Письма в ЖЭТФ, том 63, вып.1, стр.43 - 48

СПИНОВАЯ РЕЛАКСАЦИЯ В УСЛОВИЯХ КЭХ ПРИ НЕЧЕТНОМ ЗАПОЛНЕНИИ

С.М.Дикман[+], *С.В.Иорданский*[*]

[+] *Институт физики твердого тела РАН*
142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

[*] *Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау РАН*
142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 28 ноября 1995 г.

Рассмотрена релаксация спинов в полностью поляризованном состоянии, когда первоначальное направление поляризации не совпадает с направлением внешнего магнитного поля. Механизм релаксации определяется спин-орбитальным и электрон-фононным взаимодействиями и сопровождается возбуждением ненулевых спиновых экситонов.

73.40.Hm

1. Изучение релаксации неравновесных спиновых состояний электронных 2D систем представляет интерес как одно из средств исследования свойств взаимодействующих электронов в сильных магнитных полях (см., например, [1–3]). В особенности это связано с появившимися в последнее время публикациями о возможной реализации основного состояния в условиях КЭХ в виде неоднородной спиновой текстуры – так называемого скирмионного кристалла [4–7]. В то же время эксперимент [6] косвенно подтверждает, что вблизи нечетного (с учетом спиновых состояний) заполнения уровней Ландау основное состояние остается однородно поляризованным, а слабовозбужденные состояния могут быть классифицированы в рамках квазичастичных "спин-экситонных" ветвей спектра [8–10]. Механизм релаксации однородно поляризованного неравновесного спинового состояния в 2D системе до сих пор недостаточно изучен теоретически и, очевидно, представляет физический интерес при интерпретации экспериментальных данных. Мы будем предполагать, что релаксация спина происходит непосредственно в электронной системе с учетом взаимодействия с решеткой, но без учета взаимодействия с дырками и в отсутствие парамагнитных примесей. В этом смысле такая ситуация соответствует, например, эксперименту [3].

Рассмотрим релаксацию спиновой поляризации в случае, когда фиксируется проекция полного спина S_z на магнитное поле, а сама система в каждый момент времени находится в низшем энергетическом состоянии при заданном S_z. Будем также считать, что на протяжении всего времени релаксации самый верхний непустой уровень Ландау заполнен наполовину, то есть число электронов на нем $\mathcal{N}$ постоянно и равно кратности вырождения $L^2/2\pi\lambda^2$ ($L \times L$ – размеры системы, $\lambda = (c\hbar/eB)^{1/2}$ – магнитная длина), а уровни, лежащие ниже, заполнены полностью. Эксперименты обычно проводятся на гетероструктурах в GaAs с достаточно сильным спин-орбитальным взаимодействием, определяющим недиагональные по S_z поправки $\mathcal{H}_{SO}$ к гамильтониану электронной системы. В условиях КЭХ присутствует сильное магнитное поле ($B \gtrsim 10$ Тл), так что релаксация $|S_z|$ к равновесному значению $\mathcal{N}/2$ сопровождается выделением зеемановской энергии, которая должна уноситься образующимися в процессе релаксации возбуждениями. Мы считаем, что такими возбуждениями являются трехмерные фононы. Другим возможным кандидатом, в принципе, являются спиновые возбуждения. Однако непосредственно кулоновское взаимодействие не может быть вершиной соответствующего процесса, так как оно не меняет спиновых состояний, а лишь опосредовано в более высоких порядках Т.В. с учетом спин-орбитального взаимодействия. В результате, как показывает анализ, соответствующая вершина появляется только во втором порядке по $\mathcal{H}_{SO}$, поэтому ее вклад в темп спиновой релаксации оказывается мал по сравнению с вкладом "фононного" процесса, возникающего уже в первом по $\mathcal{H}_{SO}$ порядке.

2. Гамильтониан системы взаимодействующих электронов имеет вид

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + g\mu\hat{S}_z + \mathcal{H}_{int} + \mathcal{H}' , \qquad (1)$$

где $\mathcal{H}_0$ – обычный оператор кинетической энергии в магнитнои поле, $\mathcal{H}_{int}$ – оператор потенциальной энергии парного взаимодействия, сохраняющий неизменными спиновые состояния частиц, и, наконец, оператор $\mathcal{H}' = \mathcal{H}_{SO} + \mathcal{H}_{e,ph}$ рассматривается как возмущение. Спин-орбитальное взаимодействие имеет в представлении вторичного квантования вид

$$\mathcal{H}_{SO} = -\alpha \sum_{p,\nu} \left[\sqrt{\nu+1}a^{+}_{\nu+1,\downarrow}(p)a_{\nu,\uparrow}(p) + \sqrt{\nu}a^{+}_{\nu-1,\uparrow}(p)a_{\nu,\downarrow}(p)\right] -$$

$$- i\beta \sum_{p,\nu} \left[\sqrt{\nu+1}a^{+}_{\nu+1,\uparrow}(p)a_{\nu,\downarrow}(p) - \sqrt{\nu}a^{+}_{\nu-1,\downarrow}(p)a_{\nu,\uparrow}(p)\right] . \qquad (2)$$

Мы использовали базис одночастичных состояний в калибровке Ландау, $\psi_{\nu,\pm}(p) = e^{ipy}\varphi_\nu(x+p)\delta_{\sigma,\pm1}$, где φ_ν – осцилляторные собственные функции, и кроме того, рассматривается система единиц, в которой магнитная длина $\lambda = 1$. При этом величины α и β имеют размерность энергии, но зависят от магнитного поля, $\alpha, \beta \propto \sqrt{B}$. Кроме того они зависят от толщины слоя 2D системы, $\alpha \propto 1/d$, $\beta \propto 1/d^2$

Параметры α и β характеризуют спин-орбитальные члены различного происхождения. Член с α для гетероструктур в кубических полупроводниках связан с асимметрией квантовой ямы, в то время как второй член с β имеет объемное происхождение; он возникает из-за отсутствия центра инверсии в кристалле GaAs [11], но усилен в данном случае двумерностью задачи [12] (предполагается, что магнитное поле направлено вдоль одной из главных кристаллических осей). Численные оценки α приведены в [13]. Соответственно в типичных условиях КЭХ мы получим $\alpha \sim 1$ K. Оценки [12, 14] показывают, что β имеет тот же порядок величины.

Электрон-решеточное взаимодействие в однофононном приближении имеет обычный вид:

$$\mathcal{H}_{e,ph} = \frac{1}{L}\left(\frac{\hbar}{L_z}\right)^{1/2} \sum_{\mathbf{k},s} e^{-i\omega_s(\mathbf{k})t}\tilde{U}_s(\mathbf{k})\mathcal{P}_{\mathbf{k},s} \sum_{p,j,m} X_{j,m}(k_x,k_y) \times$$

$$\times \left[a^{+}_{j,\uparrow}(p+k_y/2)a_{m,\uparrow}(p-k_y/2) + a^{+}_{j,\downarrow}(p+k_y/2)a_{m,\downarrow}(p-k_y/2)\right] e^{-ik_xp} + \text{э.с.}, \qquad (3)$$

где

$$X_{j,m}(k_x,k_y)=\int e^{ik_x\xi}\varphi_j(\xi+k_y/2)\varphi_m(\xi-k_y/2)\mathrm{d}\xi \tag{4}$$

– соответствующие матричные элементы, $\mathcal{P}_{\mathbf{k},s}$ – оператор уничтожения фонона с импульсом k и поляризацией s и $\tilde{U}_s(k)$ – вершина электрон-фононного взаимодействия, перенормированная с учетом формфактора волновой функции размерного квантования поперек слоя (см., например, [15]).

3. В отсутствие возмущения ($\mathcal{H}'=0$) система двумерных электронов заполняет в равновесии полностью $n-1$ уровней Ландау и n-й уровень заполнен только для наиболее выгодного с учетом зеемановской энергии $\frac{1}{2}g\mu B\sigma_z$ направления спина (для GaAs $g=-0.44$). Перевороты спина характеризуются оператором рождения спинового экситона [16, 17], определяющего элементарные спиновые возбуждения системы:

$$Q_{\mathbf{q}}^{+}=\mathcal{N}^{-1/2}\sum_{p}e^{-iq_xp}a_{n,\downarrow}^{+}(p+\frac{q_y}{2})\,a_{n,\uparrow}(p-\frac{q_y}{2})\,. \tag{5}$$

Энергия, соответствующая этому возбуждению, имеет вид $|g|\mu B+\mathcal{E}_n(q)$, причем в том случае, когда $e^2/\varepsilon_0\lambda\ll\hbar\omega_c$ ($\omega_c=eB/m_cc$ – циклотронная частота) она может быть вычислена точно. В частности, для малых $|q|$:

$$\mathcal{E}(q)=\frac{(\hbar q/\lambda)^2}{2M_n}\qquad\left[M_0\approx\sqrt{8/\pi}\left(\frac{\varepsilon_0\hbar^2}{\lambda e^2}\right),\quad M_1\approx 4M_0/7\right] \tag{6}$$

(см. [8-10]; приведенные в квадратных скобках значения экситонной массы найдены в пределе $\lambda\gg d$). Экситон с импульсом $q=0$ соответствует повороту спина электронной системы как целого, то есть изменению S_z на единицу при сохранении полного спина S. Вследствие того, что Q_0^{+} коммутирует с гамильтонианом $\mathcal{H}_0+\mathcal{H}_{int}$, начальное состояние, соответствующее минимальной энергии при заданном неравновесном значении $S_z=\mathcal{N}/2-N$, представляется в виде

$$\Phi_i(N)=\left(Q_0^{+}\right)^N|0\rangle\,[R_i(N)]^{-1/2} \tag{7}$$

(сравни с [16]), где $|0\rangle$ – основное состояние системы, $R_i=\langle 0|Q_0^N\left(Q_0^{+}\right)^N|0\rangle$ – норма. Слабовозбужденное состояние системы с тем же S_z, но с отличным от нуля импульсом, соответствует появлению "ненулевого" экситона, то есть переходу к состоянию $Q_{\mathbf{q}}^{+}\left(Q_0^{+}\right)^{N-1}|0\rangle\,[R_f(N)]^{-1/2}$ с дополнительной энергией возбуждения (6). Нас интересует релаксация спина, что соответствует увеличению S_z, поэтому в качестве конечных мы должны рассматривать состояния

$$\Phi_f(N-1)=\mathcal{P}_{\mathbf{q},k_z,s}^{+}Q_{-\mathbf{q}}^{+}\left(Q_0^{+}\right)^{N-2}|0\rangle\,[R_f(N-1)]^{-1/2} \tag{8}$$

либо состояния с еще меньшим числом нулевых экситонов. Однако в низшем порядке теории возмущений по $\mathcal{H}'$ переходы происходят только в состояния (8). Прежде чем приступить к расчету соответствующего матричного элемента выпишем значения нормировок

$$R_i(N)=\frac{N!\mathcal{N}!}{\mathcal{N}^N(\mathcal{N}-N)!},\quad N\le\mathcal{N};\quad R_f(N)=\frac{(N-1)!(\mathcal{N}-2)!}{\mathcal{N}^{N-1}(\mathcal{N}-N-1)!},\quad 1\le N\le\mathcal{N}-1\,. \tag{9}$$

Они вычисляются непосредственным образом (см. также [18]) с учетом определения (5); кроме того вторая формула (9) получена при условии, что в основном состоянии в системе число фононов равно нулю.

4. В первом порядке по $\mathcal{H}'$ переходов в состояния (8) нет, так как $\mathcal{H}_{e,ph}$ не меняет спиновых состояний, а $\mathcal{H}_{SO}$ меняет орбитальные состояния на единицу, что требует большого изменения энергии (порядка $\hbar\omega_c$), в то время как наш переход связан с изменением энергии на величину порядка зеемановской щели. В результате переход возникает во втором порядке теории возмущений с матричным элементом

$$\mathcal{M}_{i\to f} = \left\langle \Phi_f(N-1) \left| \mathcal{H}_{e,ph} \frac{1}{E_0 - \mathcal{H}_0 - \mathcal{H}_{int}} \mathcal{H}_{SO} + \mathcal{H}_{SO} \frac{1}{E_0 - \mathcal{H}_0 - \mathcal{H}_{int}} \mathcal{H}_{e,ph} \right| \Phi_i(N) \right\rangle \tag{10}$$

(прочие члены дают нуль). В знаменателях в (10) мы пренебрегли оператором зеемановской энергии, так как эта величина всегда намного меньше как циклотронной энергии, так и характерной кулоновской энергии, приходящейся на один электрон. В то же время сохранение энергии при переходе требует, чтобы

$$|g|\mu B = \mathcal{E}(q) + \hbar\omega_s(q, k_z)\,, \tag{11}$$

где $\omega_s(k)$ – частота испускаемого фонона. Отсюда ясно, что во всяком случае справедливо квадратичное приближение (6) и кроме того длина волны фонона настолько велика, что фононный формфактор, перенормирующий вершину U_s в (3), близок к единице. В рамках нашего приближения следующим упрощением является возможность положить операторные знаменатели в (10) равными просто $\pm\hbar\omega_c$, причем знак здесь в первом знаменателе будет плюс, если $\mathcal{H}_{SO}$ уменьшает при виртуальном переходе орбитальный индекс на 1, и минус, если увеличивает. Во втором члене в (10) правило присвоения знака знаменателю, очевидно, меняется на противоположное. Мы учтем только те случаи, когда в начальном и конечном состояниях не меняется число электронов на каждом из уровней Ландау, но на n-м уровне электрон с верхнего (по энергии) спинового подуровня переходит на нижний. В результате, используя (2)–(3), найдем следующее представление:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_{i\to f}(N, q) = \frac{U_s^*(q,k_z)}{L\hbar\omega}\left(\frac{\hbar\mathcal{N}}{L_z}\right)^{1/2} &\left\{ i\beta\left[\sqrt{n}X_{n-1,n}(q) - \sqrt{n+1}X_{n,n+1}(q)\right] + \right.\\ &+ \left.\alpha\left[\sqrt{n}X_{n,n-1}(q) - \sqrt{n+1}X_{n+1,n}(q)\right]\right\} \times \\ &\times <0|\,(Q_0)^{N-2}\,Q_{-\mathbf{q}}Q_{\mathbf{q}}\left(Q_0^+\right)^N|0> \left[R_i(N)R_f(N-1)\right]^{-1/2}.\end{aligned} \tag{12}$$

Свертка операторов, входящая в (12), может быть вычислена, например, методом индукции по числу N:

$$<0|\,(Q_0)^{N-2}\,Q_{-\mathbf{q}}Q_{\mathbf{q}}\left(Q_0^+\right)^N|0> = \frac{N!(\mathcal{N}-2)!}{\mathcal{N}^{N-2}(\mathcal{N}-N)!}\left(\delta_{q,0} - \frac{1}{\mathcal{N}}\right).$$

Интегралы (4) являются табличными, но в нашем случае достаточно использовать в (12) их значения при малых q. Таким образом, с учетом формул (9) находим, что при $\mathcal{N} \gg 1$, $N \gg 1$ и $q \ll 1$

$$\mathcal{M}_{i\to f}(N, q) = (\alpha q_- - i\beta q_+)N\frac{U_s^*(q,k_z)}{L\hbar\omega}\left(\frac{\hbar}{\mathcal{N}L_z}\right)^{1/2}, \tag{13}$$

где $q_\pm = \mp\frac{i}{\sqrt{2}}(q_x \pm iq_y)$.

5. Найденный нами матричный элемент на микроскопическом уровне описывает процесс аннигиляции пары нулевых экситонов с одновременным рождением ненулевого экситона и фонона с противоположными импульсами. Вероятность аннигиляции, таким образом, оказывается пропорциональной квадрату числа нулевых экситонов в системе. Соответствующее уравнение кинетики имеет вид $dN/dt = -N^2/\tau_{0s}\mathcal{N}$ и приводит, учитывая связь S_z с N, к неэкспоненциальной релаксации спинового момента

$$S_z(t) = \frac{S_z(0) + t[\mathcal{N}/2 - S_z(0)]/2\tau_{0s}}{1 + t[1/2 - S_z(0)/\mathcal{N}]/\tau_{0s}}. \tag{14}$$

Входящая сюда величина $1/\tau_{0s}$ определяется стандартным образом после расчета полного аннигиляционного потока в системе, то есть после суммирования $2\pi|\mathcal{M}_{i\to f}|^2/\hbar$ по всем возможным (с учетом закона сохранения энергии (11)) конечным состояниям (8) с различными значениями k и s. Для выполнения этой процедуры необходимо воспользоваться выражением для вершины $U_s(k)$, которая задается деформационным и пьезоэлектрическим полями, создаваемыми акустическим фононом (см. [15], а также книгу [19]). После суммирования по поляризациям, которое может быть выполнено в рамках изотропной модели (то есть скорость звука c_s для продольных и поперечных фононов считается одинаковой), находим

$$|\sum_s U_s(q, k_z)|^2 = \frac{\pi\hbar c_s k}{\lambda p_0^3 \tau_A(k)}, \qquad \frac{1}{\tau_A(k)} = \frac{1}{\tau_D} + \frac{5(\lambda p_0)^2}{k^6 \tau_P}(q^2 k_z^2 + q_x^2 q_y^2)$$

(напомним, что в нашей системе единиц k – безразмерный вектор). После этого уже нетрудно определить, что

$$\tau_{0s}^{-1} = \frac{(M_n\lambda)^2(|g|\mu B)^3(\alpha^2 + \beta^2)}{6\hbar^7 c_s p_0^3 \omega_c^2}\left[\frac{1}{\tau_D} + \frac{25}{2\tau_P}\left(\frac{\hbar c_s p_0}{|g|\mu B}\right)^2\right]. \tag{15}$$

Здесь для GaAs $p_0 = 2.52 \cdot 10^6\,\text{см}^{-1}$ (см. [19]). Время, связанное с деформационным потенциалом Ξ, есть величина $\tau_D^{-1} = \Xi^2 p_0^3/2\pi\hbar\rho c_s^2$ (ρ – плотность материала), равная для GaAs приблизительно 0.8 пс. Время, определяемое пьезоэлектрической вершиной, $\tau_P^{-1} = 8\pi p_0(ee_{14}/c_s\epsilon_0)^2/5\hbar\rho$ (e_{14} – пьезомодуль), для GaAs составляет примерно 35 пс (если считать c_s равной скорости продольного звука). Формула (15) выписана в пределе, когда $M_n c_s^2 \ll |g|\mu B$, выполняющемся в диапазоне полей, типичных для КЭХ.

6. Таким образом, мы определили характерное время (15) и закон изменения (14) магнитного момента в условиях, когда доминирующим является процесс парной аннигиляции нулевых экситонов. Это возможно, если число N является макроскопически большим, причем бóльшим, чем общее число ненулевых экситонов. Иными словами, в системе должен существовать двумерный конденсат нулевых экситонов (см. [8]), что возможно только при достаточно низких температурах ($T \lesssim 0{,}1$ К) и при значительном однородном отклонении S от равновесного направления. Оба эти условия не выполнялись в эксперименте [3], что делает бессмысленным соответствующее сравнение. Тем не менее, в расчете на возможные измерения в будущем оценим время (15): $\tau_{0s} = A/(1 + KB^2)$, где $K \simeq 2 \cdot 10^{-3}\,\text{Тл}^{-2}$; $A \sim 10$ мкс. Зависимость этой

величины от поля, таким образом, становится заметной лишь при $B > 10$ Тл. Отметим, что для экспериментальной проверки следует использовать методику, при которой сильное отклонение S от равновесного значения не нарушает теплового равновесия электронов с решеткой.

В заключение заметим, что на более поздней стадии релаксации, когда конденсат в значительной степени исчерпан, доминирующим будет процесс прямой аннигиляции надконденсатных ненулевых экситонов. Темп релаксации пропорционален их числу, определяемому температурой системы. Функциональная зависимость темпа от числа нулевых и ненулевых экситонов, таким образом, принципиально различна. Более подробное изложение расчетов времени спиновой релаксации в различных условиях, в том числе при конечной температуре и при малых отклонениях от равновесия (что позволяет проводить сравнение с [3]), направлено нами для публикации в ЖЭТФ.

Авторы благодарят В.Е.Житомирского, В.Е.Кирпичева, Ю.Е.Лозовика, В.Б.Тимофеева, А.И.Филина и А.В.Хаецкого за проявленный интерес к работе, плодотворные дискуссии в процессе ее выполнения и обсуждение полученных результатов.

Работа поддержана грантом M9M300 Международного научного фонда и грантами 93-02-0261, 95-02-05-883 Российского фонда фундаментальных исследований.

---

1. S.Bar-Ad and I.Bar-Joseph, Phys. Rev. Lett. **68**, 349 (1992).
2. G.Muller, L.Weiss, A.V.Khaetskii et al., Phys. Rev. B **45**, 3932 (1992).
3. В.Е.Житомирский, В.Е.Кирпичев, А.И.Филин и др., Письма в ЖЭТФ **58**, 429 (1993).
4. S.L.Sondhi, A.Karlhede, S.A.Kivelson, and E.H.Rezayi, Phys. Rev. B **47**, 16419 (1993).
5. H.A.Fertig, L.Brey, R.Côté, and A.H.MacDonald, Phys. Rev. B **50**, 11018 (1994).
6. S.E.Barret, G.Dabbagh, L.N.Pfeiffer et al., Phys. Rev. Lett. **74**, 5112 (1995).
7. L.Brey, H.A.Fertig, R.Côté, and A.H.MacDonald, Phys. Rev. Lett. **75**, 2562 (1995).
8. И.В.Лернер, Ю.Е.Лозовик, ЖЭТФ **80**, 1488 (1981); *ibid.* **82**, 1188 (1982).
9. Ю.А.Бычков, С.В.Иорданский, Г.М.Элиашберг, Письма в ЖЭТФ **33**, 152 (1981).
10. C.Kallin and B.I.Halperin, Phys. Rev. B **30**, 5655 (1984).
11. G.Dresselhaus, Phys. Rev. **100**, 580 (1955).
12. М.И.Дьяконов, В.Ю.Качоровский, ФТП **20**, 110 (1986).
13. Ю.А.Бычков, Э.И.Рашба, Письма в ЖЭТФ **39**, 66 (1984).
14. A.V.Khaetskii, Phys. Rev. B **45**, 13777 (1992).
15. С.В.Иорданский, Б.А.Музыкантский, ЖЭТФ **96**, 1783 (1989).
16. А.Б.Дзюбенко, Ю.Е.Лозовик, ФТТ **25**, 1519 (1983); *ibid.* **26**, 1540 (1984).
17. Yu.Bychkov and S.Iordansky, *High Magnetic Fields in Semiconductor Physics II, Ed. G.Landwehr* (Springer-Verlag, 1989), p.85.
18. A.B.Dzyubenko and Yu.E.Lozovik, J. Phys. A **24**, 415 (1991).
19. В.Ф.Гантмахер, И.Б.Левинсон, *Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках* М.: Наука, 1984.