

КОГЕРЕНТНАЯ ПРЕЦЕССИЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ В ${}^3\text{He}-A$ В БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

В.П.Минеев, Ю.Г.Махлин

*Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
117334 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 4 сентября 1995 г.

Исследована прецессия намагниченности в A -фазе ${}^3\text{He}$ вблизи температуры перехода в бесстолкновительной области. Найдено решение, описывающее когерентно прецессирующую двухдоменную структуру в неоднородном внешнем поле. В отличие от B -фазы это решение переходит в однородную прецессию спина в пределе однородного внешнего поля. Сопоставляется поведение A - и B -фаз ${}^3\text{He}$ в различных режимах (гидродинамическом и бесстолкновительном).

Введение. В настоящее время активно ведутся исследования динамики прецессирующих во внешнем магнитном поле неоднородных распределений намагниченности в жидком ${}^3\text{He}$. Открытие однородно прецессирующей в неоднородном поле структуры в нормальной жидкости [1, 2] привлекло интерес к области температур чуть ниже T_c . В этой области также были обнаружены долгоживущие когерентно прецессирующие структуры [3].

В работе [4] были выведены уравнения бесстолкновительной ($\omega_L \tau \gg 1$) неоднородной спиновой динамики B -фазы сверхтекучего ${}^3\text{He}$ вблизи температуры перехода, где основной вклад в спиновый ток связан с характерной для ферми-жидкости бездиссипативной спиновой диффузией. Найденное в [4] решение этих уравнений представляет собой двухдоменную структуру, напоминающую структуру в нормальной жидкости [2], но с толщиной и формой доменной стенки, определяемой дипольными силами, а не пространственной зависимостью магнитного поля.

На фазовой диаграмме сверхтекучая B -фаза в магнитном поле отделена от нормальной жидкости температурным интервалом (узким при низких и широким при высоких давлениях), в котором существует A -фаза. В настоящей работе мы исследуем однородно прецессирующие состояния в этой области. Будет показано, что в бесстолкновительном режиме в A -фазе также существует когерентно прецессирующая двухдоменная структура. Форма и толщина переходного слоя между доменами определяется балансом дипольных сил и влияния неоднородности магнитного поля.

Уравнения спиновой динамики. Уравнения бездиссипативной бесстолкновительной спиновой динамики вблизи перехода в A -фазе выглядят так же, как и в B -фазе [4]:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = S \times \vec{\omega}_L - \nabla J + R_D, \quad (1)$$

$$\frac{\partial J}{\partial t} = J \times (\vec{\omega}_L + \kappa S) - \frac{w^2}{3} \nabla (S - \vec{\omega}_L), \quad (2)$$

$$\frac{\partial d(k)}{\partial t} = d(k) \times (\vec{\omega}_L - S), \quad (3)$$

где S и J обозначают плотность спина и спинового тока, $d(k)$ — параметр порядка, $\vec{\omega}_L$ — ларморовская частота внешнего поля, R_D — дипольный момент,

определенным мгновенным значением параметра порядка. Ферми-жидкостные эффекты описываются параметром $\kappa = -F_0^a/(1 + F_0^a)$, где F_0^a — нулевая гармоника спин-спиновой части ферми-жидкостного взаимодействия (высшими гармониками мы пренебрегаем). $w^2 = v_F^2(1 + F_0^a)$. Все величины предполагаются зависящими только от одной координаты z , поэтому мы опускаем пространственный индекс у знаков производных и спинового тока. Мы пользуемся системой единиц, в которой намагниченность χ жидкости и гиромагнитное отношение γ для атомов ${}^3\text{He}$ связаны соотношением $\chi = \gamma^2$. Как было показано Леггеттом [5], учет анизотропии магнитной восприимчивости A -фазы несуществен при написании уравнений спиновой динамики благодаря тому, что направление вектора $d(\mathbf{k})$ параметра порядка не зависит от направления волнового вектора \mathbf{k} на ферми- сфере.

Уравнения выведены в предположении, что характерный размер пространственной неоднородности велик по сравнению с v_F/ω_L и длиной когерентности, а характерная частота ω_L мала по сравнению с параметром порядка: $\omega_L \ll \Delta$. Последнее предположение для используемых в экспериментах магнитных полей исключает из рассмотрения только очень узкую область температур вблизи перехода, где параметр порядка еще очень мал. Уравнения (1) без градиентного члена и (3) представляют собой уравнения Леггетта однородной спиновой динамики.

В A -фазе параметр порядка имеет вид

$$d(\mathbf{k}) = \Delta \cdot \mathbf{V}(\Delta' + i\Delta'', \hat{\mathbf{k}}), \quad (4)$$

где \mathbf{V} — единичный вектор в спиновом пространстве, а Δ' и Δ'' — пара ортонормированных орбитальных векторов. В силу большой так называемой орбитальной вязкости орбитальная динамика (то есть динамика векторов Δ' и Δ'' , а также дополняющего их до правого репера вектора направления орбитального момента $\mathbf{l} = \Delta' \times \Delta''$) заморожена при не слишком низких температурах. Дипольный момент в A -фазе равен

$$\mathbf{R}_D = \Omega_A^2 \mathbf{V} \times \mathbf{l}(\mathbf{VI}), \quad (5)$$

где Ω_A — частота продольного резонанса.

В этой работе мы будем интересоваться прецессирующими решениями системы уравнений (1)–(3) в неоднородном внешнем поле.

Прецессирующие решения. Существование точных прецессирующих решений уравнений (1)–(3) в B -фазе связано с тем, что дипольный момент, входящий в уравнение (1), при прецессионном движении намагниченности движется вместе с ней. В A -фазе дипольный момент (5) зависит от ориентации параметра порядка относительно направления вектора \mathbf{l} орбитальной анизотропии. Поэтому точных прецессирующих решений в A -фазе не существует. Однако в достаточно больших магнитных полях, таких, что $\omega_L \gg \Omega_A$, имеются почти прецессирующие решения, когда на основное прецессирующее движение намагниченности с частотой ω_P , близкой к ω_L , накладываются движения с малыми по параметру $(\Omega_A/\omega_P)^2$ амплитудами.

Сдвиг частоты $\omega_P - \omega_L$, найденный в пространственно-однородном случае Бринкманом и Смитом [6], определяется величиной дипольного момента \mathbf{R}_D , усредненного по быстрому прецессирующему движению.

В пространственно-неоднородном случае величина членов, связанных с неоднородностью (∇J) , оказывается того же порядка, что и \mathbf{R}_D . Поэтому в

качестве первого приближения при решении (1)–(3), как и в пространственно-однородном случае, нужно решить систему

$$\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} = \mathbf{S} \times \vec{\omega}_P, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = \mathbf{V} \times (\vec{\omega}_P - \mathbf{S}). \quad (7)$$

Здесь $\vec{\omega}_P = \omega_P \hat{z}$ — частота прецессии. Будем рассматривать решения с равновесной абсолютной величиной намагниченности $S = \omega_P$. Решение уравнений (6), (7) в лабораторной системе координат описывается формулами [7]

$$\mathbf{S} = \omega_P \hat{R}_z(\alpha - \omega_P t) \hat{R}_y(\beta) \hat{z}, \quad (8)$$

$$\mathbf{V} = \hat{R}_z(\alpha - \omega_P t) \hat{R}_y(\beta) \hat{R}_z(\Phi - \alpha + \omega_P t) \hat{x}. \quad (9)$$

Здесь $\hat{R}_y(\beta)$ — матрица поворота вокруг оси \hat{y} на угол β , аналогично определяется $\hat{R}_z(\alpha - \omega_P t)$ и т.д. Семейство решений нулевого приближения вырождено по углам α, β, Φ , которые могут быть произвольными функциями координат.

Уравнение, фиксирующее пространственное поведение этих функций, получается следующим образом. Запишем уравнения (1) и (2) и решения нулевого порядка¹⁾ (8), (9) в системе отсчета, повернутой вокруг вертикальной оси на угол $\alpha - \omega_P t$, зависящий от координат. Подставив эти решения в уравнение (1), усредним его по времени (периоду $2\pi/\omega_P$ прецессии). При этом движения с частотами, отличными от ω_P , и малыми амплитудами ($\sim (\Omega_A/\omega)^2$) выпадут из уравнения, и мы получим

$$\mathbf{S} \times (\vec{\omega}_L - \vec{\omega}_P) - \nabla J + \langle \mathbf{R}_D \rangle = 0. \quad (10)$$

Здесь J — решение уравнения (2) (также во вращающейся системе), которое, согласно [4], в интересующей нас области температур и частот имеет вид

$$\mathbf{J} \cong \frac{\omega^2}{3\kappa S^2} \mathbf{S} \times \nabla \mathbf{S}. \quad (11)$$

Вычисление проекций усредненного дипольного момента на оси вращающейся системы отсчета $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z} = z$ приводит к результату:

$$\langle R_{D\hat{x}} \rangle = -\frac{1}{8} \Omega_A^2 \sin \beta (1 + \cos \beta) \sin(2\Phi), \quad (12)$$

$$\langle R_{D\hat{y}} \rangle = -\frac{1}{8} \Omega_A^2 \sin \beta [2 \cos \beta + (1 + \cos \beta) \cos(2\Phi)], \quad (13)$$

$$\langle R_{D\hat{z}} \rangle = -\frac{1}{8} \Omega_A^2 (1 + \cos \beta)^2 \sin(2\Phi). \quad (14)$$

Из выражения (11) для тока видно, что его дивергенция перпендикулярна намагниченности. Воспользовавшись этим свойством, из уравнения (10)

¹⁾Использование формулы (9) предполагает, что вектор \mathbf{V} движется в плоскости, перпендикулярной \mathbf{S} . В пространственно-однородном случае $(\mathbf{S}\mathbf{V})$ является интегралом движения, и равновесным начальным условиям соответствует $(\mathbf{S}\mathbf{V}) = 0$. В неоднородном случае $d(\mathbf{S}\mathbf{V})/dt = -(\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{J})$. Усредняя это равенство по быстрой прецессии, получаем, что $(\mathbf{S}\mathbf{V})$ сохраняется в первом приближении.

получаем, что составляющая усредненного дипольного момента вдоль намагниченности равна нулю:

$$0 = ((R_D)S) = -\frac{1}{8}\Omega_A^2(1 + \cos\beta)^2 \sin(2\Phi). \quad (15)$$

Поскольку нас интересуют неоднородные распределения намагниченности, случай $\cos\beta = -1$ мы рассматривать не будем. Итак,

$$\sin(2\Phi) = 0, \quad (16)$$

то есть $\Phi = 0, \pi/2, \pi \dots$. Случай Φ , кратного π , соответствует минимуму дипольной энергии, усредненной по быстрой прецессии, а случай полуцелого в единицах π угла Φ — максимуму.

Из полученного ограничения на угол Φ и уравнений (12)–(14) следует, что усредненный во вращающейся системе координат дипольный момент направлен вдоль оси \hat{y} .

z -проекция уравнения (10) суть $\nabla J_z = 0$. Поскольку на границе замкнутого (хотя бы с одной стороны) сосуда спиновый ток отсутствует, это означает, что $J_z = 0$, то есть что

$$(S \times \nabla S)_z = 0.$$

Таким образом, градиент намагниченности лежит в той же вертикальной плоскости, что и сама намагниченность, а значит, положение этой плоскости (задаваемое углом α) не зависит от z :

$$\alpha(z) = \text{const}. \quad (17)$$

Наконец, \hat{y} -проекция уравнения (10) приводит к уравнению для определения пространственной зависимости угла β отклонения намагниченности от вертикали:

$$-\omega_P(\omega_L - \omega_P)\sin\beta - \frac{w^2}{3\kappa}\beta'' - \frac{1}{8}\Omega_A^2\sin\beta(2\cos\beta \pm (1 + \cos\beta)) = 0. \quad (18)$$

Здесь знак \pm определяется значением $\cos(2\Phi)$. Граничным условием к уравнению (18) является условие $\beta' = 0$ отсутствия спинового тока. Мы будем интересоваться решением в замкнутой ячейке.

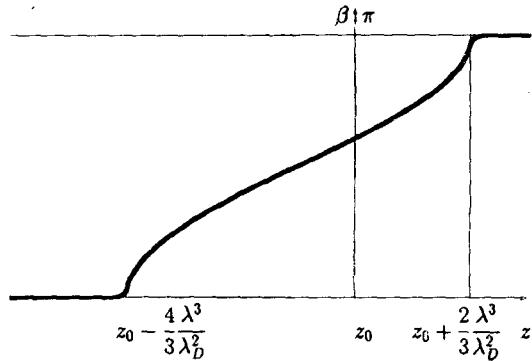
Прежде чем переходить к решению уравнения (18), еще раз подчеркнем, что при его выводе мы существенно пользовались малостью дипольной энергии $\Omega_A \ll \omega_P$. В B -фазе прецесссирующее решение существует при любом соотношении между частотами Ω_A и ω_P .

Структура доменной стенки. Уравнение (18) удобно переписать в виде

$$\beta'' = -\frac{z - z_0}{\lambda_n^3} \sin\beta - \frac{1}{\lambda_D^2} \sin\beta \frac{(2\cos\beta \pm (1 + \cos\beta))}{3}, \quad (19)$$

где мы предполагаем, что внешнее поле линейно зависит от координат: $\omega_L = \omega_P + \nabla\omega_L(z - z_0)$. Мы ввели две характерные длины: толщину $\lambda_n = (w^2/3\omega_P\nabla\omega_L)^{1/3}$ доменной стенки в нормальной жидкости и дипольную длину $\lambda_D = (8/9\kappa)^{1/2}w/\Omega_A$.

Решение уравнения (19) для случая минимума дипольной энергии (знак $+$) изображено на рисунке. Оно описывает двухдоменную структуру. Как



Зависимость угла отклонения намагниченности от магнитного поля для двухдоменной структуры в *A*-фазе

и в нормальной жидкости, в одном из доменов, расположеннном в области менее сильных полей, намагниченность имеет равновесное значение, а в другом — противоположное. В то время как в нормальной жидкости толщина доменной стенки равна λ_n , а в *B*-фазе (при $\lambda_D \ll \lambda_n$) равна λ_D , в случае *A*-фазы характерным размером переходной области является длина λ_n^3/λ_D^2 , что соответствует перепаду частот порядка Ω_A^2/ω_P . В отличие от *B*-фазы в пределе однородного поля $\nabla\omega_L \rightarrow 0$ эта длина стремится к бесконечности, то есть когерентная прецессия двухдоменной структуры переходит в однородную прецессию намагниченности.

Можно показать, что в однородном случае решение, соответствующее максимуму дипольной энергии по Φ , является неустойчивым. В неоднородном случае это свойство, по-видимому, сохраняется. Решение, соответствующее максимуму по Φ , качественно выглядит так же, как и решение на рисунке.

Двухдоменные состояния для *A*- и *B*-фаз в гидродинамической и бесстолкновительной областях. Отметим интересное соотношение между двухдоменными решениями для разных фаз в разных режимах.

Как было показано в [4], характер спиновой динамики определяется тем, какой вклад в спиновый ток существеннее: равновесный или бездиссипативный диффузионный (ферми-жидкостный). Последний вклад является определяющим вблизи перехода ($T > 0.85T_c$) при $\omega_L\tau \gg 1$. Эту область мы называем бесстолкновительной. При низких температурах, $T < 0.85T_c$, или в слабых полях, $\omega_L\tau \ll 1$, определяющую роль играет равновесный ток и работают уравнения спиновой гидродинамики.

В гидродинамической области (см. обзор [8]) двухдоменное решение в *A*-фазе имеет характерный размер λ_D (с w , замененным скоростью спиновых волн), то есть продолжает существовать и в однородном поле. В *B*-фазе характерный размер переходной области (от $\beta = 0$ к $\beta = \pi$) равен λ^3/λ_D^2 (см., например, [4]), где $\lambda = (c_{||}^2/\omega_P \nabla\omega_L)^{1/3}$ — аналог λ_n для соответствующей задачи.

В бесстолкновительной области, описанной выше, ситуация противоположная: решение в *A*-фазе имеет характерный размер λ_n^3/λ_D^2 , а в *B*-фазе — λ_D .

В гидродинамическом случае в *A*-фазе и в бесстолкновительном случае в *B*-фазе, когда толщина стенки λ_D остается конечной и в однородном поле, возможно существование двухдоменных структур с различным расположением доменов: домен с равновесной ориентацией может быть расположен как в

области более сильного поля, так и в области менее сильного поля. Эти конфигурации близки по энергии, в однородном случае имеется полное вырождение.

Различие двухдоменных состояний в данной фазе гелия-3, но в разных режимах, связано с тем, что в задаче о возникновении и существовании прецессирующих структур спиновый ток в гидродинамической (равновесный) и в бесстолкновительной (ферми-жидкостный) областях имеет противоположное направление. В соответствие с этим ток либо способствует, либо препятствует возникновению неоднородных структур.

Различие же двухдоменных состояний в одном режиме, но в разных фазах гелия-3, является следствием разного характера выпуклости (вверх или вниз) эффективной дипольной энергии (усредненной и минимизированной по Φ) как функции $\cos \beta$. В B -фазе эта энергия выпукла вниз:

$$U_{DB,eff} = \frac{8}{15} \Omega_B^2 \left(\cos \beta + \frac{1}{4} \right)^2 \Theta(\beta - \theta_L), \quad (20)$$

где $\theta_L \approx 104^\circ$, а в A -фазе — вверх:

$$U_{DA,eff} = -\frac{3}{16} \Omega_A^2 \left(\cos \beta + \frac{1}{3} \right)^2. \quad (21)$$

Обсуждение. В работе получено решение уравнений спиновой динамики A -фазы вблизи температуры перехода, описывающее двухдоменную когерентно прецессирующую структуру. В одном из доменов намагниченность имеет равновесное направление, а в другом — противоположное. При выводе использована малость дипольной энергии.

Исследование устойчивости этой структуры должно быть проведено, однако, как и в [4], можно предполагать, что решение, соответствующее максимуму (по Φ) дипольной энергии, будет неустойчиво (относительно колебаний по Φ , ср. [8]). Решение, соответствующее минимуму (по Φ), — устойчиво; по Φ потому, что это минимум, а по остальным переменным потому, что реализуется распределение, обеспечивающее локально максимальное значение эффективной энергии: суммы спектроскопической

$$E_{sp} = -(\vec{\omega}_L - \vec{\omega}_P) S,$$

дипольной (21) и “градиентной”

$$E_\nabla = -\frac{w^2}{6\kappa S^2} (\nabla S)^2$$

энергий (ср. [4]). Эти рассуждения, конечно, не являются строгими, и требуется аккуратное исследование устойчивости решений.

Локальный минимум дипольной энергии осуществляется не только для равновесной абсолютной величины спина, но и для вдвое большей или меньшей [9]. В связи с тем, что зависимость эффективной дипольной энергии от β в этих случаях довольно сложная, можно ожидать возникновения сложной структуры доменных стенок в бесстолкновительной области для таких распределений.

Описанная выше структура в *A*-фазе вполне могла бы наблюдаваться на опыте в той области давлений и магнитных полей, где условие $\lambda_D \ll \lambda_n$ достигается еще в *A*-фазе, то есть достаточно близко к T_c . При этом при понижении температуры из нормальной фазы должна изменяться характерная длина структуры (то есть и величина сигнала индукции от нее): при переходе в *A*-фазу (точнее, при $\lambda_D = \lambda_n$) она начинает расти, а при переходе в *B*-фазу резко падает.

Диссипация энергии в этой области (и в нормальной, и в сверхтекучей жидкости) определяется, в основном, спиновой диффузией [4]. При этом диссилируемая мощность обратно пропорциональна толщине доменной стенки. Поэтому в *A*-фазе при $\lambda_D \ll \lambda_n$ релаксация происходит существенно медленнее, чем в *B*-фазе.

Авторы благодарны И.А.Фомину за стимулирующие вопросы и В.В. Дмитриеву за привлечение нашего внимания к *A*-фазе. Работа была частично поддержана Международным научным фондом (грант MGI000) и Международным научным фондом и Правительством России (грант MGI300). Ю.Г.М. также благодарен Landau Scholarship Committee, Forschungszentrum, Jülich за частичную финансовую поддержку.

-
1. G.Nunes, Jr., C.Jin, D.L.Hawthorne et al., *Phys. Rev. B* **46**, 9082 (1992).
 2. В.В.Дмитриев, И.А.Фомин, Письма в ЖЭТФ, **59**, 352 (1994).
 3. В.В.Дмитриев, частное сообщение; В.В.Дмитриев, С.Р.Заказов, В.В.Мороз (в печати).
 4. Ю.Г.Махлин, В.П.Минеев, ЖЭТФ, в печати (1995).
 5. A.J.Leggett, *Ann. Phys.*, **85**, 11 (1974).
 6. W.F.Brinkman and H.Smith, *Phys. Lett.* **51A**, 449 (1975).
 7. Yu.M.Bunkov and G.E.Volovik, *Europhys. Lett.* **21**, 837 (1993).
 8. I.A.Fomin, *Pulsed NMR and the Spatially Nonuniform Precession of Spin in the Superfluid Phases of ³He*. In: *Helium 3*, Eds. by W.P.Halperin and L.P.Pitaevskii. Elsevier Science Publishers B.V., 1990. Chapter 9. P.609.
 9. G.Kharadze and G.Vachnadze, Письма в ЖЭТФ **56**, 474 (1992) [*JETP Letters*, **56**, 458 (1992)].