

ЭВОЛЮЦИЯ ВОЛНОВОГО ПАКЕТА В ДЖОЗЕФСОНОВСКОМ ДВУХКОНТАКТНОМ ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ

Г.В.Филиппов¹⁾

*Научно-исследовательский институт ядерной физики Московского государственного
университета*

119899 Москва, Россия

Поступила в редакцию 15 мая 1995 г.

Рассматривается система двух джозефсоновских переходов в сверхпроводящем кольце. Динамика системы допускает адекватное описание с помощью регулярных уравнений квантовой механики с учетом изменения внешнего магнитного потока и связи с термостатом. Показано, что двухконтактный интерферометр можно рассматривать как прибор, осуществляющий квантовомеханическое измерение координаты.

Согласно ортодоксальной точке зрения на процесс квантовомеханических измерений (см., например, [1,2]), измерительный прибор принципиально должен быть *классическим*, а процесс измерения не может быть описан регулярными уравнениями квантовой механики. Используя этот постулат, удастся уйти от ответа на вопрос, каким образом прибор может превратить чистое (когерентное) состояние измеряемой квантовой системы, например линейную суперпозицию двух состояний

$$a | - \rangle + b | + \rangle, \quad (1)$$

в статистическую смесь состояний $| - \rangle$ и $| + \rangle$ с вероятностями, пропорциональными $|a|^2$ и $|b|^2$.

¹⁾ e-mail: tfil@rsfq.npi.msu.su

Основным направлением поисков решения проблемы [3-7] является учет необратимости процесса измерения из-за связи измеряемой переменной с другими степенями свободы (термостатом), не вовлеченными непосредственно в процесс измерения. Сама по себе необратимость прибора как необходимое свойство процесса измерения не является чем-то новым или спорным [1,2], речь идет о том, описывается ли она регулярными уравнениями квантовой механики.

В этом направлении сделано несколько значительных шагов. Перес [3] рассмотрел схему, в которой исходная когерентность состояний $|\psi\rangle$ и $|\chi\rangle$ исчезает за счет случайности начальной фазы волновой функции измерительного прибора. К сожалению, он не предложил никакой реальной экспериментальной системы, в которой реализовался бы предложенный им принцип. Напротив, Зимани и Владар описали две конкретные модели [4], в которых роль измерительного прибора играет вырожденный электронный газ. Однако остается неясным, как измерять состояния электронного газа, без нового обращения к чувствительным приборам, для которых проблема измерения возникает снова. Ту же критику приходится адресовать и работам [5-7].

Действительно, в конце процесса измерения разница между показаниями прибора, соответствующими исходным состояниям, должна быть настолько большой, что возможность ее дальнейшего классического считывания не вызвала сомнений. Другими словами, квантовый измерительный прибор должен обладать не только необратимостью, но и усилением.

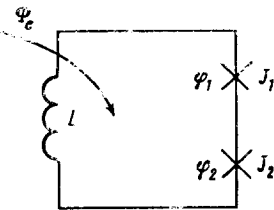


Рис.1. Джозефсоновский двухконтактный интерферометр — система двух переходов в сверхпроводящем кольце

В данной работе рассматривается джозефсоновский двухконтактный интерферометр [8] (рис.1), который удовлетворяет двум основным требованиям:

1) динамика интерферометра допускает количественное квантовомеханическое описание в рамках модели Калдейры—Леггетта [9], где диссипация есть результат взаимодействия измеряемой переменной с ансамблем гармонических осцилляторов, образующих равновесный термостат;

2) в этой системе легко реализуется инверсия знака величины дифференциальной "жесткости", что приводит к усилению сигнала даже в присутствии диссипации [8].

Пусть каждый из переходов на рис.1 имеет критический ток I_c , емкость C и шунтирован извне нормальным металлическим проводником с сопротивлением R . Если величина индуктивности кольца L достаточно мала ($\pi I_c L / \Phi_0 \ll 1$, где $\Phi_0 = h/2e$ — квант магнитного потока), то связь между внешним магнитным потоком $2x_e(t) = 2\pi\Phi_e(t)/\Phi_0$ и суммарной фазой $\varphi_1 + \varphi_2$ является линейной [8]. Поэтому запишем выражение для потенциальной энергии системы U как функции разностной фазы $2x = \varphi_1 - \varphi_2$ при фиксированном значении внешнего магнитного потока:

$$U(x) = -2E_c \cos[x_e(t)] \cos[x], \quad E_c = \Phi_0 I_c / 2\pi. \quad (2)$$

Поскольку для нас важно свойство системы менять знак жесткости, то есть кривизны потенциала $U(x)$ в его минимуме при $x \approx 0$, то линейизируем (2):

$$\tilde{U}(x) = m\omega_0^2 x^2 / 2 + \text{const}, \quad m\omega_0^2 = 2E_c \cos[x_e(t)]. \quad (3)$$

В случае положительной жесткости ($m\omega_0^2 > 0$), по отношению к малым возмущениям система ведет себя как гармонический осциллятор, обладающий затуханием $\gamma = 1/2RC$. Пусть в этом осцилляторе при $t = 0$ создано²⁾ чистое квантовое состояние (1), где $| - \rangle$ и $| + \rangle$ представляют собой когерентные состояния с центрами, соответственно, в точках $(+x_i)$ и $(-x_i)$:

$$\begin{aligned} \psi(x) &= a\psi_-(x) + b\psi_+(x), \\ \psi_{\pm}(x) &= \frac{1}{(\pi\sigma_i^2)^{1/4}} \exp\left(-\frac{(x \mp x_i)^2}{2\sigma_i^2}\right). \end{aligned} \quad (4)$$

При выполнении условия $x_i^2 \gg \sigma_i^2$ линии постоянного уровня модуля начальной матрицы плотности $\rho(x, x', 0) = \psi(x)\psi^+(x')$ представляют собой четыре неперекрывающиеся окружности (см. рис.2).

Произведем теперь быстрое (за время $\delta t \ll \omega_0^{-1}$) изменение потока x_e , то есть инвертирование знака жесткости потенциала (3) $\omega_0^2 \rightarrow -\lambda_0^2$, и выпишем в явном виде матрицу плотности системы, усредненную по степеням свободы гермостата, в координатном $\eta - \xi$ представлении ($\eta = x + x'$, $\xi = x - x'$). Эта матрица плотности при $t > 0$ связана с начальной линейным образом [9]:

$$\rho(\eta, \xi, t) = (1/2) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\eta_i d\xi_i J(\eta, \xi, t; \eta_i, \xi_i, 0) \rho(\eta_i, \xi_i, 0). \quad (5)$$

Пропагатор $J(\eta, \xi, t; \eta_i, \xi_i, 0)$ инвертированного осциллятора с затуханием найдем по общей схеме, предложенной Калдейрой и Леггеттом [9], используя обозначение $\lambda = (\lambda_0^2 + \gamma^2)^{1/2}$:

$$\begin{aligned} J(\eta, \xi, t; \eta_i, \xi_i, 0) &= F^2(t) \exp\{i[K_2\eta\xi + K_1\eta_i\xi_i - L\eta_i\xi - N\eta\xi_i] - \\ &\quad - [A\xi^2 + B\xi\xi_i + C\xi_i^2]\}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$K_1 = \frac{m}{2\hbar} (\lambda \coth \lambda t + \gamma), \quad K_2 = \frac{m}{2\hbar} (\lambda \coth \lambda t - \gamma),$$

$$L = \frac{m\lambda}{2\hbar} \frac{e^{-\gamma t}}{\sinh \lambda t}, \quad N = \frac{m\lambda}{2\hbar} \frac{e^{\gamma t}}{\sinh \lambda t},$$

²⁾ Такое чистое состояние можно организовать, например, за счет подбарьерного туннелирования, включив рассматриваемую систему в дополнительное сверхпроводящее кольцо [10].

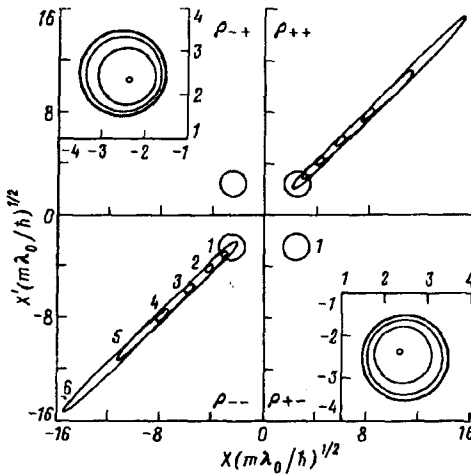


Рис.2

Рис.2. Эволюция макроэлементов матрицы плотности в инвертированном потенциале с диссипацией. Сечения модулей макроэлементов (по уровню 0,5 от максимума начального значения) построены в моменты времени $\lambda_0 t = 0; 2; 4; 6; 8; 10$. Параметры системы: $\alpha_i = -5$; $\sigma_i^2 = 1$; $(\gamma/\lambda_0)^2 = 10$; $\Omega/\lambda_0 = 50$; $\hbar\lambda_0/2kT = 100$. На вставках показана эволюция макроэлементов ρ_{-+} и ρ_{+-} на временах до t_c , где момент времени t_c соответствует затуханию этих элементов (при наших значениях параметров, $t_c \approx 5 \cdot 10^{-3} \lambda_0^{-1}$). Здесь сечения построены в моменты времени $t/t_c = 0; 0,25; 0,5; 0,75; 1$

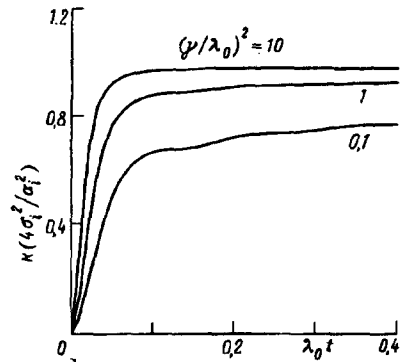


Рис.3

Рис.3. Зависимость коэффициента κ от времени для различных величин диссипации в системе: $(\gamma/\lambda_0)^2 = 0, 1, 10$ для следующего набора параметров: $\Omega/\lambda_0 = 50$; $\hbar\lambda_0/2kT = 100$

$$\begin{pmatrix} A(t) \\ B(t) \\ C(t) \end{pmatrix} = \frac{m\gamma}{\pi\hbar} \int_0^{\Omega} d\nu \nu \coth(\hbar\nu/2kT) \begin{pmatrix} A_\nu(t) \\ B_\nu(t) \\ C_\nu(t) \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} A_\nu(t) \\ B_\nu(t) \\ C_\nu(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-2\gamma t} \\ 2e^{-2\gamma t} \\ 1 \end{pmatrix} \int_0^t \int_0^t d\tau ds \begin{pmatrix} \sinh \lambda\tau \sinh \lambda s \\ \sinh \lambda\tau \sinh \lambda(t-s) \\ \sinh \lambda(t-\tau) \sinh \lambda(t-s) \end{pmatrix} \frac{\cos \nu(\tau-s)}{\sinh^2 \lambda t} e^{\gamma(\tau+s)}.$$

Здесь $\Omega (\gg \lambda_0)$ – максимальная частота в распределении осцилляторов, образующих термостат [9], T – температура термостата.

Матрицу плотности в произвольный момент времени можно записать в виде

$$\rho(\eta, \xi, t) = |a|^2 \rho_{--}(\eta, \xi, t) + |b|^2 \rho_{++}(\eta, \xi, t) + ab^* \rho_{-+}(\eta, \xi, t) + a^* b \rho_{+-}(\eta, \xi, t), \quad (7)$$

где введены "макроэлементы", не зависящие от коэффициентов a и b ,

$$\rho_{\pm\pm}(\eta, \xi, t) = \frac{1}{(\pi\sigma_\eta^2)^{1/2}} \exp \left(-\frac{(\eta \mp \alpha_\eta)^2}{4\sigma_\eta^2} - \frac{\xi^2}{4\sigma_\xi^2} + i\beta\eta\xi \mp i\theta_\xi\xi \right), \quad (8)$$

$$\rho_{\pm\mp}(\eta, \xi, t) = \frac{1}{(\pi\sigma_{\eta}^2)^{1/2}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{4\sigma_{\eta}^2} - \frac{(\xi \mp \alpha_{\xi})^2}{4\sigma_{\xi}^2} + i\beta\eta\xi \mp i\theta_{\eta}\eta - \kappa\right), \quad (9)$$

и использованы обозначения

$$\sigma_{\eta}^2 = \delta^2/4N^2, \quad \alpha_{\eta} = \alpha_i K_1/N, \quad \delta^2 = \sigma_i^{-2} + 4C + 4\sigma_i^2 K_1^2, \quad \alpha_i = 2x_i,$$

$$\sigma_{\xi}^2 = \frac{1}{4} (A + \sigma_i^2 L^2 - \delta^{-2}(B - 2\sigma_i^2 K_1 L)^2)^{-1},$$

$$\alpha_{\xi} = \frac{\alpha_i}{2\sigma_i^2} \frac{2\sigma_i^2 K_1 L - B}{\delta^2 (A + \sigma_i^2 L^2 - \delta^{-2}(B - 2\sigma_i^2 K_1 L)^2)},$$

$$\beta = K_2 + 2\delta^{-2} N(B - 2\sigma_i^2 L K_1),$$

$$\theta_{\xi} = \alpha_i (L + 2\delta^{-2} K_1(B - 2\sigma_i^2 L K_1)), \quad \theta_{\eta} = \alpha_i N/\sigma_i^2 \delta^2,$$

$$\kappa = \frac{\alpha_i^2}{4\sigma_i^2} \left(1 - \frac{1}{\sigma_i^2 \delta^2} - \frac{(B - 2\sigma_i^2 K_1 L)^2}{\sigma_i^2 \delta^4 (A + \sigma_i^2 L^2 - \delta^{-2}(B - 2\sigma_i^2 K_1 L)^2)}\right). \quad (10)$$

В отсутствие диссипации ($\gamma = 0$) модули макроэлементов матрицы плотности имеют равные пики в четырех точках

$$(\pm\alpha/2, \pm\alpha/2), (\mp\alpha/2, \pm\alpha/2)$$

плоскости (x, x') , но расстояние центров этих макроэлементов от начала координат α , а также их ширины σ экспоненциально растут со временем:

$$\alpha = \alpha_{\eta} = \alpha_{\xi} \propto \exp \lambda_0 t, \quad \sigma = \sigma_{\eta} = \sigma_{\xi} \propto \exp \lambda_0 t, \quad t \gg \lambda_0^{-1}.$$

Этот рост отражает "усиление сигнала", происходящее из-за отрицательного значения жесткости системы. Важно, что в отсутствие диссипации параметр κ равен нулю и недиагональные макроэлементы (9) имеют ту же амплитуду, что и диагональные. Это соответствует полному сохранению исходной когерентности состояний в обратимой системе без диссипации.

На рис.2 показана эволюция макроэлементов в присутствии диссипации ($\gamma > 0$). В этом случае линии постоянного уровня диагональных макроэлементов имеют вид не окружностей, а эллипсов, поскольку при $t \gg \lambda^{-1}$ дисперсия по оси η (σ_{η}) и положение центров макроэлементов по этой оси (α_{η}) растут как $\exp(\lambda - \gamma)t$, в то время как соответствующие параметры по оси ξ (σ_{ξ} и α_{ξ}) стремятся к константам.

Принципиально важно, что в амплитудах недиагональных макроэлементов (9) при $\gamma > 0$ появляется дополнительный экспоненциальный фактор $\exp(-\kappa)$. Покажем, что при $t \gg (\lambda - \gamma)^{-1}$ и $\alpha_i^2 \gg \sigma_i^2$ величина κ гораздо больше единицы. Действительно, асимптотическое выражение для κ в этом пределе имеет вид:

$$\kappa(\infty) = \frac{\alpha_i^2}{4\sigma_i^2} \left(\frac{A(\infty)[4C(\infty) + 4\sigma_i^2 K_1^2(\infty)] - B^2(\infty)}{A(\infty)[\sigma_i^{-2} + 4C(\infty) + 4\sigma_i^2 K_1^2(\infty)] - B^2(\infty)} \right), \quad (11)$$

где

$$K_1(\infty) = (m/2\hbar)(\lambda + \gamma), \quad A_\nu(\infty) = [(\lambda + \gamma)^2 + \nu^2]^{-1}, \quad C_\nu(\infty) = [(\lambda - \gamma)^2 + \nu^2]^{-1},$$

$$B_\nu(\infty) = \frac{2[-(\lambda^2 + \nu^2 + \gamma^2) \cos \nu t + 2\lambda \nu \sin \nu t]}{(-\lambda^2 + \nu^2 + \gamma^2)^2 + 4\lambda^2 \nu^2}.$$

Из этих формул следует, что стоящее в формуле (11) выражение в скобках по величине порядка единицы и слабо зависит от времени (рис.3). Видно, что асимптотическое значение κ всегда порядка α_i^2/σ_i^2 , так что если начальные волновые пакеты перекрываются слабо³⁾ $\alpha_i^2 \gg \sigma_i^2$, то $\kappa(\infty) \gg 1$. Реально в этом случае недиагональные элементы матрицы плотности полностью затухают уже на малых временах ($t \ll \lambda_0^{-1}$, см. вставку на рис.2). Таким образом, конечная величина диссипации в системе приводит на больших временах к экспоненциальной малости недиагональных макроэлементов матрицы плотности по сравнению с диагональными, что соответствует разрушению квантовой когерентности исходного состояния (1) за счет необратимого характера взаимодействия интересующей нас степени свободы x с координатами термостата.

Физически очевидно, что разрушенная когерентность не может восстановиться спонтанно, так что дальнейшая эволюция центров пакетов происходит по законам классической динамики с затуханием и приведет к установлению стационарных положений пакетов в точках минимума потенциала (2). При этом стационарное состояние системы будет представлять собой классическую смесь состояний в каждом из двух минимумов потенциала с вероятностями $|a|^2$ и $|b|^2$. Принципиально важно, что для конкретной системы расстояние между минимумами потенциала U порядка Φ_0 , то есть вполне "макроскопическое" (современные магнитометры-сквиды позволяют производить измерения потока с чувствительностью $10^{-6}\Phi_0$ при времени измерения 1с [8]).

Таким образом, рассмотренная нами конкретная система с джозефсоновскими переходами обладает свойствами квантового измерительного прибора и полностью описывается обычными законами квантовой эволюции.

Работа поддерживалась Международным научным фондом (грант MDP300) и Научным Советом научно-технической программы "Актуальные проблемы физики конденсированного состояния".

Автор благодарен К.К.Лихареву за многочисленные обсуждения в ходе выполнения настоящей работы; В.Б.Брагинскому, А.Н.Короткову и Ф.Я.Халили за ряд ценных замечаний.

³⁾ При $\alpha_i^2 \approx \sigma_i^2$ недиагональные макроэлементы не затухают: даже при $t \rightarrow \infty$. В этом случае остаточная когерентность сохраняется, благодаря перекрытию волновых пакетов вблизи начала координат ($x \approx x' \approx 0$). Для наших целей интересен только предел $\alpha_i^2 \gg \sigma_i^2$, в котором "определенное" состояние квантового объекта (например, $a = 1, b = 0$) с определенностью приводит к одному из конечных состояний прибора.

1. B.D'Espagnat, *Conceptual foundation of quantum mechanics*. Reading, MA: Benjamin, 1976.
2. E.P.Wigner, *Am. J. Phys.* **31**, 6 (1963).
3. A.Peres, *Am. J. Phys.* **54**, 688 (1986).
4. G.T.Zimanyi and K.Vladar, *Phys. Rev. A* **34**, 3496 (1986); *Found. Phys. Lett.* **1**, 175 (1988).
5. W.H.Zurek, *Phys. Rev. D* **24**, 1516 (1981); *Phys. Rev. D* **26**, 1862 (1982).
6. W.G.Unruh, W.H.Zurek, *Phys. Rev. D* **40**, 1071 (1989).
7. W.H.Zurek, S.Habib, J.P.Paz, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1187 (1993).
8. К.К.Лихарев, *Введение в динамику джозефсоновских переходов*. М.: Наука, 1985.
9. A.C.Caldeira, A.J.Leggett, *Physica A* **121**, 587 (1983).
10. S.Hai, J.Lapointe, J.E.Lukens, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 810 (1991).