Затухание осцилляций в режиме слабого поля фактически связано с квазинепрерывностью спектра, поскольку в этом случае переходы имеют место в целый интервал по энергии, и из-за этого возникает интегрирование по этому энергетическому интервалу осциллирующего

множителя. В простейшем случае имеем

$$D(t) \propto \int_{\epsilon_0}^{\epsilon_0 + eaE} d\epsilon \cos(\epsilon t) \propto \frac{\sin(eaEt)}{t}.$$

Если частота ниже порога, то осциллирующий множитель заменяется на затухающий экспоненциальный из-за хвостов плотности состояний в запрещенной зоне.

Выражаю благодарность С.В.Иорданскому и С.С.Назину за полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 95-02-06108).

-
1. W.Z.Franz, *Naturforsch.* **13a**, 484 (1958).
 2. Л.В.Келдыш, *ЖЭТФ* **34**, 1138 (1958).
 3. X.-C.Zhang, B.B.Hu, J.T.Darrow, and D.H.Auston, *Appl. Phys. Lett.* **56**, 1011 (1990).
 4. B.B.Hu, A.S.Weling, D.H.Auston et al., *Phys. Rev.* **49**, 2234 (1994).
 5. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, *Теория поля*, т.2, М.: Наука, 1973.
 6. A.V.Kuznetsov and C.J.Stanton, *Phys. Rev.* **48**, 10828 (1993).
 7. J.Beuse, G.Bastard, and P.Voisin, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 220 (1988).
 8. Janke-Emde-Lösch, *Tafeln, Höherer Funktionen Seschste Auflage Neubearbeitet von F.Lösch*, V.G.Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, 1960.
 9. А.П.Прудников, Ю.А.Брычков, О.И.Марычев, *Интегралы и ряды (специальные функции)*, М.: Наука, 1983.
 10. E.E.Mendez, *20th Intern. Conf. on the Physics of Semiconductors* **2**, 1206 (1990).