

О РЕЛЯТИВИСТСКОЙ САМОФОКУСИРОВКЕ В ПЛАЗМЕ

А.Комашко, С.Мушер, А.Рубенчик⁺, С.Турицын, М.Фейт⁺Институт автоматики и электрометрии, Сибирского отделения РАН
630090 Новосибирск, Россия⁺ Lawrence Livermore National Laboratory
L-416, Livermore, Ca 94550

Поступила в редакцию 5 октября 1995 г.

После переработки 30 октября 1995 г

В рамках модифицированного нелинейного уравнения Шредингера исследованы общие свойства стационарных волноводов, образующихся при релятивистской самофокусировке сверхмощных лазерных импульсов в плазме. Показано, что волноводы могут переносить произвольное количество энергии и что их характерный размер ограничен снизу. Изучено формирование волноводов; обнаружено, что для сверхбольших мощностей лазерного излучения возникает качественно новый режим автоколебаний "вакуумного канала".

1. Релятивистская самофокусировка света в сильно нелинейном режиме, когда осцилляционная скорость электронов становится сравнимой со скоростью света, рассматривалась в ряде работ (см., например, [1-5]). Для экспериментальной реализации такого явления необходима мощность лазерного излучения P , превышающая $P_{cr} = 1.7 \cdot 10^{10} (n_c/n)$ Вт. Здесь n - плотность плазмы, а $n_c = \frac{\omega_0^2 m}{4\pi e^2}$ - критическая плотность, соответствующая частоте света ω_0 . В работах последних лет в основном рассматривалась ситуация, когда мощность излучения превышает P_{cr} не более чем на порядок. Впечатляющие успехи лазерной технологии позволяют получать в настоящее время гораздо большие потоки излучения. Например, в Ливерморской Национальной лаборатории уже введен в эксплуатацию лазер с мощностью $\sim 10^{14}$ Вт и завершается работа над петаваттным проектом (Fast Ignitor Project) [6,7], что при $n \sim n_c$ соответствует мощностям, в десятки тысяч раз превышающим критическую. Все это приводит к необходимости рассмотрения релятивистской самофокусировки в сверхкритическом режиме. В настоящем сообщении показано, как изменяется структура стационарных решений с ростом мощности. С помощью качественных аргументов и численного моделирования продемонстрировано формирование в плазме устойчивого "вакуумного" волновода, внутри которого может транспортироваться, в принципе, неограниченная мощность лазерного излучения.

2. Рассмотрим эволюцию мощных лазерных импульсов, длительность которых ограничена условиями

$$\omega_{pi}^{-1} \gg \tau \gg \omega_{pe}^{-1}.$$

При выполнении этих условий можно не учитывать движения ионов и пренебречь генерацией сопутствующих полей (wake-field).

Уравнение, описывающее в квазистационарном приближении самовоздействие поля с учетом релятивистских эффектов, имеет вид [1, 2]

$$2ia_z + \Delta a_{\perp} + \left(1 - \frac{n}{\gamma}\right)a = 0. \quad (1)$$

Здесь без потери общности излучение считается циркулярно-поляризованным, a – огибающая вектора-потенциала в безразмерном виде: $a = eA/mc^2$, γ – релятивистский фактор, равный $\sqrt{1+|a|^2}$, поперечная координата r_{\perp} нормализована на $(\frac{\omega_p}{c})^{-1}$, а координата z вдоль направления распространения есть $z \rightarrow z(\frac{\omega_p^2}{\omega_0 c})$, $\frac{\omega_p}{\omega_0} = \sqrt{\frac{n}{n_c}} \ll 1$. Безразмерная электронная плотность задается зависимостью

$$n = \begin{cases} 1 + \Delta_{\perp} \gamma, & 1 + \Delta_{\perp} \gamma > 0 \\ 0, & 1 + \Delta_{\perp} \gamma \leq 0. \end{cases} \quad (2)$$

Это выражение описывает явление "кавитации" – вытеснения электронов из области сильного светового поля.

В пределе $a \ll 1$ (1) переходит в классическое нелинейное уравнение Шредингера (НУШ), описывающее, в частности, самофокусировку света в среде с керровской нелинейностью. Свойства двумерного НУШ достаточно хорошо изучены; отметим классические работы [8, 9] и обзоры [10–12]. В этом пределе кавитация отсутствует и стационарные волноводы неустойчивы. С увеличением интенсивности излучения происходит изменение механизма самофокусировки света. В настоящей статье мы рассмотрим свойства самофокусировки сверхсильных световых пучков, когда кавитация становится существенной.

В пределе НУШ лазерный импульс мощности

$$P = \frac{1}{2\pi} \int |a|^2 dr_{\perp}$$

при $P > P_{cr}$ разбивается на фрагменты, в каждом из которых $P \approx P_{cr}$. Каждый из фрагментов коллапсирует до масштабов, на которых в игру вступают диссипативные механизмы, останавливающие развитие сингулярности. Эти сильно нестационарные процессы, безусловно, осложняют транспорт лазерного излучения в плазме. Рассматривая радиально симметричный случай, мы покажем, что в сильно нелинейном ("релятивистском") случае возможно образование устойчивых волноводов, несущих сколь угодно большое количество энергии. Основная доля энергии распространяется внутри "вакуумной трубки", из которой электроны полностью вытеснены полем. Процессы вынужденного рассеяния на плазменных волнах, которые могли бы разрушить пучок, при этом подавлены из-за вытеснения электронов и слабости взаимодействия с ионами.

Развитие неустойчивости произвольного начального распределения большой мощности в рамках классического нелинейного уравнения Шредингера с кубической нелинейностью ведет, как известно, к самофокусировке света и обращению амплитуды в бесконечность на конечном расстоянии. В рамках нашей модели образования сингулярности не происходит. Рост амплитуды поля приводит к выдавливанию электронов из центральной части светового пучка. Это означает, что основная часть импульса распространяется в "вакуумной трубке", где нелинейность отсутствует, и поэтому формирование особенности поля невозможно. В такой ситуации естественно ожидать образования стационарных решений, для которых давление поля излучения (пондеромоторная сила) уравновешивается действием электрического поля, возникающего из-за разделения зарядов. В определенном смысле нелинейность является насыщающейся. Для простых видов насыщающейся нелинейности в работе [13] была доказана устойчивость стационарных солитонов, а в [14] показано, что при стационарной самофокусировке не возникает особенности волнового поля, а формируется

осциллирующий волновод. В нашем случае, в отличие от рассмотренного в работах [3, 13, 14], нелинейность является нелокальной.

В работах [1, 2] были впервые найдены аксиально-симметричные профили электрического поля и электронной плотности, а также показано существование счетного числа собственных мод. Мы рассматриваем в данной работе семейство стационарных волноводов и их свойства.

3. Стационарные решения $a \sim a(r) \exp(i\lambda^2 z)$ описываются уравнением

$$\Delta_{\perp} a + (1 - 2\lambda^2)a - \frac{n(a)a}{\sqrt{1 + |a|^2}} = 0 \quad (3)$$

с граничными условиями

$$\left. \frac{da}{dr} \right|_{r=0} = 0; \quad a \rightarrow 0 \text{ при } r \rightarrow \infty.$$

Рассмотрим решения уравнения (2), учитывающие кавитацию внутри области с размером R . Внутри области кавитации

$$a(r) = AJ_0(\sqrt{1 - 2\lambda^2}r).$$

При $r = R$ это решение необходимо сшить с решением нелинейной задачи во "внешней области" при условии убывания поля, $a \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$:

$$a(r)|_R = AJ_0(\sqrt{1 - 2\lambda^2}R), \quad (4)$$

$$\left. \frac{da}{dr} \right|_R = -A\sqrt{1 - 2\lambda^2}J_1(\sqrt{1 - 2\lambda^2}R). \quad (5)$$

Обращение электронной плотности в нуль, $n = 0$, при $r = R$ дает условие

$$1 - \frac{A^2(1 - 2\lambda^2)J_0^2(\sqrt{1 - 2\lambda^2}R)}{\sqrt{1 + A^2J_0^2(\sqrt{1 - 2\lambda^2}R)}} + \frac{A^2(1 - 2\lambda^2)J_1^2(\sqrt{1 - 2\lambda^2}R)}{(1 + A^2J_0^2(\sqrt{1 - 2\lambda^2}R))^{3/2}} = 0. \quad (6)$$

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением основной моды уравнения (3): численное моделирование (1) показывает, что произвольное начальное условие (как было впервые отмечено в [2]) эволюционирует к этой моде.

Мощность стационарного решения есть сумма двух компонент:

$$P_{sol} = P_{cav} + P_{out},$$

$$P_{cav} = \int_0^R |a|^2 r dr = \frac{A^2}{1 - 2\lambda^2} \int_0^{s_0} J_0^2(s) s ds,$$

где $s_0 = \sqrt{1 - 2\lambda^2}R$. Из (4), (5) следует, что s_0 не может обращаться в нуль, если $\lambda^2 \rightarrow 1/2$; следовательно, P_{cav} есть монотонная функция λ . Это означает, что по стационарному "каналу" может передаваться, в принципе, неограниченная мощность. Аналогично можно легко убедиться, что радиус "каверны" растет при $\lambda^2 \rightarrow 1/2$.

Существование предельного значения λ^2 означает, что градиент стационарного решения не может стать очень большим, так что параксиальное приближение (и, соответственно, уравнение (3)) остается справедливым по мере роста поля.

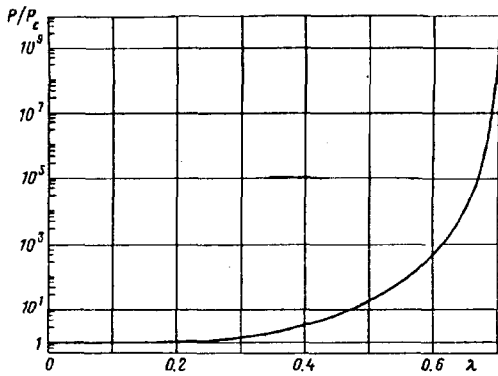


Рис.1. График мощности стационарного канала P/P_{cr} от функции λ

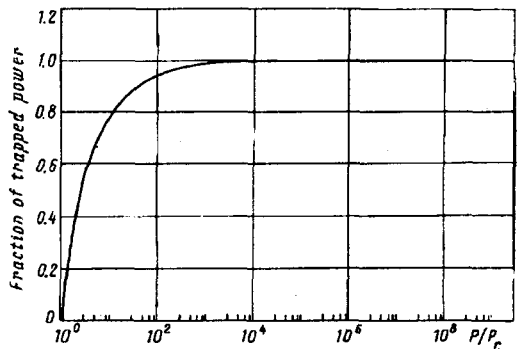


Рис.2. Зависимость доли мощности, "захваченной" в каверну, от полной мощности P/P_{cr}

На рис.1 представлена зависимость мощности стационарного канала от λ , полученная с помощью численного решения уравнения (3). Она подтверждает отсутствие ограничения по мощности стационарного канала.

Как видно из рис.2, с ростом интенсивности излучения все большая часть мощности "захватывается" в каверну, обусловленную электронной кавитацией.

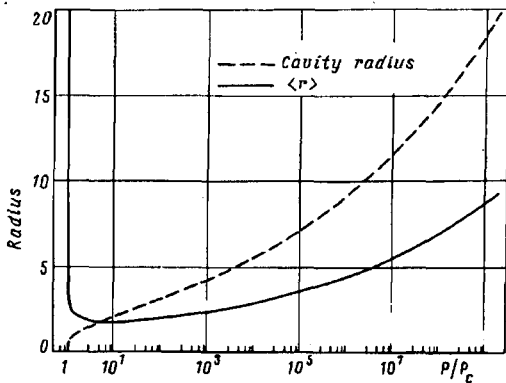


Рис.3. График зависимости характерной ширины волновода $\langle r \rangle = \left(\frac{1}{P} \int_0^{\infty} |a|^2 r^3 dr \right)^{1/2}$ и радиуса кавитационной области от мощности P/P_{cr}

Из рис.3 следует другой важный факт: наличие минимального радиуса сфокусированного светового пучка R_0 . Подчеркнем, что в размерных переменных $R_0/\lambda_{rad} = 1.75 \sqrt{\frac{P_{cr}}{n}} \gg 1$, и, следовательно, параксиальное приближение остается справедливым даже в этом случае.

Характер установления стационарных решений, как показывает численное решение (1) (см. также [2]), может быть весьма различным в зависимости от амплитуды и характерного размера начального распределения поля, а также от степени сфокусированности лазерного пучка. Однако основным параметром, определяющим эволюцию сверхкоротких импульсов, является мощность излучения. При "умеренной интенсивности" световых импульсов $P/P_{cr} < 100 \div 150$ происходит установление стационарного канала, в котором структура поля и распределение электронной плотности близки к соответствующим решениям стационарной задачи. В такой канал захватывается основная часть мощности

исходного пучка, оставшаяся доля "излучается на бесконечность" в процессе установления стационарного решения.

Для сверхсильных импульсов $P/P_{cr} > 150$, уже достигаемых в экспериментах [6], возникает качественно новый режим незатухающих периодических автоколебаний границы "вакуумной трубки" и распределения светового поля в канале (см. рис. 4). Период и амплитуда автоколебаний определяются при этом не только мощностью лазерного пучка, но и локальной интенсивностью.

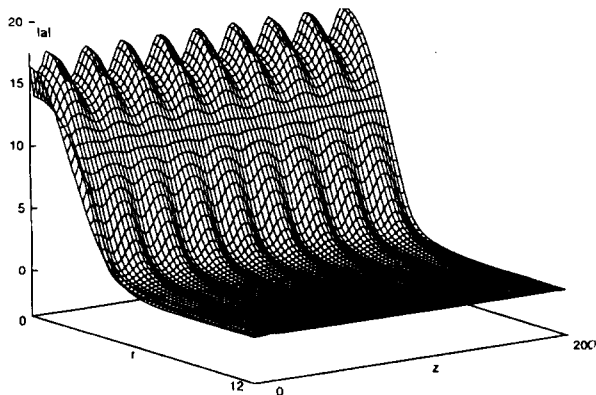


Рис.4. Эволюция амплитуды вектор-потенциала $|a(r, z)|$ для импульса с мощностью $P/P_{cr} \approx 160$ при начальном распределении $a(z = 0, r) = 16.33 \exp(-r^2/9)$

Работа выполнена при поддержке гранта ISF RCF000/300, а также грантов Российского фонда фундаментальных исследований Института автоматики и электрометрии СОРАН за 1995 год, гранта PHY94-07194 NSF, и гранта W - 7405-Eng-48 Департамента энергии США Ливерморской национальной лаборатории.

1. G.-Z.Sun, E.Ott, Y.C.Lee, and P.Guzdar, *Phys. Fluids* **30**, 526 (1987).
2. A.V.Borisov, A.V.Borovsky, O.B.Shiryaev et al., *Phys. Rev. A* **45**, 5830 (1992).
3. Л.А.Абрамян, А.Г.Литвак, В.А.Мионов, А.М.Сергеев, **102**, 1816 (1992).
4. X.Chen and R.Sudan, *Phys. Fluids* **B5**, 1336 (1993); *Phys. Rev. Lett.* **70**, 282 (1993).
5. J.Krall, E.Esarey, P.Sprangle, and G.Joice, *Phys. Plasmas* **1** (5), 1738 (1994).
6. M.Perry and G.Mouron, *Science* **264**, 917 (1994).
7. M.Tabak et al., *Phys. of Plasmas* **1**, 1626 (1994).
8. В.И.Таланов, *Письма ЖЭТФ* **2**, 338 (1965); **11**, 199 (1970).
9. С.Н.Власов, В.А.Петрищев, В.И.Таланов, *Изв. вузов, сер. Радиофизика* **14**, 1062 (1971).
10. А.Г.Литвак, *Вопросы теории плазмы*, том **10**, М.: Атомиздат, 1980.
11. V.E.Zakharov, In: *Handbook of Plasma Physics*, vol. **2**, Eds. M.M.Rosenbluth and R.Z.Sagdeev (Elsevier, Amsterdam, 1984).
12. В.И.Петвиашвили, В.В.Яньков. *Вопросы теории плазмы*, том **14**, М.: Атомиздат, 1984.
13. Н.Г.Вахитов, А.А.Колоколов, *Изв. вузов, сер. Радиофизика* **XVI**, 1020 (1973).
14. В.Е.Захаров, В.В.Соболев, В.С.Сынах, *ЖЭТФ* **60**, 136 (1971).