Письма в ЖЭТФ, том 62, вып.4, стр.305 - 307 © 1995г. 25 августа

ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ КРОССОВЕРА ОТ НАПРАВЛЕННОГО К ИЗОТРОПНОМУ ПРОТЕКАНИЮ

А.А.Лужков

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
197376 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 10 июля 1995 г.

В рамках ренормировочной схемы с двумя малыми параметрами (отклонение от соответствующей критической размерности и индекс кроссовера) исследован континуальный гамильтониан, описывающий, как частные случаи, обычное и направленное протекания. Предложена новая физическая реализация такой модели – перколяционные фазовые переходы в системах без центра инверсии, например переходы перколяционного типа в сегнетоэлектрическую фазу в некоторых неупорядоченных кристаллах и керамиках.

Кроссовер между изотропным и направленным протеканиями фактически рассматривался уже в одной из первых работ [1], но эффективный гамильтониан, включающий в себя оба предельных случая, был получен совсем недавно [2]. При его ренормировке в [2] использовалась "обобщенная" схема минимальных вычитаний. Несмотря на ряд недостатков этой схемы, отмеченных самими авторами, им удалось исследовать кроссовер парной корреляционной функции конечных кластеров в рамках однопетлевого приближения. Однако представление результатов [2] в виде набора графиков сильно усложняет их физическую интерпретацию.

Вместе с тем, данную проблему можно исследовать и в рамках более наглядной ренормировочной схемы с двумя малыми параметрами ϵ и α, где ϵ – отклонение от соответствующей критической размерности, а α характеризует кроссовер [3–5]. Этот метод позволяет, в частности, исследовать кроссовер бесконечного кластера (БК), а также показать, что в промежуточном случае, кроме поперечного R и продольного R_+ корреляционных радиусов, необходимо вводить длину R_-, характеризующую корреляции в отрицательном направлении (обратном выделенному). В изотропном случае $R = R_+ = R_-$, а для чисто направленного протекания [6] $R_+ \gg R$, $R_- = 0$.

Плотность гамильтониана смешанной модели [2] имеет вид

$$H = \varphi(\mathbf{x},t)\left[\tau - \Delta + a\frac{\partial}{\partial t} - b\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]\psi(\mathbf{x},t) + u(\varphi^2\psi - \psi^2\varphi), \qquad (1)$$

где размерность поперечного к оси t пространства есть $d = 4 - \epsilon$, и теория возмущений дополняется правилом вычеркивания "непричинных" графиков (при $b = 0$ выпадающих автоматически). Все параметры в (1) считаются ренормированными, $\tau = (p_c - p)/p_c$, где p_c – порог протекания. Рассмотрим модифицированную (в смысле [4]) версию (1), заменяя a на $a\tau^\alpha$. В случае $0 < \alpha < 1/2$, с помощью преобразования

$$\varphi(\mathbf{x},t) = \tau^{2A}\Phi(\mathbf{x}\tau^A, t\tau^B), \qquad B = 2A - \alpha, \quad A = -\alpha/\epsilon, \qquad (2)$$

и такого же преобразования поля ψ через Ψ мы получаем модель, эквивалентную обычной модели направленного протекания [6], но для полей Φ, Ψ и с заменой τ на $\tau_1 = \tau^{1-2A}$. При этом, хотя параметр b в результате (2)

переходит в $b_1 = b\tau^{2A-2\alpha}$, для $\alpha < 1/2$ b_1 будет иррелевантен в критической области по тем же причинам, по которым параметр b иррелевантен для обычного направленного протекания, то есть для модели (1) при $a = \text{const}$, $\tau \to 0$. Ниже считаем $\alpha \sim \epsilon$.

Вместе с тем, при обсуждении кроссовера необходимо включать b в число параметров, от которых зависят корреляционные функции. Для этого следует найти аномальную размерность параметра b на базисе фиксированной точки направленного протекания [6]. Будем обозначать константу ренормировки параметра X через Z_X, а его аномальную размерность через Γ_X. Очевидно, Z_b определяется теми же диаграммами, что и Z_τ, с точностью до замены вставок τ во внутренние линии на вставки $b\omega^2$, где "частота" ω фурье-сопряжена t. Сравнивая однопетлевые вклады, получаем $Z_\tau Z = 1 + 4K$, $Z_b Z = 1 - K$, где $Z = 1 + K$ – квадрат константы ренормировки обоих полей (K = контрчлен). Отсюда непосредственно следует $3\Gamma_b = -2\Gamma_\tau$.

Связь между модифицированной и обычной моделями (1) позволяет, так же как в [4], найти асимптотику функции Грина $G(\alpha|\mathbf{x}, t)$ при фиксированном, но малом τ, и $x, t \to \infty$. Обозначим ее фурье-образ через $G(\alpha|\mathbf{k},\omega)$. Из (2) имеем

$$G(\alpha|\mathbf{k},\omega) = \tau^{-2A} G(k\tau^{-A}, \omega\tau^{-B}, \tau_1). \tag{3}$$

В правой части (3) стоит функция Грина немодифицированной модели (1):

$$G(k,\omega,\tau) = \tau^{-\gamma} g(kR,\ a\omega R_+,\ b\omega^2 R^2 \tau^F). \tag{4}$$

Здесь $R \sim \tau^{-\nu}$, $R_+ \sim \tau^{-z\nu}$, где ν, $z\nu \equiv \nu_+$ – индексы корреляционных длин в поперечном и продольном положительном направлениях, соответственно; $\gamma = \nu(2-\eta)$, η – индекс Фишера, $F = -\nu\Gamma_b = \epsilon/12$. Индексы ν, η тождественны поперечным индексам в [2]. Из (3) и (4) получаем критические индексы модифицированной модели:

$$\gamma(\alpha) = \gamma + 2A(1-\gamma) = 1 + \frac{\epsilon + 2\alpha}{6}, \qquad \nu(\alpha) = \frac{1}{2} + \frac{\epsilon + 2\alpha}{16}, \tag{5}$$

$$\nu_+(\alpha) = B + \nu_+(1 - 2A) = 1 - \alpha + \frac{\epsilon + 2\alpha}{12}.$$

При $x = 0$, $t \to \infty$ корреляционные свойства G определяются множителем (см, [1])

$$\Theta(t)\exp\left(-\frac{t}{2aR_+}\right) + \Theta(-t)\exp\left(\frac{2at}{b}\tau^H\right), \qquad H = 2\nu - \nu_+ - F.$$

В модифицированной модели при $t < 0$ имеем

$$G \sim \exp\left[-|t|\tau^B \frac{2a}{b_1}\tau_1^H\right] = \exp\left(\frac{t}{R_-}\right).$$

Очевидно, R_- есть корреляционный радиус в отрицательном направлении, а соответствующий ему индекс ν_- имеет вид

$$\nu_- = B + (1-2A)H - (2A - 2\alpha) = \alpha + \frac{\epsilon + 2\alpha}{8}. \tag{6}$$

Из формул (5), (6) непосредственно видно, что модифицированная теория действительно описывает кроссовер от направленного к изотропному протеканию.

В частности, для коррадиусов имеем $R_+(\alpha) \ll R_+(0)$, $R_-(\alpha) \gg R_-(0)$. Сравнивая полученные индексы (5), (6) с $6-d$-разложением критических индексов изотропного протекания, получаем $\gamma < \gamma(\alpha) < \gamma_0$, $\nu < \nu(\alpha) < \nu_0$, $\nu_0 < \nu_+(\alpha) < \nu_+$, где индекс нуль отвечает изотропному случаю. Отметим, что введенный в [2] кроссоверный индекс Δ переходит в $\Delta(\alpha) = (\frac{1}{2} - \alpha - (\epsilon + 2\alpha)/48)/\nu_+(\alpha)$ и при $\alpha = 0$ совпадает с полученным в [2] при аналитическом продолжении к $b = 0$.

Ниже порога структура БК для направленного протекания определяется формулой (см. [6]) $G(x,t) = P^2\Theta(vt - x)$, $t \gg R_+$, где $P \sim \tau^\beta$, $v \sim R/R_+$. С учетом (2), (3) в модифицированной модели получаем $\beta(\alpha) = 1 - (\epsilon + 2\alpha)/6$, причем этот индекс удовлетворяет стандартному уравнению $2\beta(\alpha) = d\nu(\alpha) + \nu_+(\alpha) - \gamma(\alpha)$. Имеем также $v \sim \tau^X$, где $X = \nu_+(\alpha) - \nu(\alpha) = \frac{1}{2} - \alpha + (\epsilon + 2\alpha)/48$.

Для $\alpha = 0$ БК представляет собой узкий конус возможных направлений ухода в бесконечность, которые отклоняются от положительного направления на разрешенные углы порядка v. При увеличении α происходит кроссовер к изотропному протеканию, заключающийся в раскрывании этого конуса, то есть в увеличении разрешенного угла, так как $v(\alpha) \gg v(0)$. При достижении предельного угла в 90° скачком происходит переход к изотропному протеканию (см. [1]).

Теоретически [1], данный кроссовер моделируется обычными перколяционными кластерами, но образованными простыми и направленными связями. Его естественная, на наш взгляд, физическая реализация – это перколяционные фазовые переходы в полярную фазу в разупорядоченных кристаллах и керамиках. В частности, в сегнетоэлектриках при таком переходе должен образовываться БК из областей с одинаковым направлением спонтанной поляризации. Если проводимость полярной фазы оказывается много большей проводимости парафазы, такой переход сопровождается характерными аномалиями сопротивления, что экспериментально наблюдалось, например, в работе [7]. С другой стороны, хорошо известно [8], что в средах без центра симметрии проводимости могут быть различны в прямом (полярном) и обратном направлениях (например, в несколько раз при измерениях по и против направления спонтанной поляризации). Следовательно, поскольку во всех элементах БК вектора поляризации сонаправлены, проводимости связей в прямом и обратном направлениях различны. В керамиках возможны и другие механизмы, связанные с асимметрией макроконтактов [8].

Таким образом, связи, параллельные вектору поляризации, оказываются направленными, и при различных отношениях проводимостей в прямом, обратном и поперечных направлениях реализуется та или иная кроссоверная ситуация.

Автор благодарит А.Н.Васильева, А.Л.Корженевского и С.В.Малеева за полезные обсуждения рассмотренных в статье вопросов.

---

1. S.P.Obukhov, Physica **A101**, 145 (1980).
2. E.Frey, U.C.Täuber, and F.Schwabl, Phys. Rev. **E49**, 5058 (1994).
3. J.Honkonen, J. Phys. **A23**, 825 (1990).
4. В.Ф.Борин, А.Н.Васильев, М.Ю.Налимов, ТМФ **91**, 168 (1992).
5. A.L.Korzhenevskii, A.A.Luzhkov, and W.Schirmacher, Phys. Rev. **B50**, 3661 (1994).
6. J.L.Cardy and R.L.Sugar, J. Phys. **A13**, L423 (1980).
7. I.P.Rayevsky, A.N.Pavlov, M.A.Malitskaya et al., Ferroelectrics **131**, 189 (1992).
8. Б.И.Стурман, В.М.Фридкин, *Фотогальванический эффект в средах без центра симметрии и родственные явления*. М.: 1992, с.180.