Письма в ЖЭТФ, том 61, вып.11, стр.930 - 934 © 1995г. 10 июня

ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД В НЕРАВНОВЕСНОЙ ДВУМЕРНОЙ ВЫРОЖДЕННОЙ СИСТЕМЕ

Д.Э.Фельдман

Институт теоретической физики им. Ландау РАН

142432, Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 10 апреля 1995 г.

После переработки 25 апреля 1995 г.

Изучено влияние внешнего поля, препятствующего установлению термодинамического равновесия, на двумерный магнетик с n-компонентными ($n \geq 2$) спинами. Обнаружено, что в неравновесной системе с чисто диссипативной динамикой имеется, в отличие от равновесного вырожденного магнетика, фазовый переход второго рода, сопровождающийся появлением спонтанной намагниченности. Показано, что неравновесный фазовый переход попадает в класс универсальности равновесного перехода в одноосном сегнетоэлектрике. Исследована фазовая диаграмма системы.

В последнее десятилетие возник значительный интерес к проблеме фазовых переходов в неравновесных системах [1-17]. Центральный вопрос касается классов универсальности в критических явлениях. Исследователи столкнулись как с ситуациями, когда класс универсальности неравновесной системы не изменялся по сравнению с ее равновесным аналогом [3-5], так и с рядом примеров, в которых критическое поведение изменялось. При этом в некоторых случаях система попадала в один из известных равновесных классов универсальности [6-8], тогда как в других возникал новый неравновесный класс [9-12].

Неожиданным сюрпризом оказалось критическое поведение двухтемпературной кинетической модели Изинга [13,14] (и принадлежащей к тому же классу универсальности модели быстрого ионного проводника в случайном электрическом поле [15]). В работе [8] было обнаружено, что несмотря на локальный характер динамики и отсутствие дальнодействия модель [13,14] попадает в класс универсальности равновесной системы с бесконечным радиусом взаимодействия - одноосного сегнетоэлектрика [18-20]. Выводы работы [8] были подтверждены численным экспериментом [17]. В результате симуляций было установлено также [18], что в двухтемпературной кинетической модели Изинга выполнено условие, которое гипотеза подобия накладывает на форму фазовой диаграммы вблизи бикритической точки для одноосного сегнетоэлектрика [19]. Кроме того, в [17] было замечено, что в сферическом приближении для неравновесной системы фазовый переход сохраняется не только при размерности пространства $d \geq 3$, как это имеет место в равновесном случае, но и в двухмерном пространстве. Поскольку сферическое приближение эквивалентно модели с бесконечным числом компонент спина, это наталкивает на мысль, что фазовый переход в двухтемпературной кинетической модели сохранится и при любом конечном числе компонент, большем, чем единица, в частности, в $X-Y$-модели и в модели Гейзенберга.

Целью настоящего письма является демонстрация того, что нижняя критическая размерность двухтемпературной кинетической модели с векторными спинами действительно понижается по сравнению с равновесным аналогом, а также выяснение структуры фазовой диаграммы в векторном случае.

Рассматривается следующая модель: n-компонентные классические спины S_i, $i=1,\ldots,$ n единичной длины ($\sum_i S_i^2 = 1$) расположены в узлах квадратной решетки. Соседние спины взаимодействуют ферромагнитным образом. Динамика системы состоит в обмене ориентациями спинов из соседних узлов. При этом вероятности обмена в двух перпендикулярных направлениях x и y отвечают условиям детального баланса при двух разных температурах T_x и T_y. Интегралом движения при такой динамике является вектор полного спина системы. В дальнейшем мы будем интересоваться лишь универсальными свойствами, поэтому детали динамики не будут иметь для нас значения. Например, можно рассматривать систему, в которой элементарные процессы идут лишь с сохранением суммы участвующих в них спинов или допустить перестановки не двух, а нескольких принадлежащих одной и той же горизонтальной или вертикальной линии решетки спинов.

Следуя гипотезе универсальности, мы можем в задаче о фазовом переходе рассмотреть как можно более простую динамику, так, чтобы сохранялись симметрии, законы сохранения и характер конкурирующих динамических процессов. Мы выберем уравнения динамики для фурье-компонент спина $S^i_{\mathrm{q}}(t)$ в следующем виде, являющемся обобщением модели B [21]

$$\dot{S}^i_{\mathrm{q}}(t) = L_x S^i_{\mathrm{q}} + L_y S^i_{\mathrm{q}} + \eta^i_x(\mathrm{q},t) + \eta^i_y(\mathrm{q},t). \qquad (1)$$

Здесь диффузия в направлениях $\alpha = x$ и $\alpha = y$ управляется соответствующими операторами L_α:

$$L_\alpha S^i_{\mathbf{q}} = -D_\alpha q_\alpha^2[(\tau_\alpha + c^x_\alpha q_x^2 + c^y_\alpha q_y^2)S^i_{\mathbf{q}} + u_\alpha \sum_{j=1}^{n} \int d\mathbf{q}_1 d\mathbf{q}_2 S^j_{\mathbf{q}_1} S^j_{\mathbf{q}_2} S^i_{\mathbf{q}-\mathbf{q}_1-\mathbf{q}_2}]. \quad (2)$$

Шумы η_α удовлетворяют условиям детального баланса с соответствующими температурами T_α:

$$< \eta^i_\alpha(\mathbf{q}, t)\eta^j_{\alpha'}(\mathbf{q}', t') >= 2D_\alpha T_\alpha q_\alpha^2 \delta_{\alpha\alpha'}\delta_{ij}\delta(\mathbf{q} + \mathbf{q}')\delta(t - t'). \quad (3)$$

В уравнениях (2)-(3) величины $\tau_\alpha = a_\alpha(T_\alpha - T^0_\alpha)$, а параметры D_α, u_α, c^x_α, c^y_α, a_α, T^0_α-константы. Отсутствие в системе детального равновесия выражается соотношением

$$\frac{L_x S^i_{\mathbf{q}}}{D_x T_x q_x^2} \neq \frac{L_y S^i_{\mathbf{q}}}{D_y T_y q_y^2}. \quad (4)$$

Простейшая модель, в которой симметрии и законы сохранения остаются такими же, как и в исходной формулировке, получится, если принять, что $D_\alpha = 1$, $T_\alpha = 1$, $c^x_\alpha = c^y_\alpha = 1$, $u_\alpha = 1$ *и лишь* $\tau_x \neq \tau_y$. Теперь уравнение (1) упрощается и имеет вид, аналогичный уравнению динамики равновесной модели B:

$$\dot{S}^i_{\mathbf{q}} = -q^2 \frac{\delta H}{\delta S^i_{-\mathbf{q}}} + iq_x \tilde{\eta}^i_x + iq_y \tilde{\eta}^i_y, \quad (5)$$

где $\tilde{\eta}_{x,y}$ - δ-коррелированные шумы, а эффективный гамильтониан

$$H = \frac{\tau_y}{2}\int d\mathbf{q} \mathbf{S}_{\mathbf{q}} \mathbf{S}_{-\mathbf{q}} + \frac{\tau_x - \tau_y}{2}\int d\mathbf{q} \mathbf{S}_{\mathbf{q}} \frac{q_x^2}{q^2} \mathbf{S}_{-\mathbf{q}} +$$
$$+\frac{1}{2}\int d\mathbf{q} q^2 \mathbf{S}_{\mathbf{q}} \mathbf{S}_{-\mathbf{q}} + \frac{u}{4}\int d\mathbf{q}_1 d\mathbf{q}_2 d\mathbf{q}_3 (\mathbf{S}_{\mathbf{q}_1}\mathbf{S}_{\mathbf{q}_2})(\mathbf{S}_{\mathbf{q}_3}\mathbf{S}_{-\mathbf{q}_1} - \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3). \quad (6)$$

Гамильтониан H совпадает с гамильтонианом одноосного сегнетоэлектрика [18-20]. Поэтому мы приходим к выводу, что двухтемпературная кинетическая модель с векторными спинами попадает в класс универсальности одноосного сегнетоэлектрика (с n-компонентными дипольными моментами) подобно тому, что было обнаружено в скалярном случае [8]. Анализ уравнения (1) без упрощающих предположений о коэффициентах приводит нас к тому же выводу, хотя представить уравнение динамики в форме (5), типичной для равновесных систем, не удается. Однако можно показать, что "негамильтоновы" члены в правой части динамического уравнения оказываются несущественными вблизи точки фазового перехода.

Дальнодействие приводит к понижению нижней критической размерности. Ее можно определить с помощью аргументов Пайерлса–Ландау (предполагая, что уравнения движения имеют вид (5)). Предположим, что в системе имеется *средняя спонтанная намагниченность* $\mathbf{S}$. *При низких температурах флуктуациями* модуля намагниченности можно пренебречь. Поэтому спин как функция координат равен

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}) = \mathbf{S}\sqrt{1 - \delta S^2(\mathbf{r})/S^2} + \delta\mathbf{S}(\mathbf{r}), \quad (7)$$

где вектор $\delta\mathbf{S}(\mathbf{r})$ перпендикулярен $\mathbf{S}$. Раскладывая гамильтониан (6) по $\delta\mathbf{S}$, в младшем порядке получим

$$H = \frac{1}{2}\int d\mathbf{q} G_0^{-1}(\mathbf{q})\delta\mathbf{S}_\mathbf{q}\delta\mathbf{S}_{-\mathbf{q}}, \qquad G_0(\mathbf{q}) = 1/(q^2 + (\tau_x - \tau_y)\frac{q_x^2}{q^2}) \tag{8}$$

и для определенности принято, что $\tau_x > \tau_y$. Величина флуктуаций определяется уравнением

$$\langle \delta\mathbf{S}^2 \rangle = T_y \int G_0(\mathbf{q}) d\mathbf{q}. \tag{9}$$

Флуктуации не разрушают дальнего порядка, если интеграл в формуле (9) сходится. Для d-мерной системы, на которую в одном из направлений действует шум, отвечающий температуре T_x, а в остальных - шум, соответствующий температуре T_y, мы получим, что нижняя критическая размерность $d_c = 1$, если $T_y < T_x$, и $d_c = 3/2$, если $T_y > T_x$. Эти значения совпадают с найденными в работе [17] в пределе $n \to \infty$.

Мы видим, что в двухмерном случае происходит фазовый переход. Критические индексы, описывающие переход в одноосном сегнетоэлектрике, можно вычислить во втором порядке по $\epsilon = 3-d$ методом, предложенным в работе [20]. Индекс аномальной размерности η и определяющий перенормировку меньшей из двух температур τ_x и τ_y (везде ниже считаем, что $\tau_y < \tau_x$) индекс ν равны

$$\eta = \frac{4}{9}\frac{n+2}{(n+8)^2}\epsilon^2 + O(\epsilon^3) \tag{10}$$

и

$$\nu = \frac{1}{2} + \frac{n+2}{4(n+8)}\epsilon + \frac{n+2}{2(n+8)^3}\epsilon^2[\frac{10}{9}(2n+7) +$$
$$+\frac{(n+2)(n+8)}{4} + (7n+20)\ln\frac{2}{\sqrt{3}}] + O(\epsilon^3). \tag{11}$$

Анизотропия системы приводит к анизотропному скейлингу: изменение масштаба в μ раз в направлении оси y соответствует изменению масштаба в $\mu^{1+\Delta}$ раз в направлении оси x. Индекс анизотропии $\Delta = 1 - \eta/2$. Остальные критические индексы могут быть выражены через η, ν, Δ с помощью законов подобия. Например, корреляционная длина описывается индексами $\nu_y = \nu$ и $\nu_x = \nu(1+\Delta)$, а параметр порядка (при $d = 2$) - индексом $\beta = \frac{\nu}{2}(\Delta+\eta)$. Отметим, что диффузионный характер динамики приводит к тому, что динамические индексы z_x, z_y определяются соотношениями $z_y = z = 4 - \eta$, $z_x = z/(1+\Delta) = 2$.

На фазовой диаграмме системы имеются две линии фазовых переходов второго рода, расположенные симметрично относительно прямой $T_x = T_y$. В области низких температур уравнения этих линий могут быть найдены путем сравнения корреляционной длины равновесной системы и характерного масштаба, на котором становится существенной неравновесность. При малых $(T_x - T_y)$ этот характерный масштаб пропорционален степени разности температур $L \sim 1/|T_x - T_y|^\sigma$, где $\sigma = \mathrm{const}$. Корреляционная длина равновесной системы при $n \geq 3$ зависит от температуры по закону $\xi \sim \exp(\frac{\mathrm{const}}{\mathrm{T}})$ [22]. Поскольку при $\xi < L$ спонтанная намагниченность отсутствует, для $n \geq 3$ уравнение линий перехода имеет вид

$$\frac{T_x + T_y}{2} \sim \frac{1}{\ln|T_x - T_y|}. \tag{12}$$

При $n = 2$ на линии $T_x = T_y < T_c$ система находится в фазе Костерлица–Таулеса (T_c - точка перехода Костерлица–Таулеса). Вблизи этой линии член в гамильтониане (6), пропорциональный $(\tau_x - \tau_y)$, оказывается существенным. Поэтому по обе стороны от этой линии в неравновесной системе имеется дальний порядок. При температурах $T > T_c$ корреляционная длина в $X - Y$ модели $\xi \sim \exp(\frac{\mathrm{const}}{\sqrt{T-T_c}})$ [22]. Отсюда находим уравнение линий перехода из упорядоченных фаз в неупорядоченную вблизи точки $T_x = T_y = T_c$:

$$\frac{T_x + T_y}{2} - T_c \sim \frac{1}{\ln^2 |T_x - T_y|}. \tag{13}$$

В заключение отметим, что изученный нами фазовый переход возможен только в анизотропной неравновесной системе. Переход отсутствует как в равновесном случае (даже в анизотропном), так и в вырожденном магнетике, выведенном из равновесия без нарушения пространственной изотропии.

Эффективное дальнодействие, с которым мы столкнулись в нашей задаче, появляется и в других неравновесных системах с сохраняющимся параметром порядка. Этим можно, в частности, объяснить классическое значение индекса $\beta = 1/2$, полученное в работах [9-12] для *driven diffusive system* и для *hybrid driven diffusive system*. Поведение моделей с несохраняющимся параметром порядка резко отличается от случая, когда параметр порядка сохраняется. Как известно [3-5], классы универсальности таких систем совпадают с классами универсальности их равновесных аналогов. В то же время, общий критерий, позволяющий выяснить, когда неравновесная система попадает в гамильтонов класс с короткодействием, гамильтонов класс с дальнодействием или в негамильтонов класс, до сих пор не найден.

Автор благодарен А.Ю. Китаеву,С.Е. Коршунову,М.В. Фейгельману и А.В. Шитову за полезные обсуждения и, в особенности, В.С. Доценко за поддержку и интерес к работе. Работа выполнена при поддержке INTAS, (грант 1010-CT93-0027), и Международного научного фонда, (грант M5R300).

1. S.Katz, J.L.Lebowitz and H. Spohn, Phys.Rev. **B28**, 1655 (1983).
2. B.Schmittmann, Int. J. Mod. Phys. **B4**, 2269 (1990).
3. G.Grinstein, C.Jayprakash, and Y.He, Phys. Rev. Lett. **55**, 2527 (1985).
4. K.-t.Leung, B.Schmittmann, R.K.P.Zia, Phys. Rev. Lett. **62**, 1772 (1989).
5. K.E.Bassler and B. Schmittmann, Phys. Rev. Lett. **73**, 3343 (1994).
6. M.Droz, Z.Racz, T.Tartaglia, Phys. Rev. **A41**, 6621 (1990).
7. B.Bergersen and Z.Racz, Phys. Rev. Lett. **67**, 3047 (1991).
8. B.Schmittmann, Europhys. Lett. **24**, 109 (1993).
9. H.K.Janssen and B.Schmittmann, Z. Phys. **B64**, 503 (1986).
10. K.-t.Leung and J.L.Gardy, J. Stat. Phys. **44**, 567 (1986).
11. K.-t.Leung and J.L.Gardy, J. Stat. Phys. **44**, 1087 (1986).
12. K.E.Bassler and B.Schmittmann, Phys. Rev. **E49**, 3614 (1994).
13. P.L.Garrido, J.L.Lebowitz, C.Maes and H.Spohn, Phys. Rev. **A42**, 1954 (1990).
14. Z.Cheng, P.L.Garrido, J.L.Lebowitz and J.L.Valles, Europhys.Lett. **14**, 507 (1991).
15. B.Schmittmann and R.K.P.Zia, Phys. Rev. Lett. **66**, 357 (1991).
16. E.L.Praestgaard, H.Larsen and R.K.P.Zia, Europhys. Lett. **25**, 447 (1994).
17. K.E.Bassler and Z.Racz, Phys. Rev. Lett. **73**, 1320 (1994).
18. А.И.Ларкин, Д.Е.Хмельницкий, ЖЭТФ **56**, 2087 (1969).
19. A. Aharony, Phys. Rev. **B8**, 3363 (1973).
20. E.Brezin, J.Zinn-Justin, Phys. Rev. **B13**, 251 (1976).
21. P.C.Hohenberg and B.I.Halperin, Rev. Mod. Phys. **49**, 435 (1977).
22. А.З.Паташинский, В.Л.Покровский, *Флуктуационная теория фазовых переходов*, М.:, Наука, 1982.