Письма в ЖЭТФ, том 63, вып.7, стр.549 - 552 © 1996г. 10 апреля

МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ КВАЗИОДНОМЕРНОЙ НАНОСТРУКТУРЫ В НАКЛОННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В.А.Гейлер, В.А.Маргулис, О.Б.Томилин

Мордовский государственный университет

430000 Саранск, Россия

Поступила в редакцию 14 февраля 1996 г.

Исследованы осцилляции типа Шубникова – де Гааза в квазиодномерных наноструктурах (углеродные нанотрубки и квантовые каналы). Показано, что в таких системах возникают непериодические осцилляции двух типов: с изменением величины магнитного поля и с изменением угла его наклона к оси симметрии системы. Найдено, что монотонная часть магнитного момента лежит в плоскости размерного конфайнмента системы, а осциллирующая часть имеет как продольную, так и поперечную составляющие.

PACS: 61.46+w, 75.20.-g, 79.60.Jv

В последнее время интерес многих экспериментальных и теоретических исследований привлекают квазиодномерные системы, такие как квантовые каналы в гетероструктурах и углеродные нанотрубки, в связи с их необычными физическими свойствами [1–8]. Как неоднократно отмечалось в литературе, эти необычные свойства во многом определяются геометрией системы, то есть потенциалом конфайнмента носителей заряда в данном классе структур. Изучение эффектов, обусловленных магнитным полем, может дать важную информацию о параметрах энергетического спектра и потенциала конфайнмента носителей заряда в реальных структурах.

В настоящей работе представлено теоретическое изучение магнитного момента газа носителей заряда в квазиодномерных системах. Гибридизация размерного и магнитного квантования позволяет надеяться на получение новых физических эффектов в таких системах.

Поскольку точный вид потенциала конфайнмента реальных низкоразмерных систем не определяется экспериментально, в теоретических исследованиях используются различные модельные потенциалы. В литературе широкое распространение получило применение для этой цели параболического потенциала. Выбор такого потенциала оправдан рядом причин. С одной стороны, строго доказано, что любой потенциал конфайнмента для высокоэнергетических уровней хорошо аппроксимируется параболическим [9, 10]. С другой стороны, даже в присутствии внешнего магнитного поля параболический потенциал приводит к квадратичному гамильтониану, спектр которого можно получить чисто алгебраическим путем. Это дает возможность нахождения явных формул для изучаемых физических величин, и, следовательно, аналитического исследования их зависимостей от параметров системы.

В связи с вышесказанным, потенциал конфайнмента носителей заряда в плоскости xy, перпендикулярной оси квазиодномерной системы, будем аппроксимировать параболическим. Спектр одночастичного гамильтониана с таким потенциалом в наклонном магнитном поле $\mathbf{B}$ находится с помощью подходящего канонического преобразования [11]; этот спектр сводится к сумме спектров двух гармонических осцилляторов и энергии свободного движения.

Одночастичный гамильтониан носителей заряда имеет вид

$$H = \frac{1}{2m^*}(\hat{p} - \frac{e}{c}A)^2 + \frac{m^*}{2}\left(\Omega_1^2 x^2 + \Omega_2^2 y^2\right), \tag{1}$$

где Ω_1, Ω_2 – частоты параболического потенциала, m^* – эффективная масса носителя заряда; векторный потенциал A магнитного поля B удобно записать в виде $A = \left(\frac{1}{2}B_y z - B_z y,\ 0,\ B_x y - \frac{1}{2}B_y x\right)$. Для спектра H получаем выражение

$$\varepsilon_{mn} = \hbar\omega_1(m+1/2) + \hbar\omega_2(n+1/2) + p^2/2m^*, \quad m, n = 0, 1, \ldots, \tag{2}$$

где гибридные частоты $\omega_{1,2}$ определяются по формуле

$$\omega_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \omega_c^2 \pm \left[\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \omega_c^2 - \right.\right.$$

$$\left.\left. -4\left(\Omega_1^2\omega_c^2 \sin^2\theta \cos^2\varphi + \Omega_2^2\omega_c^2 \sin^2\theta \sin^2\varphi + \Omega_1^2\Omega_2^2\right)\right]^{1/2}\right\}^{1/2}, \tag{3}$$

в которой ω_c – циклотронная частота, θ – угол между осью квазиодномерной системы (осью z) и направлением B, φ – полярный угол в плоскости конфайнмента xy.

Найдем классическую статсумму Z системы частиц с гамильтонианом (1)

$$Z = \frac{\sqrt{2\pi m^* T}\, L}{8\pi\hbar}\left[\mathrm{sh}\frac{\hbar\omega_1}{2T}\,\mathrm{sh}\frac{\hbar\omega_2}{2T}\right]^{-1}, \tag{4}$$

где L – длина квазиодномерной системы.

Определим термодинамический потенциал Ω газа носителей заряда по формуле [12]

$$\Omega = \frac{T}{2i}\int_{\Gamma} Z(\zeta)\frac{\exp\mu\zeta}{\zeta\sin\pi T\zeta}\,d\zeta, \tag{5}$$

в которой μ – химический потенциал газа. Используя метод контурного интеграла, описанный в [13], для вырожденного газа получаем $\Omega = \Omega^{osc} + \Omega^{mon}$, где

$$\Omega^{osc} = \frac{\sqrt{m^*\hbar\omega_1}LT}{4\pi\hbar}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^{3/2}}\left\{\frac{\sin(2\pi n\mu/\hbar\omega_1 - \pi/4)}{\sin(\pi n\omega_2/\omega_1)\mathrm{sh}(2\pi^2 nT/\hbar\omega_1)} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}\frac{\sin(2\pi n\mu/\hbar\omega_2 - \pi/4)}{\sin(\pi n\omega_1/\omega_2)\mathrm{sh}(2\pi^2 nT/\hbar\omega_2)}\right\}. \tag{6}$$

Монотонную часть термодинамического потенциала при $T \to 0$ нетрудно оценить, используя оценку сумм, аналогичную примененной в [13]. Тогда

$$\Omega^{mon} \simeq \frac{\sqrt{2m^*}L}{105\pi\hbar}\left[\frac{\mu^{7/2}}{\hbar^2\omega_1\omega_2} + o\left(\frac{\hbar^2\omega_1\omega_2}{\mu^2}\right)\right]. \tag{7}$$

Магнитный момент наноструктуры определим по формуле $M = -(\partial\Omega/\partial B)$. Из (6) и (7) следует, что в общем случае все три компоненты M отличны от нуля, так как частоты ω_1 и ω_2 зависят от всех трех компонент поля, а следовательно, и все девять компонент симметричного тензора магнитной восприимчивости также отличны от нуля. Далее ограничимся рассмотрением только симметричного размерного конфайнмента $\Omega_1 = \Omega_2$. Заметим, что для углеродной нанотрубки сечение внешней поверхности плоскостью xy является правильным $6N$-угольником [1], поэтому потенциал размерного конфайнмента можно считать инвариантным относительно вращения вокруг оси трубки. В этом случае произведение гибридных частот $\omega_1\omega_2 = \Omega_1\sqrt{\Omega_1^2 + \omega_c^2 \sin^2\theta}$ зависит лишь от $\mathrm{B}^\perp$ - составляющей поля в плоскости xy, и, следовательно, Ω^{mon} и M^{mon} зависят лишь от этой составляющей. Таким образом, монотонная часть магнитного момента лежит в плоскости размерного конфайнмента. Оценивая ее из (7), получим

$$\frac{M^{mon}}{\mu_B} \simeq \frac{\sqrt{2m^*}Lm_0\mu^{7/2}}{105\pi\hbar^4 m^*\Omega_1}\frac{\omega_c \sin\theta}{\left(\Omega_1^2 + \omega_c^2\sin^2\theta\right)^{3/2}}, \tag{8}$$

где μ_B – магнетон Бора, m_0 – масса свободного электрона.

Для осциллируюшей части M, дифференцируя только быстро осциллирующие множители в (6), найдем составляющие $M^\perp$ и $M^\parallel$:

$$\left(\frac{M^{osc}}{\mu_B}\right)^\perp = \frac{m_0 LT\mu}{2\hbar^2\sqrt{\hbar m^*}}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\left[\frac{1}{\omega_1^{3/2}}\frac{\partial\omega_1}{\partial\omega_c^\perp}\frac{\cos(2\pi n\mu/\hbar\omega_1 - \pi/4)}{\sin(\pi n\omega_2/\omega_1)\mathrm{sh}(2\pi^2 nT/\hbar\omega_1)} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\omega_2^{3/2}}\frac{\partial\omega_2}{\partial\omega_c^\perp}\frac{\cos(2\pi n\mu/\hbar\omega_2 - \pi/4)}{\sin(\pi n\omega_1/\omega_2)\mathrm{sh}(2\pi^2 nT/\hbar\omega_2)}\right], \tag{9}$$

где

$$\omega_c^\perp = \omega_c\sin\theta,\ \frac{\partial\omega_{1,2}}{\partial\omega_c^\perp} = \frac{\omega_c\sin\theta}{\omega_{1,2}}\left(1 \pm \frac{\omega_c^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2}\right).$$

В пределе $T \to 0$ отношение амплитуды осциллируюшей части $(M^{osc})^\perp$ к монотонной, согласно (8) и (9), имеет вид

$$\frac{(M^{osc})^\perp}{M^{mon}} \sim 10\left[\left(\frac{\hbar^5\omega_1^4\omega_2}{\mu^5}\right)^{1/2} + \left(\frac{\hbar^5\omega_1^4\omega_2}{\mu^5}\right)^{1/2}\right]\frac{m_0}{m^*}. \tag{10}$$

Если в формуле (9) заменить $\partial\omega_{1,2}/\partial\omega_c^\perp$ на $\partial\omega_{1,2}/\partial\omega_c^\parallel$,

$$\frac{\partial\omega_{1,2}}{\partial\omega_c^\parallel} = \pm\frac{\omega_{1,2}\omega_c\cos\theta}{\omega_1^2 - \omega_2^2},$$

то получится выражение для осциллирующей части $(M^{osc})^\parallel$ вдоль оси симметрии наноструктуры.

Очевидно, формула (9) теряет смысл только при исключительных значениях поля B, а именно, при тех значениях, при которых частоты ω_1 и ω_2 соизмеримы. Однако даже в случае несоизмеримых частот ряды Фурье в (9) могут иметь далекие члены, когда отношения ω_1/ω_2 или ω_2/ω_1 близки к целым числам. В этом случае суммирование рядов наталкивается на трудность, аналогичную той, которая в небесной механике известна как проблема "малых знаменателей". В КАМ-теории эта трудность преодолевается тем, что ограничиваются рассмотрением лишь частот ω_1 и ω_2, которые удовлетворяют диофантову условию несоизмеримости [14]. Это условие состоит в следующем: существует константа $c = c(\omega_1, \omega_2)$, такая, что при всех целых m и n, одновременно не равных нулю,

$$|m\omega_1 + n\omega_2| \geq c\left(|m| + |n|\right)^{-3}. \qquad (11)$$

При фиксированном c множество пар (ω_1, ω_2), удовлетворяющих (11), нигде не плотно на плоскости (ω_1, ω_2), но имеет положительную меру. Множество же пар (ω_1, ω_2), не удовлетворяющих (11) ни при каком c, имеет меру нуль. Это означает, что с вероятностью единица условие (11) выполнено для некоторой константы c. Можно показать, что если ω_1, ω_2 удовлетворяют (11), то ряды в (6) и (9) сходятся к аналитической функции от компонент вектора $\mathbf{B}$. Это следует из оценки

$$|\sin(\pi n\omega_2/\omega_1)| \leq \frac{\omega_1 n^3}{2c}\left(\frac{\omega_1}{\omega_2} + 2\right)^3. \qquad (12)$$

Из (12) вытекает, что общий член рядов в (6) или (9) мажорируется выражением вида $\exp(-2\pi^2 Tn/\hbar\omega_{1,2})$. Следовательно, при $T > 0$ ряды в формуле (6) можно дифференцировать почленно по компонентам $\mathbf{B}$.

Проведенные оценки показывают, что в области концентраций носителей заряда $\sim 10^{18}$ см$^{-3}$, которая соответствует экспериментальной ситуации с нанотрубками [6, 7], справедливо соотношение $(M^{osc})^{\perp}/M^{mon} \sim 1$. Из формулы (9) непосредственно видно, что магнитный момент квазиодномерной структуры испытывает осцилляции двух типов: с изменением величины поля B и с изменением угла θ наклона поля $\mathbf{B}$ к оси системы. Эти осцилляции являются непериодическими, поскольку частоты ω_1 и ω_2 нелинейно зависят от B и θ. Укажем еще одно важное следствие формулы (9). При низких температурах зависимость M^{osc} от T является немонотонной. Величина $M^{osc}(T)$ имеет максимум, когда $2\pi^2 T/\hbar\omega_{1,2} \sim 1$. Это соответствует поведению величины $(M^{osc})^{\parallel}$, которое наблюдалось в эксперименте [7].

Авторы благодарны Л.А.Чернозатонскому и И.В.Станкевичу за полезные обсуждения.

Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, Международным научным фондом Дж.Сороса и Программой "Университеты России".

1. А.В.Елецкий, Б.М.Смирнов, УФН **165**, 977 (1995).
2. Y.Meir, O.Entin-Wohlman, and Y.Gefen, Phys. Rev. B **42**, 8351 (1990).
3. O.E.Omel'ynovskii, V.I.Tsebo, O.I.Lebedev et al., Письма в ЖЭТФ **62**, 483 (1995).
4. L.A.Chernozatonskii, Z.Ja. Kozakovskaja, E.A.Fedorov et al., Phys. Lett. A **197**, 40 (1995).
5. В.А.Гейлер, В.А.Маргулис, И.И.Чучаев, Письма в ЖЭТФ **58**, 668 (1993).
6. P.Byszewski and M.Baran, Europhys. Lett. **31**, 363 (1995).
7. X.K.Wang, R.P.Chang, A.Patashinski et al., J. Mat. Res. **9**, 6 (1995).
8. Z.Wang, M.Luo, D.Yan et al., Phys. Rev. B **51**, 13 833 (1995).
9. Х.Цикон, Р.Фрезе, В.Кирш, Б.Саймон, *Операторы Шредингера с приложениями к квантовой механике и глобальной геометрии*, М.: Мир, 1990.
10. L.Brey, N.E.Johnson, and B.I.Halperin, Phys. Rev. B **40**, 10647 (1989).
11. И.А.Малкин, В.И.Манько, *Динамические симметрии и когерентные состояния квантовых систем*, М.: Наука, 1979.
12. А.М.Переломов, *Обобщенные когерентные состояния и их применения*, М.: Наука, 1987.
13. В.А.Гейлер, В.А.Маргулис, И.В.Чудаев, И.И.Чучаев, ЖЭТФ **107**, 187 (1995).
14. В.И.Арнольд, УМН **18**, 81 (1963).