Письма в ЖЭТФ, том 63, вып.1, стр.19 - 24 © 1996г. 10 января

МЕХАНИЗМ ОПТИЧЕСКОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ГЕНЕРАЦИИ НА ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СРЕДЕ

Э.Е.Фрадкин[1], *Н.В.Денисова*

Санкт-Петербургский государственный университет
198904 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 28 ноября 1995 г.

Создана теория, результатом которой является определение областей параметров, в которых в поглощающей среде наблюдается усиление, а в усиливающей – поглощение. В этих областях в поглощающей среде возможно установление стационарной генерации пары симметричных мод. Источником энергии является полихроматическая накачка на другие моды.

PACS 42.50.Gy

1. Как известно, современные лазеры генерируют на активных средах. В этом случае энергия, сосредоточенная в атомах, находящихся на верхнем уровне оптического перехода, посредством вынужденного излучения переходит в энергию света.

Мы предлагаем новый источник электромагнитного излучения – лазер на двухуровневой поглощающей среде. Источником энергии здесь является когерентная полихроматическая накачка. Поглощающая среда служит нелинейным преобразователем, трансформируя энергию и спектральный состав поля накачки в энергию генерации на других частотах. Перспективные качества нового излучателя: значительное расширение диапазона сред и оптических переходов, на которых можно осуществить генерацию, высокая спектральная яркость, возможность получения ультракоротких импульсов.

Рассмотрим уравнение стационарной генерации n-ых мод на симметричных частотах $\omega_{12} \pm n\Delta$, где ω_{12} – центр спектральной линии, Δ – межмодовая частота:

$$\frac{\Delta\omega_r}{2\Gamma} G_n + k_0 c N_n'' = 0. \quad (1)$$

Первый член уравнения определяет неселективные потери излучения в резонаторе в единицу времени ($\Delta\omega_r$ – ширина линии резонатора), второй член – усиление с учетом насыщения своей и чужими модами (k_0 – линейный коэффициент усиления (поглощения) на центре спектральной линии, c – скорость света в вакууме) $k_0 = 2\pi\omega_{12}d_{12}^2 N_0/\hbar\Gamma c$, где N_0 – разность населенностей нижнего и верхнего уровней, без учета воздействия поля. В случае усиливающей среды $k_0 \sim N_0 < 0$, в случае поглощающей $k_0 \sim N_0 > 0$, $G_n = dE_n/\hbar$ – амплитуда (частота Раби) генерации на симметричных модах, где Γ – полуширина спектральной линии.

В обычной ситуации при некогерентном взаимодействии мод $N_n'' > 0$. Тогда выражение $k_0 c N_n''$ описывает в случае активной среды нелинейное усиление, для поглощающей среды – нелинейное поглощение. В данном сообщении мы рассмотрели случай когерентного взаимодействия при нелинейной фазовой связи синхронизованных мод с большими амплитудами полей и нашли область параметров: амплитуды всех мод и межмодовую частоту Δ, где $N_n'' < 0$. В этих областях на n-ых модах на частотах $\omega_{12} \pm n\Delta$ в активной среде происходит поглощение, а в поглощающей – усиление.

[1] e-mail: fradkin@dcl.phys.samson.spb.su

На основе уравнения (1) можно сделать вывод, что в этой области возможна генерация на поглощающей среде. Однако для генерации необходим источник энергии. Таким источником является полихроматическая накачка на другие моды, описываемая следующим уравнением:

$$\frac{\Delta\omega_r}{2\Gamma}G_m + k_0 c N''_m = t\frac{c}{L\Gamma}u_m, \tag{2}$$

где u_m – частота Раби моды накачки на частотах $\omega_{12} \pm m\Delta$, падающей на полупрозрачное зеркало с коэффициентом пропускания t, L/c – время обхода кольцевого резонатора с периметром L. Продольные моды резонатора имеют эквидистантный спектр частот. Все они связаны комбинационным взаимодействием, поэтому поляризация как на генерируемых, так и на поглощаемых модах зависит от амплитуд всех других мод.

Конкретно была рассмотрена пятимодовая модель лазера с однородно-уширенной двухуровневой поглощающей средой. Наибольший интерес представляет область параметров, когда осуществляются неравенства: $N''_0 > 0$, $N''_1 > 0$, $N''_2 < 0$. В этом случае моды на частотах ω_{12} и $\omega_{12} \pm \Delta$ поглощаются, а генерация происходит на частотах $\omega_{12} \pm 2\Delta$. Эксперимент [1], более подробно рассмотренный в разд.3, иллюстрирует эту ситуацию.

На принципиальную возможность усиления света в поглощающей среде при нелинейном взаимодействии между атомами и электромагнитным излучением указали Раутиан и Собельман в известной работе 1961 г. [2]. Теория была подтверждена экспериментально, как в радиочастотной [3], так и в оптической [4] областях спектра. Затем экспериментально [5] и теоретически [6] было показано, что аналогичная перекачка энергии от одной волны к другой осуществляется при определенных условиях для двух сильных волн. Этот эффект был назван нелинейным интерференционным эффектом.

В когерентной ситуации, когда на каждой частоте проявляется действие нескольких полей, эффект, в силу которого происходит перекачка энергии из моды в моду, вплоть до создания областей с $N''_n < 0$ может быть назван обобщенным нелинейным интерференционным эффектом (ОНИЭФ). Ключом к пониманию действия ОНИЭФ является рассмотрение модуляции заселенности на частотах $n\Delta$, возникающей в многомодовом режиме. Важно, что постоянная часть разности заселенности, которая при любом насыщении остается положительной, не дает вклада в поляризацию среды. Мнимая часть поляризации на частотах $\omega_{12} \pm n\Delta$ пропорциональна величине амплитуды синусоидальной модуляции N''_n. Инверсия этой амплитуды приводит к возникновению областей с отрицательным поглощением (см. ниже формулы (9), (11) и (14)).

Главными результатами нашего исследования являются: 1) определение конкретных условий, при которых осуществляется перекачка энергии от поглощаемых мод, существующих за счет накачки, к генерируемым модам, накачка на которые отсутствует и 2) расчет генерации на боковых модах на частотах $\omega_{12} \pm 2\Delta$, который хорошо согласуется с результатами эксперимента [1] и качественно с картиной, наблюдаемой в эксперименте [7].

1. *Расчет амплитуд поляризации для пятихроматического интенсивного синхронизованного поля.* Рассмотрим двухуровневую среду с однородно уширенной линией поглощения, помещенную в многомодовый кольцевой резонатор, на которую воздействует амплитудно-модулированное пятихроматическое поле бегущей волны:

$$\epsilon(\tau) = [E_0 + 2E_1\cos\Delta\tau + 2E_2\cos 2\Delta\tau]\cos\omega\tau =$$

$$= \frac{1}{2}\{[E_0 e^{-i\omega\tau} + E_1(e^{-i(\omega-\Delta)\tau} + e^{-i(\omega+\Delta)\tau}) + E_2(e^{-i(\omega-2\Delta)\tau} + e^{-i(\omega+2\Delta)\tau})] + \text{к.с.}\}, \tag{3}$$

где $\tau = t - nz/c)$, n – показатель преломления среды вдали от резонанса.

Уравнения для медленно меняющейся амплитуды недиагональной матрицы плотности σ_{12} и разности заселенностей нижнего и верхнего уровней $N = \rho_{11} - \rho_{22}$ имеют вид

$$\frac{d\sigma_{12}}{dt} = -(\Gamma - i\delta)\sigma_{12} - iV_{21}N,$$

$$\frac{dN}{dt} = \gamma(N_0 - N) - 4\mathrm{Im}(V_{21}\sigma_{12}), \tag{4}$$

где гамильтониан взаимодействия V_{21} представлен в виде

$$V_{21} = \frac{G_0}{2} + G_1\cos\Delta t + G_2\cos 2\Delta t, \qquad G_i = d_{21}E_i/\hbar \quad (i = 0, 1, 2), \tag{5}$$

$\delta = \omega - \omega_{12}$ – расстройка несущей частоты относительно центра линии поглощения.

Аналитическое решение материальных уравнений (4) возможно только при равенстве релаксационных констант $\Gamma = \gamma$ и $\delta = 0$. Введением новой переменной $y = N + i2\mathrm{Im}\sigma_{12}$ система (4) сводится к одному дифференциальному уравнению первого порядка:

$$\frac{dy}{dt} = -(\Gamma - iV_{21})y + \Gamma N_0, \tag{6}$$

решение этого уравнения известно:

$$y = \exp(-\int(\Gamma - i2V_{21})dt)[\Gamma N_0 \int \exp(\int(\Gamma - i2V_{21})dt)dt + C],$$

где постоянная C находится из начальных условий. Часть решения, пропорциональная C, затухает со временем. Периодическое решение для переменной y можно представить в виде [8]

$$\frac{y}{N_0} = \sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sum_{l=-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_m\left(\frac{G_2}{\Delta}\right) J_k\left(\frac{G_2}{\Delta}\right) J_l\left(\frac{2G_1}{\Delta}\right) J_n\left(\frac{2G_1}{\Delta}\right) \times$$

$$\times\frac{\Gamma[\Gamma + i(G_0 + 2k + n)\Delta]}{\Gamma^2 + (G_0 + (2k + n)\Delta)^2}\exp[iq\Delta\tau], \tag{7}$$

где $q = 2(m - k) + l - n$.

Для того, чтобы выделить модуляцию на частоте $q\Delta$, перепишем выражение (7) в виде

$$\frac{y}{N_0} = \sum_{q=0}^{\infty}(N'_q + iN''_q)\exp[iq\Delta\tau]. \tag{8}$$

Соответственно можно записать[2)]

$$\frac{N}{N_0} = \sum_{q=-\infty}^{\infty} N'_q\cos q\Delta\tau - N''_q\sin q\Delta\tau,$$

$$\frac{2\mathrm{Im}\sigma_{12}}{N_0} = \sum_{q=-\infty}^{\infty} N''_q\cos q\Delta\tau - N'_q\sin q\Delta\tau, \tag{9}$$

[2)] Принятые нами условия $\sigma = 0$ и $\Gamma = \gamma$ приводят к постоянному фазовому сдвигу между поляризацией и заселенностью, равному $\pi/2$. Такой же сдвиг существует между поляризацией и полем.

где амплитуды модуляции на частоте $q\Delta$ равны:

$$N_q' = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{k+p}\left(\frac{G_2}{\Delta}\right) J_k\left(\frac{G_2}{\Delta}\right) J_{n+q-2p}\left(\frac{2G_1}{\Delta}\right) J_n\left(\frac{2G_1}{\Delta}\right) \times$$

$$\times \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + (G_0 + (2k+n)\Delta)^2}, \tag{10}$$

$$N_q'' = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{k+p}\left(\frac{G_2}{\Delta}\right) J_k\left(\frac{G_2}{\Delta}\right) J_{n+q-2p}\left(\frac{2G_1}{\Delta}\right) J_n\left(\frac{2G_1}{\Delta}\right) \times$$

$$\times \frac{\Gamma(G_0 + (2k+n)\Delta)}{\Gamma^2 + (G_0 + (2k+n)\Delta)^2}. \tag{11}$$

Для случая $\delta = 0$ $\mathrm{Re}\sigma_{12} = 0$ и связь между поляризацией среды и амплитудой мнимой части недиагонального элемента имеет вид

$$P = 2d\mathrm{Im}\sigma_{12} \sin\omega_{12}t. \tag{12}$$

В то же время, поляризацию среды для излучения с эквидистантным спектром частот можно представить в виде

$$P(\tau) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} [(P_q' + iP_q'')e^{-i(\omega_{12}+q\Delta)\tau} + (P_q' - iP_q'')e^{i(\omega_{12}+q\Delta)\tau}] =$$

$$= 2\sum_{q=0}^{\infty}\{P_q'[\cos(\omega - q\Delta)\tau - \cos(\omega + q\Delta)\tau] + P_q''[\sin(\omega - q\Delta)\tau + \sin(\omega + q\Delta)\tau]\}. \tag{13}$$

Сравнивая (13) с формулами (12) и (9), получаем

$$P_q'' = \frac{dN_0}{2}N_q'', \qquad P_q' = \frac{dN_0}{2}N_q'. \tag{14}$$

Из выражения (13) следует, что

$$P_q''(\omega_{12} + q\Delta) = P_{-q}''(\omega_{12} - q\Delta), \qquad P_q'(\omega_{12} + q\Delta) = -P_{-q}'(\omega_{12} - q\Delta).$$

Знак и значение P_q'' определяется, согласно уравнению (9), величиной синусоидальной модуляции N_q'' на частоте $q\Delta$. Важно отметить, что постоянная часть заселенности $N_{\mathrm{const}} = N_0' > 0$ вообще не входит в выражение для поляризации (13).

Из уравнения (1) следует, что генерация в поглощающей среде может возникнуть только при $N_n'' < 0$, поэтому в первую очередь нужно определить область значений параметров: G_0, G_1, G_2 и Δ, в которой $N_n'' < 0$ ($n = 0, 1, 2$).

Интересен случай, когда можно выделить область параметров, в которой, например, $N_2'' < 0$, в то время как $N_0'' > 0$ и $N_1'' > 0$ и соответствующие моды поглощаются. Такая область выделена на рис.1.

2. *Расчет интенсивности генерации в поглощающей среде.* Уравнения для генерируемых продольных мод кольцевого лазера в приближении плоских волн имеют обычный вид:

$$\frac{\partial E_n}{\partial\tau} = -\left[i(\omega_n - \Omega_n) + \frac{\Delta\omega_r}{2}\right]E_n + \frac{i2\pi\omega}{n^2}P_n. \tag{15}$$

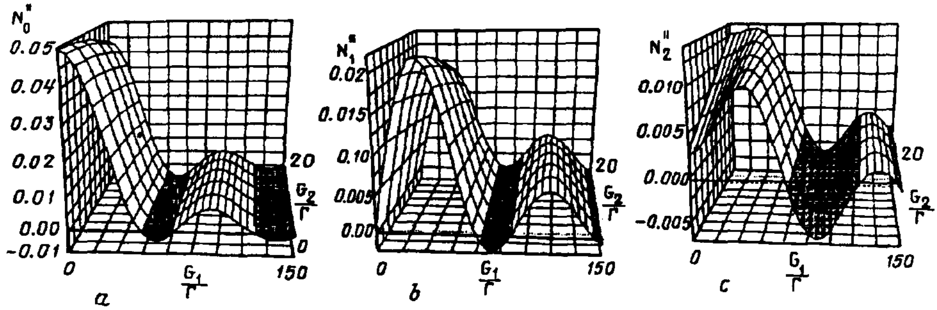

Рис.1. Значения: *a*) $N_0'(\omega_{12})$, *b*) $N_1'(\omega_{12} \pm \Delta)$ и *c*) $N_2'(\omega_{12} \pm 2\Delta)$ в зависимости от G_1 и G_2 при $G_0 = 10\Gamma$, $\Delta = 50\Gamma$. Заштрихованы области, где $N_i' < 0$ $(i = 1, 2, 3)$. В области $G_1 = (90 - 115)\Gamma$, $G_2 = (0 - 15)\Gamma$ $N_1' > 0$, $N_0' > 0$, $N_2' < 0$

Уравнения для поглощаемых мод содержат дополнительную накачку внешним полем:

$$\frac{\partial E_m}{\partial \tau} = -\left[i(\omega_m - \Omega_m) + \frac{\Delta\omega_r}{2}\right] E_m + \frac{i2\pi\omega}{n^2} P_m + t\frac{c}{L} u_m. \tag{16}$$

В уравнениях (15), (16) E_q – медленно меняющаяся комплексная амплитуда, при $q = n$ – генерируемой моды, при $q = m$ – поглощаемой моды внутри резонатора на частоте ω_m, поддерживаемой внешним полем накачки на той же частоте с амплитудой u_m, t – коэффициент пропускания зеркала резонатора, $\Delta\omega_r/2$ – ширина линии резонатора; Ω_n, Ω_m – собственные частоты резонатора, ω – частота генерации, P_n (P_m) – фурье-компоненты нелинейной поляризации среды на частоте $\omega_n(\omega_m)$.

В случае $\partial E_n/\partial\tau = 0$, $\partial E_m/\partial\tau = 0$ из уравнения (15) с учетом (14) следуют уравнения стационарной генерации (1) и (2). Рассмотрим решение уравнений (1) и (2) для генерации на боковых частотах $\omega_{12} \pm 2\Delta$ в области параметров G_0, G_1, G_2 и Δ, где $N_0'' > 0$, $N_1'' > 0$, $N_2'' < 0$, выделенной на рис.1. Самосогласованное решение уравнений генерации (1) и (2) определяет безразмерную амплитуду генерации G_2/Γ (см. рис.2) и накачку на частотах ω_{12} и $\omega_{12} \pm \Delta$, меняющуюся в интервалах $tu_0/\epsilon L\Gamma = 10 \div 245$ и $tu_1/\epsilon L\Gamma = 90 \div 556$. Рассчитанная модель дает качественное объяснение пионерскому эксперименту Егорова и Чехонина [7].

Другой эксперимент описан в работе [1]. В этом случае наблюдалась генерация на поглощающей среде (пары Ba) на переходе из основного состояния $6^1S_0 - 6^1p_1$ ($\lambda = 553.5$ нм). Ba находился в отдельном резонаторе, который облучался излучением лазера на красителе. Спектр накачки был сконцентрирован в узком интервале частот, симметричном относительно центра линии поглощения, а генерация на Ba возникала на частотах $\omega_{12} \pm 2\Delta$. Расчет модели этого эксперимента с использованием данных, приведенных в [1] ($G_0 = 3\Gamma$, $G_1 = 2\Gamma$, $\Delta = 1.75\Gamma$, $\epsilon = 0.033\,\text{см}^{-1}$), позволяет получить значение линейного коэффициента поглощения, равное $4.6\,\text{см}^{-1}$, что хорошо согласуется с экспериментальными результатами (см. рис.3). При изменении относительного коэффициента поглощения A в диапазоне $0 \div 250$ и накачки $tu_0/\epsilon L\Gamma$ от 2.4 до 5, $tu_1/\epsilon L\Gamma$ от 3.8 до 15.3 безразмерная амплитуда генерации G_2/Γ изменяется в области $0.5 \div 1.5$.

Выводы. 1. Создана теория, объясняющая возникновение областей усиления в поглощающей среде и областей поглощения в усиливающей среде:

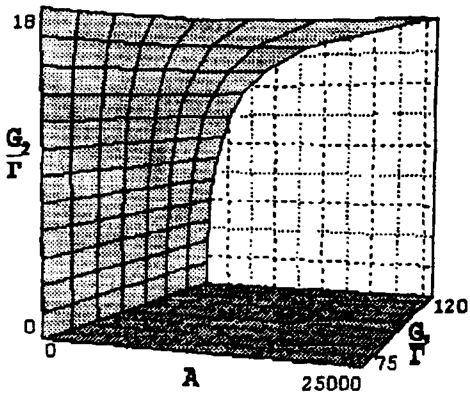

Рис.2

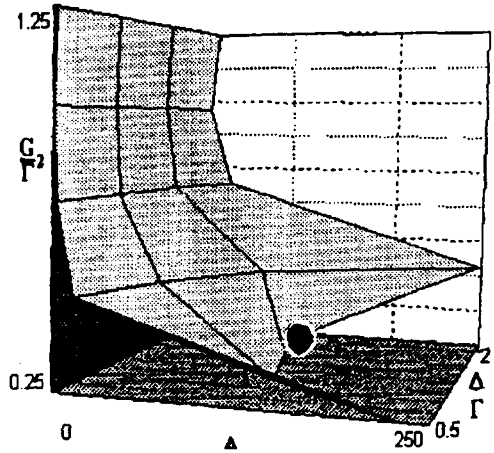

Рис.3

Рис.2. Зависимость безразмерной амплитуды генерации G_2/Γ на частотах $\omega_{12} \pm 2\Delta$ от $A = k_0/\epsilon$, где ϵ – коэффициент неселективных потерь на единицу длины для области, выделенной на рис.1

Рис.3. Зависимость безразмерной амплитуды генерации G_2/Γ на частотах $\omega_{12} \pm 2\Delta$ от $A = k_0/\epsilon$, где ϵ – коэффициент неселективных потерь на единицу длины. Отмеченная область соответствует экспериментальным параметрам: $\Delta = 1.75\Gamma$, $G_0 = 3\Gamma$, $G_1 = 2\Gamma$, $\epsilon = 0.033$. Из значения $A = 140$ вычислен линейный коэффициент поглощения $k_0 = 4.6см^{-1}$, что соответствует величине, измеренной в эксперименте [1]. Величина $G_2 = 0.35\Gamma$ в эксперименте не измерялась

происходит перекачка энергии от поглощаемых мод, поддерживаемых внешней накачкой, к генерируемым модам (обобщенный интерференционный эффект).

2. Найдены области значений параметров: амплитуды мод G_0, G_1, G_2 и межмодовая частота Δ, при которых в поглощающей среде наблюдается усиление, а в усиливающей – поглощение.

3. Найдены амплитуды генерации на симметричных частотах $\omega \pm 2\Delta$ для различных Δ в зависимости от отношения линейного коэффициента поглощения k_0 к коэффициенту неселективных потерь ϵ (рис.2,3).

4. Развитая теория находится в хорошем согласии с экспериментом [1] и качественно соответствует эксперименту [7].

В дальнейшем планируются исследования устойчивости найденных режимов генерации, учет различия релаксационных констант: ширины уровня 2γ и ширины линии 2Γ, а также отстройки средней частоты поля от центра линии поглощения и обобщение на случай доплеровского уширения линии.

1. Л.С.Гайда, И.С.Зелийкович, С.А.Пулькин, Э.Е.Фрадкин, Опт. и Спектр., **65**, 802 (1988).
2. С.Г.Раутиан, И.И.Собельман, ЖЭТФ **41**, 456 (1961); **44**, 934 (1964).
3. А.М.Бонч-Бруевич, В.А.Ходовой, Н.А.Чигирь, ЖЭТФ **67**, 2069 (1974).
4. E.Y.Wu, S.Ezeriel, and M.Ducloy, Phys. Rev. Lett. **38**, 1077 (1977).
5. А.М.Бонч-Бруевич, Т.А.Вартанян, Н.А.Чигирь, ЖЭТФ **77**, 1899 (1979).
6. Г.И.Топтыгина, Э.Е.Фрадкин, ЖЭТФ **82**, 429 (1982).
7. В.В.Васильев, В.С.Егоров, И.А.Чехонин, Опт. и Спектр. **58**, 944 (1985).
8. В.В.Витушкин, В.И.Коротков, С.В.Лазарюк и др., Опт. и Спектр. **74**, 786 (1993).