Письма в ЖЭТФ, том 62, вып.3, стр.182 - 187 © 1995г. 10 августа

О НЕПРИМЕНИМОСТИ ПРИБЛИЖЕНИЯ УЗКОЙ ШИРИНЫ В РАСПАДАХ $\phi \to \gamma a_0$ И $\phi \to \gamma f_0$

Н.Н.Ачасов[1]), *В.В.Губин*

Лаборатория теоретической физики
Института математики им. С.Л.Соболева СО РАН
630090 Новосибирск 90, Россия

Поступила в редакцию 20 июня 1995 г.

Установлено, что приближение узкой ширины резонансов f_0 и a_0, которым пользуются в теоретических и экспериментальных исследованиях радиационных распадов $\phi \to \gamma a_0$ и $\phi \to \gamma f_0$, является незаконным. Показано, как правильно учитывать поправки на конечную ширину.

Центральной проблемой адронной спектроскопии "до шарма" стала проблема скалярных $f_0(975)$- и $a_0(980)$-мезонов. Дело в том, что эти состояния обладают целым рядом свойств, необычных с точки зрения наивной кварковой ($q\bar{q}$) модели, см., например, обзоры [1, 2]. В то же время все вызывающие свойства этих мезонов могут быть поняты [1–3] в рамках четырехкварковой ($q^2\bar{q}^2$) модели MIT-мешка [4]. Наряду с $q^2\bar{q}^2$ природой $a_0(980)$- и $f_0(975)$-мезонов обсуждается возможность того, что они являются $K\bar{K}$ молекулами [5]. Более того, возможно, что $f_0(975)$- и $a_0(980)$-мезоны являются "свидетелями" пленения кварков [6].

В результате усилий теоретиков в течение ряда лет [7, 8] (см. также цитируемую в [8] литературу) было установлено, что распады $\phi \to \gamma f_0 \to \gamma\pi\pi$ и $\phi \to \gamma a_0 \to \gamma\eta\pi$ могут сыграть решающую роль в выяснении природы скалярных $f_0(975)$- и $a_0(980)$-мезонов.

В настоящее время изучение распада $\phi \to \gamma f_0 \to \gamma\pi\pi$ уже началось с помощью детектора КМД-2 на усовершенствованном e^+e^--коллайдере ВЭПП-2М в Новосибирске [2]). Кроме того, в Новосибирске на этом же коллайдере вступил в строй детектор СНД, который будет изучать обсуждаемые распады. И, наконец, в ближайшем будущем во Фраскати ожидается пуск ϕ-фабрики ДАФНЕ, которая позволит изучить скалярные $f_0(975)$- и $a_0(980)$-мезоны, по-видимому, исчерпывающим образом.

Представляется очевидным, что формулировка теоретических предсказаний до обработки экспериментальных данных является естественным условием выяснения загадки скалярных мезонов. Во всех теоретических работах, (см. [8] и цитируемую там литературу), за исключением [7], использовалось приближение узкой ширины $f_0(975)$- и $a_0(980)$-мезонов, так как их видимая ширина 25–50 МэВ. Более того, экспериментаторы использовали это приближение при получении верхних пределов для интенсивностей распадов $\phi \to \gamma a_0$ и $\phi \to \gamma f_0$ [9, 10]. В связи с этим мы хотим обратить внимание на то, что приближение узкой ширины в данном случае незаконно. Мы покажем, что полученные в приближении узкой ширины предсказания для интенсивностей распадов завышены по крайней мере в два раза.

---

[1])e-mail: achasov@math.nsk.su

[2])Доклад Е.П. Солодова на ДАФНЕ'95 во Фраскати. Н.Н. Ачасов признателен Е.П. Солодову за многочисленные обсуждения.

Введем амплитуды

$$M(\phi \to \gamma R; m) = g_R(m)(\mathrm{e}(\phi) \cdot \mathrm{e}(\gamma)) \ , \quad R = a_0, \ f_0, \tag{1}$$

где $\mathrm{e}(\phi)$ и $\mathrm{e}(\gamma)$ – трехмерные вектора поляризации ϕ-мезона и γ-кванта в системе покоя ϕ-мезона, m – инвариантная масса состояния ab двух псевдоскалярных мезонов a и b, в которые распадается R-мезон.

В e^+e^--столкновениях ϕ-мезон рождается поперечно поляризованным по отношению к оси пучков в системе центра масс. Поэтому, если в реакции $e^+e^- \to \phi \to \gamma R$ не интересоваться поляризацией γ-кванта, амплитуды (1) приводят к угловому распределению

$$W(\theta) = \frac{3}{8}(1 + \cos^2\theta), \tag{2}$$

где θ – угол между направлением вылета γ-кванта и осью пучков.

Согласно калибровочной инвариантности, амплитуды распадов пропорциональны тензору электромагнитного (электрического) поля, то есть энергии фотона (ω) в области низких энергий

$$g_R(m) \to \omega \cdot \mathrm{const}, \tag{3}$$

если $m \to m_\phi$, $\omega = (1/2)m_\phi(1 - m^2/m_\phi^2) \to 0$.

Ширина распада в приближении узкой ширины скалярного резонанса

$$\Gamma(\phi \to \gamma R; m) = \frac{1}{3}\frac{|g_R(m)|^2}{4\pi}\frac{1}{2m_\phi}(1 - \frac{m^2}{m_\phi^2}) \ . \tag{4}$$

Физически измеримые парциальные ширины

$$\Gamma(\phi \to \gamma R \to \gamma ab) = \frac{2}{\pi}\int_{m_a+m_b}^{m_\phi} mdm \frac{m\Gamma(R \to ab; m)\Gamma(\phi \to \gamma R; m)}{|D_R(m)|^2} \tag{5}$$

для $ab = \pi\pi$, $\pi^0\eta$, а для $ab = K^+K^-$, $K^0\bar{K}^0$

$$\Gamma(\phi \to \gamma(a_0 + f_0) \to \gamma K^+K^-) =$$

$$\frac{2}{\pi}\int_{2m_{K^+}}^{m_\phi} m^2\Gamma(f_0 \to K^+K^-; m)\Gamma(\phi \to \gamma f_0; m)\left|\frac{1}{D_{f_0}(m)} + \frac{g_{a_0}(m)g_{a_0K^+K^-}}{g_{f_0}(m)g_{f_0K^+K^-}}\frac{1}{D_{a_0}(m)}\right|^2 dm,$$

$$\Gamma(\phi \to \gamma(a_0 + f_0) \to \gamma K^0\bar{K}^0) =$$

$$\frac{2}{\pi}\int_{2m_{K^0}}^{m_\phi} m^2\Gamma(f_0 \to K^0\bar{K}^0; m)\Gamma(\phi \to \gamma f_0; m)\left|\frac{1}{D_{f_0}(m)} + \frac{g_{a_0}(m)g_{a_0K^0\bar{K}^0}}{g_{f_0}(m)g_{f_0K^0\bar{K}^0}}\frac{1}{D_{a_0}(m)}\right|^2 dm, \tag{6}$$

где $1/D_R(m)$ – пропагатор скалярного мезона.

Ширина распада скалярного R резонанса в состояние ab из двух псевдоскалярных мезонов с инвариантной массой m записывается в виде

$$\Gamma(R \to ab; m) = \frac{g_{Rab}^2}{16\pi}\frac{1}{m}\rho_{ab}(m) \ ,$$

$$\rho_{ab}(m) = \sqrt{(1 - m_+^2/m^2)(1 - m_-^2/m^2)} \ , \quad m_\pm = m_a \pm m_b \ . \tag{7}$$

Тождественность конечных частиц в случае $\pi^0\pi^0$ учитывается в определении $g_{f_0\pi^0\pi^0}$.

В (6) следует принимать во внимание изотопическую симметрию

$$g_{f_0K^+K^-} = g_{f_0K^0\bar{K}^0}\ , \quad g_{a_0K^+K^-} = -g_{a_0K^0\bar{K}^0}\ . \tag{8}$$

Два обстоятельства делают незаконным применение приближения узкой ширины для скалярных мезонов в рассматриваемом случае.

Первое (и самое главное) обстоятельство связанно с мягкими по меркам сильных взаимодействий фотонами. Из (3)–(6) следует, что правый склон резонанса подавлен, по крайней мере, фактором $(\omega/\omega_0)^3$, $\omega_0 = m_\phi(1 - M_R^2/m_\phi^2)/2$, где M_R – масса резонанса. Как будет показано, это приводит к подавлению интегрального вклада от правого склона резонанса в пять раз для распадов в $\pi\pi$-, $\pi\eta$-каналы и по крайней мере в пятьдесят раз для распадов в K^+K^--, $K^0\bar{K}^0$-каналы. Таким образом физически измеряемые ширины (5) практически полностью определяются "половиной" резонанса – его левым склоном в каналах $\pi\pi$ и $\pi\eta$. Только одно это завышает результаты, полученные в приближении узкой ширины ($\Gamma(\phi \to \gamma R; M_R)$), в два раза.

Второе обстоятельство связано с поправками на конечную ширину в пропагаторах скалярных мезонов. Возьмем общепринятую формулу Брейта–Вигнера. Если $m > 2m_{K^+},\ 2m_{K^0}$, то

$$\begin{aligned} \frac{1}{D_R(m)} &= \frac{1}{m_R^2 - m^2 - i(\Gamma_0(m) + \Gamma_{K\bar{K}}(m))m}\,, \\ \Gamma_{K\bar{K}}(m) &= \frac{g^2_{RK^+K^-}}{16\pi}\left(\sqrt{1 - 4m_{K^+}^2/m^2} + \sqrt{1 - 4m_{K^0}^2/m^2}\right)\frac{1}{m}\ . \end{aligned} \tag{9}$$

Если $2m_{K^+} < m < 2m_{K^0}$,

$$\frac{1}{D_R(m)} = [m_R^2 - m^2 + \frac{g^2_{RK^+K^-}}{16\pi}\sqrt{4m_{K^+}^2/m^2 - 1} - i\frac{g^2_{RK^+K^-}}{16\pi}\sqrt{4m_{K^0}^2/m^2 - 1} - i\Gamma_0(m)m]^{-1}. \tag{10}$$

Когда $2m_{K^+},\ 2m_{K^0} > m$,

$$\frac{1}{D_R(m)} = [m_R^2 - m^2 + \frac{g^2_{RK^+K^-}}{16\pi}\left(\sqrt{4m_{K^+}^2/m^2 - 1} + \sqrt{4m_{K^0}^2/m^2 - 1}\right) - i\Gamma_0(m)m]^{-1}, \tag{11}$$

где ширина распада скалярного R-резонанса в $\pi\eta$- или $\pi\pi$-каналы $\Gamma_0(m)$ определяется выражением (7).

Так как скалярные резонансы находятся под $K\bar{K}$-порогами, то положение пика в сечении или в спектре масс не совпадает с m_R, в чем легко убедиться, используя выражения (9)–(11). Поэтому надо перенормировать массу в формулах Брейта–Вигнера (9)–(11):

$$m_R^2 = M_R^2 - \frac{g^2_{RK^+K^-}}{16\pi}\left(\sqrt{4m_{K^+}^2/M_R^2 - 1} + \sqrt{4m_{K^0}^2/M_R^2 - 1}\right)\ , \tag{12}$$

где M_R^2 – квадрат физической массы ($M_{a_0} = 980$ МэВ и $M_{f_0} = 975$ МэВ), в то время как m_R^2 – квадрат затравочной массы. Таким образом, физическая масса больше затравочной. Это обстоятельство особенно важно при сильной связи скалярных мезонов с $K\bar{K}$-каналами, как это имеет место в четырехкварковой или молекулярной моделях. Между тем оно не учитывается ни при подгонке экспериментальных данных, ни в теоретических работах за исключением работ [1, 7, 11]. Следует отметить, что выражения (9)–(11) применимы только в резонансной области. Они, например, имеют неправильные аналитические свойства при $m^2 = 0$. Выражения, в которых устранен этот недостаток, можно найти в [1, 7, 11].

В настоящее время рассматриваются три набора констант связи скалярных мезонов с $K\bar{K}$-каналом:

1) сверхразрешенные по правилу Окубо–Цвейга–Иизука (OZI) в четырёхкварковой модели [4, 1, 7, 11];

$$g^2_{f_0 K^+K^-}/4\pi = g^2_{a_0 K^+K^-}/4\pi = 2,3\,\text{ГэВ}^2; \tag{13}$$

2) константы связи в молекулярной модели [5, 8]:

$$(g^2_{f_0 K^+K^-}/4\pi) = (g^2_{a_0 K^+K^-}/4\pi) = 0,6\,\text{ГэВ}^2\ , \tag{14}$$

отметим, что в этой модели $M_R - m_R = 24$ МэВ;

3) разрешенные по правилу OZI в $q\bar{q}$-модели

$$g^2_{a_0 K^+K^-}/4\pi = g^2_{f_0 K^+K^-}/4\pi \simeq 0,2\ \text{ГэВ}^2. \tag{15}$$

В случае сверхразрешенных констант (13) все эффекты, связанные с конечной шириной скалярных резонансов, учитывались в [7], поэтому мы не будем их здесь рассматривать.

Ниже мы положим $\Gamma_0(M_R) = 50$ МэВ, что соответствует эффективной ширине $\simeq 25$ МэВ и относительной интенсивности распада в $K\bar{K}$-каналы $BR(f_0(a_0) \to K\bar{K}) = 0,33(0,35)$ в модели молекулы (14). В случае (15) эффективная ширина $\simeq 40$ МэВ и $BR(f_0(a_0) \to K\bar{K}) = 0,15(0,16)$. В области резонанса хорошо выполняется соотношение $M_R\Gamma_0(M_R) = m\Gamma_0(m)$.

В модели молекулы [5, 8] интеграл по правому склону резонанса $f_0(a_0)$ в канале $\pi\pi(\pi\eta)$

$$\frac{2}{\pi}\int_{M_R}^{m_\phi} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^3 \frac{m^2\Gamma_0(m)}{|D_R(m)|^2}dm \simeq 0,0951(0,0813) \tag{16}$$

вместо 0,5 в приближении узкой ширины.

Что касается левого склона резонанса, то на нем, как обычно, естественно считать $\Gamma(\phi \to \gamma R; m)$ постоянной, кстати сказать, это потверждается в конкретных моделях [7]. Интеграл по левому склону резонанса

$$\frac{2}{\pi}\int_{(m_a+m_b)}^{M_R} \frac{m^2\Gamma_0(m)}{|D_R(m)|^2}dm \simeq 0,2827(0,2618) \tag{17}$$

вместо 0,5 в приближении узкой ширины. Таким образом, интеграл по резонансу равен 0,3778(0,3431) вместо 1 в приближении узкой ширины.

Распады в $K\bar{K}$-состояния практически не меняют картины. Распад в $K\bar{K}$-состояния происходит только на правом склоне резонанса

$$\frac{2}{\pi}\int_{2m_{K_+}}^{m_\phi} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^3 \frac{m^2\Gamma(f_0(a_0) \to K^+K^-;\ m)}{|D_R(m)|^2}dm \simeq 0,0022(0,0041)\ , \tag{18}$$

$$\frac{2}{\pi}\int_{2m_{K_0}}^{m_\phi}(\frac{\omega}{\omega_0})^3\frac{m^2\Gamma(f_0(a_0)\to K^0\bar{K}^0;\ m)}{|D_R(m)|^2}dm \simeq 0,0004(0,0007)\ . \qquad (19)$$

Для суммы вкладов (18) и (19) получаем 0,0026(0,0048).

Таким образом, предсказания в приближении узкой ширины завышены в $1/0,38(1/0,35) \simeq 2,6(2,9)$ раза. Надо отметить, что мы не учли интерференции между a_0 и f_0 в распадах $\phi \to \gamma(a_0 \pm f_0) \to \gamma K\bar{K}$, см. (6). В модели, рассмотренной в [8], интерференция должна быть конструктивной в K^+K^--канале и деструктивной в $K^0\bar{K}^0$-канале. Это приводит к тому, что вклад K^+K^--канала увеличивается в четыре раза по сравнению с (18), а вклад $K^0\bar{K}^0$-канала уменьшается в сто раз по сравнению с (19). Отметим, что в сумме $BR(\phi \to \gamma(a_0 + f_0) \to \gamma K^+K^-) + BR(\phi \to \gamma(a_0 - f_0) \to \gamma K^0\bar{K}^0)$ интерференция не исчезает из-за большой разницы в пороговых энергиях K^+K^-- и $K^0\bar{K}^0$-каналов ($2m_{K^0} - 2m_{K^+} = 8$ МэВ). Но, поскольку вклад $K\bar{K}$-канала ничтожный, наш вывод практически не меняется.

Обратим внимание еще на один факт. Учет рыхлой структуры молекулы с помощью волновой функции должен давать дополнительное подавление. Во всяком случае, так кажется на первый взгляд. Однако выяснение этого не является предметом настоящего письма.

В случае $q\bar{q}$-модели (15) ситуация не сильно отличается. Интеграл по правому склону резонанса $f_0(a_0)$ в канале $\pi\pi(\pi\eta)$

$$\frac{2}{\pi}\int_{M_R}^{m_\phi}(\frac{\omega}{\omega_0})^3\frac{m^2\Gamma_0(m)}{|D_R(m)|^2}dm \simeq 0,1124(0,0997) \qquad (20)$$

вместо 0,5 в приближении узкой ширины. Интеграл по левому склону резонанса

$$\frac{2}{\pi}\int_{(m_a+m_b)}^{M_R}\frac{m^2\Gamma_0(m)}{|D_R(m)|^2}dm \simeq 0,3835(0,3609) \qquad (21)$$

вместо 0,5 в приближении узкой ширины. Таким образом интеграл по резонансу равен 0,4959(0,4598) вместо 1 в приближении узкой ширины.

Вклад $K\bar{K}$ состояний

$$\frac{2}{\pi}\int_{2m_{K_+}}^{m_\phi}(\frac{\omega}{\omega_0})^3\frac{m^2\Gamma(f_0(a_0)\to K^+K^-;\ m)}{|D_R(m)|^2}dm \simeq 0,0015(0,0026)\ , \qquad (22)$$

$$\frac{2}{\pi}\int_{2m_{K_0}}^{m_\phi}(\frac{\omega}{\omega_0})^3\frac{m^2\Gamma(f_0(a_0)\to K^0\bar{K}^0;\ m)}{|D_R(m)|^2}dm \simeq 0,0003(0,0005)\ . \qquad (23)$$

Для суммы вкладов (22) и (23) получаем 0,0018(0,0031). Таким образом, предсказания в приближении узкой ширины в случае (15) завышены в 2 раза.

Последнее замечание. Из изложенного выше видно, что, строго говоря, верхние пределы $BR(\phi \to \gamma a_0)$ и $BR(\phi \to \gamma f_0)$, приведенные в [9, 10], не имеют смысла, так как они предполагают, что

$$BR(\phi \to \gamma a_0 \to \gamma\pi\eta) = BR(\phi \to \gamma a_0)BR(a_0 \to \pi\eta)\ ,$$
$$BR(\phi \to \gamma f_0 \to \gamma\pi\pi) = BR(\phi \to \gamma f_0)BR(f_0 \to \pi\pi)\ , \qquad (24)$$

и оказываются заниженными, по крайней мере, в два раза. Кроме того, при этом предполагается, что

$$BR(\phi \to \gamma R \to \gamma K\bar{K}) = BR(\phi \to \gamma R)BR(R \to K\bar{K}) \ , \tag{25}$$

и результат завышается по крайней мере в пятьдесят раз. Необходимо приводить только $BR(\phi \to \gamma a_0 \to \gamma\pi\eta)$ и $BR(\phi \to \gamma f_0 \to \gamma\pi\pi)$.

Эта работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант 94-02-05 188.

---

1. Н.Н.Ачасов, С.А.Девянин, Г.Н.Шестаков, УФН **142**, 361 (1984).
2. N.N.Achasov, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **21**, 189 (1991).
3. Н.Н.Ачасов, Г.Н.Шестаков, УФН **161**, 53 (1991).
4. R.L.Jaffe, Phys. Rev. D **15**, 267, 281 (1977).
5. J.Weinstein and N.Isgur, Phys. Rev. D **41**, 2236 (1990).
6. F.E.Close, Yu.L.Dokshitzer, V.N.Gribov et al., Phys. Lett. B **319**, 291 (1993).
7. N.N.Achasov and V.N.Ivanchenko, Nucl. Phys. B **315**, 465 (1989).
8. F.E.Close, N.Isgur, and S.Kumano, Nucl. Phys. B **389**, 513 (1993).
9. Particle Data Group, Phys. Rev. D **50**, 1468, 1469 (1994).
10. R.R.Akhmetshin et al., Preprint of University of Pittsburgh No. PITT 94-05.
11. N.N.Achasov and G.N.Shestakov, Z. Phys. C **41**, 309 (1988).