

ТРЕХМЕРНАЯ АБЕЛЕВА МОДЕЛЬ ХИГГСА: НЕВЫЛЕТАНИЕ И ЭФФЕКТ ААРОНОВА – БОМА

Ф.В.Губарев, М.И.Поликарпов, М.Н.Чернодуб

*Институт теоретической и экспериментальной физики
117259 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 5 февраля 1996 г.

После переработки. 5 марта 1996 г.

Изучается эффект Ааронова–Бома в решеточной некомпактной абелевой модели Хиггса в размерности пространства-времени $2+1$. Численно и аналитически показано, что этот эффект приводит к дальнедействующему логарифмическому взаимодействию заряженных частиц.

PACS: 11.15.Na

Известно, что четырехмерная абелева модель Хиггса обладает топологически стабильными классическими решениями – так называемыми струнами Абрикосова–Ниельсена–Ольсена [1]. Эти струны несут квантованный магнитный поток, и волновая функция заряженной частицы, которая рассеивается на струне, приобретает дополнительную фазу. Сдвиг в фазе является физическим эффектом – аналогом классического эффекта Ааронова–Бома [2]: струны играют роль соленоидов, которые рассеивают заряженные частицы. Топологическое дальнедействующее взаимодействие Ааронова–Бома между струнами и заряженными частицами обсуждалось в работах [3, 4].

В настоящей работе мы рассматриваем $2+1$ -мерную абелеву модель Хиггса, в которой классическими топологически стабильными решениями являются частицеподобные вихри – аналог струн Абрикосова–Ниельсена–Ольсена. Аналогично четырехмерному случаю, заряженная частица, рассеиваясь на вихрях, приобретает дополнительную фазу Ааронова–Бома. Аналитически и численно показано, что этот сдвиг фазы приводит к логарифмическому взаимодействию между пробными частицами, которые взаимодействуют с виртуальными вихрями. Отметим, что логарифмический потенциал является аналогом кулоновского взаимодействия для $2+1$ -мерной модели. Конкретно, мы изучаем решеточную модель в мнимом времени, то есть трехмерную евклидову теорию. Эффект Ааронова–Бома может играть роль также в динамике невылетания цвета в неабелевых калибровочных теориях [5]. Отметим также, что в работе [6] обсуждалось невылетание в $1+1$ -мерной абелевой модели Хиггса. Пользуясь методами, изложенными ниже, можно показать, что невылетание в этой модели также обусловлено эффектом Ааронова–Бома.

Континуальный интеграл трехмерной некомпактной абелевой модели Хиггса записывается в виде (мы используем формализм решеточных дифференциальных форм [7])

$$Z = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{D}A \int_{-\pi}^{+\pi} \mathcal{D}\varphi \sum_{l(c_1) \in \mathbb{Z}} \exp \{ -\beta \|dA\|^2 - \gamma \|d\varphi + 2\pi l - NA\|^2 \}, \quad (1)$$

где A – некомпактное калибровочное поле, φ – фаза поля Хиггса и l – целочисленная 1-форма. Для упрощения вычислений мы считаем радиальную часть поля Хиггса замороженной и рассматриваем действие в форме Виллеяна.

При помощи так называемого преобразования Березинского–Костерлица–Таулесса [8, 4] интеграл (1) может быть переписан в виде суммы по замкнутым траекториям вихрей:

$$Z = \text{const} \sum_{\substack{*j(*c_1) \in \mathbb{Z} \\ \delta^* j = 0}} \exp \left\{ -4\pi^2 \gamma \left(*j, (\Delta + m^2)^{-1} *j \right) \right\}, \quad (2)$$

где $m^2 = N^2 \gamma / \beta$ – масса векторного бозонного поля A , возникающая за счет механизма Хиггса. Замкнутые токи $*j$, определенные на дуальной решетке, представляют мировые траектории вихрей, которые взаимодействуют друг с другом посредством потенциала Юкавы.

Аналогичное преобразование, примененное к среднему от вильсоновской петли $W_M(C) = \exp\{iM(A, j_C)\}$ приводит к следующей формуле [4, 9]:

$$\begin{aligned} \langle W_M(C) \rangle_N = \frac{1}{Z} \sum_{\substack{*j(*c_1) \in \mathbb{Z} \\ \delta^* j = 0}} \exp \left\{ -4\pi^2 \gamma \left(*j, (\Delta + m^2)^{-1} *j \right) - \right. \\ \left. - \frac{M^2}{4\gamma} (j_C, (\Delta + m^2)^{-1} j_C) - 2\pi i \frac{M}{N} \left(j_C, (\Delta + m^2)^{-1} \delta j \right) + 2\pi i \frac{M}{N} \mathcal{L}(j, j_C) \right\}. \quad (3) \end{aligned}$$

Первые три слагаемых в этом выражении описывают короткодействующие силы Юкавы между частицами и вихрями. Последнее слагаемое представляет собой длиннодействующее топологическое взаимодействие: $\mathcal{L}(j, j_C)$ является индексом зацепления между траекториями вихрей j и петель Вильсона j_C :

$$\mathcal{L}(j, j_C) = (*j_C, \Delta^{-1} d^* j). \quad (4)$$

\mathcal{L} равно числу точек в которых петля j_C пересекает двумерную поверхность с границей j . Формула (4) является решеточным аналогом формулы Гаусса для индекса зацепления петель. Это топологическое взаимодействие соответствует эффекту Ааронова–Бома в теории поля [3, 4, 9].

В пределе $N^2 \gamma \gg 1 \gg \beta$ среднее (3) сводится к выражению

$$\langle W_M(C) \rangle_N = \frac{1}{Z} \sum_{\substack{*j(*c_1) \in \mathbb{Z} \\ \delta^* j = 0}} \exp \left\{ -\frac{4\pi^2 \beta}{N^2} \|*j\|^2 + 2\pi i \frac{M}{N} \mathcal{L}(j, j_C) \right\}. \quad (5)$$

В непрерывном пределе слагаемое $\|*j\|^2$ пропорционально длине траектории j и выражение (5) описывает взаимодействие свободных вихрей потока $2\pi/N$ с пробным зарядом M посредством эффекта Ааронова–Бома.

Чтобы получить явное выражение для $\langle W_M(C) \rangle_N$, удобно перейти от (5) к дуальному представлению [5]:

$$\langle W_M(C) \rangle_N = \frac{1}{Z} \sum_{*l(*c_1) \in \mathbb{Z}} \exp \left\{ -\frac{N^2}{4\beta} \left(l - \frac{M}{N} j_C, \Delta^{-1} \left(l - \frac{M}{N} j_C \right) \right) \right\}. \quad (6)$$

Теперь можно воспользоваться методом перевала (так как $N^2/\beta \gg 1$), после чего получим

$$\langle W_M(C) \rangle_N = \text{const} \exp \left\{ -\kappa(M, N; \beta)(jc, \Delta^{-1}jc) \right\}, \quad (7)$$

где

$$\kappa(M, N; \beta) = \frac{q^2 N^2}{4\beta}, \quad (8)$$

и

$$q = \min_{K \in \mathbb{Z}} \left| \frac{M}{N} - K \right|. \quad (9)$$

Ответ зависит от дробной части отношения M/N , что, конечно, соответствует эффекту Ааронова–Бома. Взаимодействие пробных зарядов отсутствует, если $q = 0$ (M/N – целое), что отвечает полной экранировке пробного заряда M сконденсированным зарядом N .

Для численных расчетов удобно вместо петли Вильсона W рассматривать произведение двух линий Полякова $W_M(C) = L_M^+(0)L_M(R)$. Тогда $(jc, \Delta^{-1}jc) = T\Delta_{(2)}^{-1}(R)$, где $\Delta_{(2)}^{-1}(R)$ является двумерным безмассовым решеточным пропагатором, и выражение (7) упрощается:

$$\langle L_M^+(0)L_M(R) \rangle_N = \text{const} \exp \left\{ -\kappa(M, N; \beta) \cdot T \cdot \Delta_{(2)}^{-1}(R) \right\}. \quad (10)$$

Заметим, что при больших R пропагатор $\Delta_{(2)}^{-1}(R)$ растет логарифмически, $\Delta_{(2)}^{-1}(R) = C_0 \cdot \ln R + \dots$, где численная постоянная $C_0 \approx 0.149$. Таким образом, эффект Ааронова–Бома в трехмерной абелевой модели Хиггса приводит к удерживающему логарифмическому потенциалу для статических зарядов M .

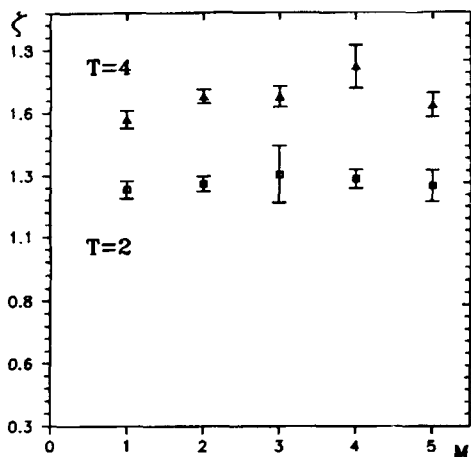
В непрерывной теории похожее логарифмическое поведение потенциала было предсказано в работе [10] на основании некоторых общих предположений о динамике вихрей. Потенциал оказался равным $V^c \sim \psi_0^2 \ln \frac{R}{R_0}$, где ψ_0 – величина размерности $\text{масса}^{\frac{1}{2}}$, характеризующая конденсат вихрей и постоянная R_0 имеет порядок толщины вихря.

Нами был численно рассчитан потенциал между пробными частицами заряда M в трехмерной некомпактной абелевой модели Хиггса, заряд бозона Хиггса N . Действие модели было выбрано в форме Вильсона: $S[A, \varphi] = \beta \|dA\|^2 - \gamma \cos(d\varphi + NA)$. Потенциал определяется формулой

$$V_{M,N}(R) = -\frac{1}{T} \ln \Gamma_{M,N}(R), \quad \Gamma_{M,N}(R) = \langle L_M^+(0)L_M(R) \rangle_N.$$

В расчетах был использован стандартный метод Монте–Карло, вычисления проводились на решетках размером $L^2 \times T$, $L = 16$, $T = 2, 4$ для зарядов $M = 1, \dots, N$; $N = 6$.

Исходя из предположения, что поведение коррелятора $\Gamma_{M,N}(R)$ при конечных значениях β описывается выражением (10), мы подгоняли численные данные формулой $V^{num}(R) = \kappa^{num} \Delta_{(2)}^{-1}(R) + C^{num}$, κ^{num} и C^{num} – подгоночные параметры. Оказывается, что численные данные хорошо описываются выражением для $V^{num}(R)$. На рисунке приведена зависимость $\zeta = \kappa^{num}/\kappa$ от $M = 1, \dots, 5$; κ задается выражением (8). Для $M = N = 6$, $\kappa^{num} = 0$ в



Зависимость $\zeta(M) = \kappa^{num}(M)/\kappa(M)$ для зарядов $M = 1, \dots, 6$, $N = 6$ при $\gamma = 1.2T$ и $\beta = 0.48T$ ($T = 2, 4$)

пределах ошибок. Результаты подтверждают наше предположение о логарифмическом поведении потенциала между неэкранированными заряженными источниками при выбранных значениях параметров β и γ . ζ отлично от 1 из-за того, что выражение (8) выведено в модели с действием Виллеяна в пределе $N^2\gamma \gg 1 \gg \beta$, а численные результаты получены в модели с действием Вильсона при конечных β и γ . Замечательным фактом является то, что ζ не зависит от заряда M (при M/N нецелом). Это показывает, что коэффициент κ^{num} пропорционален q^2 и взаимодействие пробных зарядов обусловлено эффектом Ааронова-Бома даже в той области значений параметров, где асимптотические выражения (7)–(9) перестают быть верными.

Авторы чрезвычайно благодарны Т.Султанову за помощь в компьютерных вычислениях. Работа частично финансировалась по гранту 93-02-03609 Российского фонда фундаментальных исследований, гранту MJM300 Международного научного фонда и грантам INTAS-94-0840, INTAS-94-2851. Авторы также благодарят Японскую Ассоциацию поддержки науки (JSPS) за финансовую помощь, полученную в рамках программы поддержки ученых бывшего СССР.

1. A.A.Abrikoso, Sov. Phys. JETP **32**, 1442 (1957); H.B.Nielsen and P.Olesen, Nucl. Phys. **B61**, 45 (1973).
2. Y.Aharonov and D.Bohm, Phys. Rev. **115**, 485 (1959).
3. M.G.Alford and F.Wilczek, Phys. Rev. Lett. **62**, 1071 (1989); L.M.Kraus and F.Wilczek, Phys. Rev. Lett. **62**, 1221 (1989); M.G.Alford, J.March-Russel, and F.Wilczek, Nucl. Phys. **B337**, 695 (1990); J.Preskill and L.M.Krauss, Nucl. Phys. **B341**, 50 (1990).
4. M.I.Polikarpov, U.-J.Wiese, and M.A.Zubkov, Phys. Lett. **309B**, 133 (1993).
5. M.N.Chernodub, M.I.Polikarpov, and M.A.Zubkov, Proc. of the symposium Lattice-93, Nucl. Phys., B (Proc.Suppl.) **34**, 256 (1994).
6. C.Callan, R.Dashen, and D.Gross, Phys. Lett. **B66**, 375 (1977).
7. A.H.Guth, Phys. Rev. **D21**, 2291 (1980); L.Polley and U.-J.Wiese, Nucl. Phys. **B356**, 629 (1991).
8. V.L.Berezinskii, Sov. Phys. JETP **32**, 493 (1970); J.M.Kosterlitz and D.J.Thouless, J. Phys. **C6**, 1181 (1973).
9. M.N.Chernodub, M.I.Polikarpov, Препринт ИТЭР-ТН-8/95, hep-th/9510014.
10. S.Samuel, Nucl. Phys. **B154**, 62 (1979).