РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ПИСЬМА В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ *ТОМ 63, ВЫПУСК 8*
ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД *25 АПРЕЛЯ, 1996*

Письма в ЖЭТФ, том 63, вып.8, стр.569 - 574

ПСЕВДОВЕКТОРНЫЕ ТЯЖЁЛЫЕ КВАРКОНИИ В e^+e^--СТОЛКНОВЕНИЯХ

Н.Н.Ачасов[1)]

Лаборатория теоретической физики Института математики им. С.Л. Соболева
630090 Новосибирск 90, Россия

Поступила в редакцию 27 февраля 1996 г.

Показано, что $BR(\chi_{b1}(1P) \to e^+e^-) \simeq 3.3 \cdot 10^{-7}$ и $BR(\chi_{c1}(1P) \to e^+e^-) \simeq 10^{-8}$. Это даёт реальные возможности для поиска рождения $\chi_{b1}(1P)$ и $\chi_{c1}(1P)$ состояний в e^+e^- столкновениях даже на современных установках, не говоря уже о b и $c-\tau$ фабриках.

PACS: 12.15.Ji, 13.15.Jr, 13.65.+i

Вообще говоря, рождение узких p-волновых псевдовекторных связанных состояний тяжёлых кварков $^3P_1$ с $J^{PC} = 1^{++}$, $\chi_{c1}(1P)$ и $\chi_{b1}(1P)$ [1], в e^+e^--столкновениях за счёт промежуточного Z бозона, $e^+e^- \to Z \to ^3P_1$, могло бы наблюдаться на опыте, так как в этой области энергий амплитуда слабого взаимодействия растёт с ростом энергии $\propto G_F E^2$. В настоящей работе показывается, что экспериментальное изучение этого интересного явления возможно на существующих установках.

Прежде всего рассчитаем амплитуду аннигиляции $^3P_1 \to Z \to e^+e^-$. Для этого используем удобный формализм описания распадов нерелятивистских связанных состояний, изложенный в обзоре [2].

Фейнмановская амплитуда, описывающая аннигиляцию свободных кварка и антикварка в e^+e^--пару, $\bar{Q}Q \to Z \to e^+e^-$, имеет вид

$$M(\bar{Q}(p_{\bar{Q}})Q(p_Q) \to Z \to e^+(p_+)e^-(p_-)) = \frac{\alpha\pi}{2\cos^2\theta_W \sin^2\theta_W}\frac{1}{E^2 - m_Z^2} j^{e\,\alpha} j_\alpha^Q =$$
$$= \frac{\alpha\pi}{2\cos^2\theta_W \sin^2\theta_W}\frac{1}{E^2 - m_Z^2}\bar{e}(p_-)[(-1 + 4\sin^2\theta_W)\gamma^\alpha - \gamma^\alpha\gamma_5]e(-p_+) \cdot$$
$$\cdot \bar{Q}^A(-p_{\bar{Q}})[(t_3 - e_Q \sin^2\theta_W)\gamma_\alpha + t_3\gamma_\alpha\gamma_5]Q_A(p_Q), \qquad (1)$$

[1)] e-mail: achasov@math.nsk.su

где использованы общепринятые обозначения.

Можно пренебречь векторной частью электрослабого электрон-позитронного тока $j^{e\,\alpha}$ в (1), так как $(1-4\sin^2\theta_W)\simeq 0.1$. Что касается электрослабого кварк-антикваркового тока j^Q_α, то только его аксиально-векторная часть отвечает за аннигиляцию псевдовекторных (1^{++}) кваркониев в e^+e^--пару. Таким образом, интересующая нас амплитуда

$$M(\bar{Q}(p_{\bar{Q}})Q(p_Q)\to Z\to e^+(p_+)e^-(p_-))=\sigma_Q\frac{\alpha\pi}{4\cos^2\theta_W\sin^2\theta_W}\frac{1}{m_Z^2}j_5^{e\,\alpha}j^Q_{\alpha\,5}=$$

$$=\sigma_Q\frac{\alpha\pi}{4\cos^2\theta_W\sin^2\theta_W}\frac{1}{m_Z^2}\bar{e}(p_-)\gamma^\alpha\gamma_5 e(-p_+)\bar{Q}^A(-p_{\bar{Q}})\gamma_\alpha\gamma_5 Q_A(p_Q)\,, \qquad (2)$$

где $\sigma_c=1$ и $\sigma_b=-1$. Член порядка E^2/m_Z^2 опущен в (2).

В системе центра масс можно написать

$$M(\bar{Q}(p_{\bar{Q}})Q(p_Q)\to Z\to e^+(p_+)e^-(p_-))\simeq-\sigma_Q\frac{\alpha\pi}{4\cos^2\theta_W\sin^2\theta_W}\frac{1}{m_Z^2}j^e_{i\,5}\,j^Q_{i\,5}=$$

$$=-\sigma_Q\frac{\alpha\pi}{4\cos^2\theta_W\sin^2\theta_W}\frac{1}{m_Z^2}\bar{e}(p_-)\gamma_i\gamma_5 e(-p_+)\bar{Q}^A(-p_{\bar{Q}})\gamma_i\gamma_5 Q_A(p_Q)=M(\mathrm{p})\,, \quad (3)$$

опуская член порядка $2m_e/E$ ($j^e_{05}=(2m_e/E)j_5$ в системе центра масс). Здесь и далее трёхмерный импульс $\mathrm{p}=\mathrm{p}_{\mathrm{Q}}=-\mathrm{p}_{\bar{\mathrm{Q}}}$ в системе центра масс.

Чтобы построить эффективный гамильтониан для аннигиляции 1^{++} кваркония в e^+e^--пару, выразим аксиально-векторный кварк-антикварковый ток $j^Q_{i\,5}$ в (3) в терминах двухкомпонентных спиноров кварка w^α и антикварка v_β, используя четырёхкомпонентные дираковские биспиноры

$$Q^C(p_Q)=Q^CQ(p_Q)=\frac{1}{\sqrt{2m_Q}}Q^C\begin{pmatrix}\sqrt{\varepsilon+m_Q}\;w\\ \sqrt{\varepsilon-m_Q}\;(\mathrm{n}\cdot\sigma)w\end{pmatrix},$$

$$\bar{Q}_C(-p_{\bar{Q}})=Q_C\bar{Q}(-p_{\bar{Q}})=-\frac{1}{\sqrt{2m_Q}}Q_C\left(\sqrt{\varepsilon-m_Q}\;v(\mathrm{n}\cdot\sigma),\;\sqrt{\varepsilon+m_Q}\;v\right), \quad (4)$$

где Q^C и Q_C – цветовые спиноры кварка и антикварка соответственно, $\mathrm{n}=\mathrm{p}/|\mathrm{p}|$.

В результате

$$j^Q_{i\,5}=\imath\frac{2\sqrt{6}}{2m_Q}\varepsilon_{kin}p_k\chi_n\eta_0\,, \qquad (5)$$

где $\chi_n=v\sigma_n w/\sqrt{2}$ и $\eta_0=Q_CQ^C/\sqrt{3}$.

Спиновые χ_i факторы и фактор цветового спина η_0 сворачиваются следующим образом: $\chi_i\chi_j=\delta_{ij}$ и $\eta_0\eta_0=1$.

Волновая функция связанного состояния $^3P_1$ в координатном представлении имеет вид

$$\Psi_j(^3P_1\,,r\,,m_A)=\frac{1}{\sqrt{2}}\eta_0\epsilon_{jpl}\chi_p\frac{r_l}{r}\sqrt{\frac{3}{4\pi}}R_P(r\,,m_A)\,, \qquad (6)$$

где $r=|\mathrm{r}|$, $R_P(r,m_A)$ – радиальная волновая функция с нормировкой $\int_0^\infty|R_P(r\,,m_A)|^2r^2dr=1$, m_A – масса связанного состояния $^3P_1$.

В дальнейшем нам потребуется волновая функция связанного состояния $^3P_1$ в импульсном представлении

$$\Psi_j(^3P_1\,,p\,,m_A)=\frac{1}{\sqrt{2}}\eta_0\epsilon_{jpl}\chi_p(\psi_P(p\,,m_A))_l\,, \qquad (7)$$

где

$$(\psi_P(p\,,\,m_A))_l = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\int \frac{r_l}{r} R_P(r\,,\,m_A)\exp\{-i(p\cdot r)\}d^3r\,. \tag{8}$$

Амплитуда аннигиляции связанного состояния $^3P_1$ в e^+e^--пару задаётся следующим образом:

$$M(A_j \to e^+e^-) \equiv \int M(p)\Psi_j(^3P_1\,,\,p\,,\,m_A)\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\,, \tag{9}$$

где A_j обозначает связанное состояние $^3P_1$.

Как видно из (3), чтобы найти амплитуду $M(A_j \to e^+e^-)$, необходимо рассчитать свёртку волновой функции связанного состояния $^3P_1$ с аксиально-векторным током кварк-антикварковой пары:

$$\int j_{i5}^{Q}\Psi_j(^3P_1\,,\,p\,,\,m_A)\frac{d^3p}{(2\pi)^3} = i\frac{2\sqrt{6}}{m_A}\varepsilon_{kin}\chi_n\eta_0\int p_k\quad \Psi_j(^3P_1\,,\,p\,,\,m_A)\frac{d^3p}{(2\pi)^3} =$$
$$= i\delta_{ij}\frac{4}{\sqrt{3}}\frac{1}{m_A}\int p_k(\psi_P(p\,,\,m_A))_k\frac{d^3p}{(2\pi)^3} = \delta_{ij}2\frac{3}{\sqrt{\pi}}\frac{1}{m_A}R'_P(0\,,\,m_A)\,, \tag{10}$$

где $R'_P(0\,,\,m_A) = dR_P(r\,,\,m_A)/dr|_{r=0}$. Выводя (10), мы положили, как обычно, $2m_Q = m_A$ и учли, что $R_P(r\,,\,m_A) \to rR'_P(0\,,\,m_A)$ при $r \to 0$.

Таким образом,

$$M(A_j \to e^+e^-) = -\sigma_Q 3\sqrt{\pi}\,\frac{\alpha}{2\cos^2\theta_W\sin^2\theta_W}\frac{1}{m_Z^2}\frac{1}{m_A}R'_P(0)\bar{e}(p_-)\gamma_j\gamma_5 e(-p_+)\,. \tag{11}$$

Ширина распада $A \to e^+e^-$

$$\Gamma(A \to e^+e^-) = \frac{1}{3}\sum_{j\,e^+e^-}\int |M(A_j \to e^+e^-)|^2(2\pi)^4\delta^4(m_A - p_- - p_+)\times$$
$$\times\frac{d^3p_+}{(2\pi)^3\,2p_+^0}\frac{d^3p_-}{(2\pi)^3\,2p_-^0} \simeq \frac{1}{3}\sum_{j\,e^+e^-}\int |M(A_j \to e^+e^-)|^2\frac{1}{8\pi} \simeq$$
$$\simeq \frac{\alpha^2}{32}\frac{3}{\cos^4\theta_W\sin^4\theta_W}\frac{1}{m_Z^4}\frac{1}{m_A^2}|R'_P(0\,,\,m_A)|^2 Sp(\hat{p}_+\gamma_j\gamma_5\hat{p}_-\gamma_j\gamma_5) \simeq$$
$$\simeq \frac{\alpha^2}{8}\frac{3}{\cos^4\theta_W\sin^4\theta_W}\frac{1}{m_Z^4}|R'_P(0\,,\,m_A)|^2 \simeq 12.3\alpha^2\frac{1}{m_Z^4}|R'_P(0\,,\,m_A)|^2\,, \tag{12}$$

где члены порядка $(2m_e/m_A)^2$ опущены, $\sin^2\theta_W = 0.225$ и использована нормировка $\bar{e}(p_-)e(p_-) = 2m_e$ и $\bar{e}(-p_+)e(-p_+) = -2m_e$. Заметим, что для кварка и антикварка использована нормировка $\bar{Q}(p_Q)Q(p_Q) = 1$ и $\bar{Q}(-p_{\bar{Q}})Q(-p_{\bar{Q}}) = -1$, см. (4).

Чтобы оценить возможности рождения состояний $\chi_{c1}(1P)$ и $\chi_{b1}(1P)$ в e^+e^--столкновениях, необходимо оценить парциальную ширину $BR(A \to e^+e^-)$.

В логарифмическом приближении [2, 3] распад уровня $^3P_1$ в адроны обусловлен распадом $^3P_1 \to g + q\bar{q}$, где g – глюон, а $q\bar{q}$ – пара лёгких кварков: $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$ для $\chi_{c1}(1P)$ и $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$, $c\bar{c}$ для $\chi_{b1}(1P)$. Соответствующая ширина [2, 3]

$$\Gamma(^3P_1 \to gq\bar{q}) \simeq \frac{N}{3}\frac{128}{3\pi}\frac{\alpha_s^3}{m_A^4}|R'_P(0\,,\,m_A)|^2\ln\frac{m_A R(m_A)}{2}\,, \tag{13}$$

где N – число ароматов лёгких кварков и $R(m_A)$ – радиус кваркония. Используя (12) и (13), получаем, что

$$BR(A \to e^+e^-) \simeq \frac{3}{N} 0.9 \frac{\alpha^2}{\alpha_s^3} \left(\frac{m_A}{m_Z}\right)^4 \frac{1}{\ln(m_A R(m_A)/2)} [1 - BR(A \to \gamma V)], \qquad (14)$$

где учтены радиационные распады $\chi_{c1}(1P) \to \gamma J/\psi$ и $\chi_{b1}(1P) \to \gamma \Upsilon(1S)$.

Принято считать [2], что $L(m_A) = \ln(m_A R(m_A)/2) \simeq 1$ для $\chi_{c1}(1P)$, то есть когда $m_A = 3.51$ ГэВ [1]. Что касается $\chi_{b1}(1P)$, $m_A = 9.89$ ГэВ [1], то величина логарифма зависит от того, как зависит от m_A радиус кваркония $R(m_A)$. Например, кулоновский потенциал даёт $R(m_A) \sim 1/m_A$ и логарифм практически не возрастает, $L(3.51\,\text{ГэВ}) \simeq L(9.89\,\text{ГэВ}) \simeq 1$. С другой стороны, потенциал гармонического осциллятора даёт $R(m_A) \sim 1/\sqrt{m_A \omega_0}$, $\omega_0 \simeq 0.3$ ГэВ, что ведёт к $L(9.89\,\text{ГэВ}) \simeq 1.5$. Чтобы не завышать оценку, положим $L(9.89\,\text{ГэВ}) = 2$.

Таким образом, положив $\alpha_s(3.51\,\text{ГэВ}) = 0.2$, $BR(\chi_{c1}(1P) \to \gamma J/\psi) = 0.27$ [1], $N = 3$, $L(3.51\,\text{ГэВ}) = 1$, $m_A = m_{\chi_{c1}(1P)} = 3.51$ ГэВ и $m_Z = 91.2$ ГэВ, получаем из (14), что

$$BR(\chi_{c1}(1P) \to e^+e^-) = 0.96 \cdot 10^{-8}. \qquad (15)$$

Положив $\alpha_s(9.89\,\text{ГэВ}) = 0.17$, $BR(\chi_{b1}(1P) \to \gamma\Upsilon(1S)) = 0.35$ [1], $N = 4$, $L(9.89\,\text{ГэВ}) = 2$, $m_A = m_{\chi_{b1}(1P)} = 9.89$ ГэВ и $m_Z = 91.2$ ГэВ, получаем из (14), что

$$BR(\chi_{b1}(1P) \to e^+e^-) = 3.3 \cdot 10^{-7}. \qquad (16)$$

Обсудим возможности измерения парциальных ширин (15) и (16). Сечение реакции $e^+e^- \to A \to out$ в пике резонанса [1]

$$\sigma(A) \simeq 1.46 \cdot 10^{-26} BR(A \to e^+e^-) BR(A \to out) \left(\frac{\text{ГэВ}}{m_A}\right)^2 \text{см}^2. \qquad (17)$$

Таким образом, для рождения состояния $\chi_{c1}(1P)$

$$\sigma(\chi_{c1}(1P)) \simeq 1.14 \cdot 10^{-35} BR(\chi_{c1}(1P) \to out)\ \text{см}^2, \qquad (18)$$

а для рождения состояния $\chi_{b1}(1P)$

$$\sigma(\chi_{b1}(1P)) \simeq 4.8 \cdot 10^{-35} BR(\chi_{b1}(1P) \to out)\ \text{см}^2. \qquad (19)$$

Вообще говоря, наблюдаемое сечение в пике узких резонансов, таких как J/ψ, $\Upsilon(1S)$ и так далее, подавлены фактором порядка $\Gamma_{tot}/\Delta E$, где ΔE – энергетическое разрешение. К счастью, ширина резонанса $\chi_{c1}(1P)$, равная 0.88 МэВ [1], не мала по сравнению с энергетическим разрешением современных установок, например, $\Delta E \simeq 2$ МэВ в BEPC (Китай), см. [1].

Учитывая, что светимость в BEPC [1] равна $10^{31}\,\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$, $\Gamma_{tot}(\chi_{c1}(1P))/\Delta E \simeq 0.44$ и сечение рождения $\chi_{c1}(1P)$ равно $1.14 \cdot 10^{-35}\,\text{см}^2$, см. (18), в течение эффективного года (10^7 с) работы может родиться 500 состояний $\chi_{c1}(1P)$. Отметим, что такое число состояний $\chi_{c1}(1P)$ даёт 135 (27%) уникальных распадов $\chi_{c1}(1P) \to \gamma J/\psi$.

На $c-\tau$ фабриках (светимость $\sim 10^{33}\,\text{см}^{-2}\text{с}^{-1}$) может рождаться несколько десятков тысяч состояний $\chi_{c1}(1P)$. Что касается состояния $\chi_{b1}(1P)$, его ширина не известна до сих пор [1]. Поэтому мы её оценим, используя ширины $\chi_{c1}(1P)$, J/ψ, $\Upsilon(1S)$ и кварковую модель.

Из кварковой модели следует, что

$$\frac{\Gamma(A \to gq\bar{q})}{\Gamma(V \to ggg)} =$$
$$= \frac{\Gamma_{tot}(A)}{\Gamma_{tot}(V)} \frac{BR(A \to hadrons)}{[BR(V \to hadrons) - BR(V \to virtual\,\gamma \to hadrons)]} =$$
$$= 99.4 \frac{N}{3} \left(\frac{m_V}{m_A}\right)^2 \left|\frac{R'_P(0, m_A)}{m_A R_S(0, m_V)}\right|^2 \ln \frac{m_A R(m_A)}{2}. \tag{20}$$

Таким образом,

$$\frac{\Gamma_{tot}(\chi_{b1}(1P))}{\Gamma_{tot}(\Upsilon(1S))} = 0.53 \frac{\Gamma_{tot}(\chi_{c1}(1P))}{\Gamma_{tot}(J/\psi)} \left|\frac{R'_P(0, m_{\chi_{b1}(1P)}) R_S(0, m_{J/\psi})}{R'_P(0, m_{\chi_{c1}(1P)}) R_S(0, m_{\Upsilon(1S)})}\right|^2 =$$
$$= 5.3 \left|\frac{R'_P(0, m_{\chi_{b1}(1P)}) R_S(0, m_{J/\psi})}{R'_P(0, m_{\chi_{c1}(1P)}) R_S(0, m_{\Upsilon(1S)})}\right|^2. \tag{21}$$

Вычисляя (20) и (21), мы использовали данные из [1], $BR(\Upsilon(1S) \to \to hadrons) - BR(\Upsilon(1S) \to virtual\,\gamma \to hadrons) = 0.83$, $BR(J/\psi \to hadrons) - BR(J/\psi \to virtual\,\gamma \to hadrons) = 0.69$, $\Gamma_{tot}(\chi_{c1}(1P))/\Gamma_{tot}(J/\psi) = 10$, а $L(m_{b1(1P)})/L(m_{c1(1P)}) = 2$, как и в (16). Неизвестный фактор в (21) зависит от модели.

Кулоновский потенциал даёт

$$\left|\frac{R'_P(0, m_{\chi_{b1}(1P)}) R_S(0, m_{J/\psi})}{R'_P(0, m_{\chi_{c1}(1P)}) R_S(0, m_{\Upsilon(1S)})}\right|^2 = \left(\frac{m_{\chi_{b1}(1P)}}{m_{\chi_{c1}(1P)}}\right)^5 \left(\frac{m_{J/\psi}}{m_{\Upsilon(1S)}}\right)^3 = 6.2. \tag{22}$$

Потенциал гармонического осциллятора даёт

$$\left|\frac{R'_P(0, m_{\chi_{b1}(1P)}) R_S(0, m_{J/\psi})}{R'_P(0, m_{\chi_{c1}(1P)}) R_S(0, m_{\Upsilon(1S)})}\right|^2 = \left(\frac{m_{\chi_{b1}(1P)}}{m_{\chi_{c1}(1P)}}\right)^{2.5} \left(\frac{m_{J/\psi}}{m_{\Upsilon(1S)}}\right)^{1.5} = 2.5. \tag{23}$$

Чтобы не завышать оценку, возьмём (23). Таким образом, мы ожидаем, что

$$\Gamma_{tot}(\chi_{b1}(1P)) \simeq 13\Gamma_{tot}(\Upsilon(1S)) \simeq 0.695\,\text{МэВ}. \tag{24}$$

Оценим число состояний $\chi_{b1}(1P)$, которое может рождаться в CESR (Cornell) [1]. Учитывая, что светимость в CESR равна $10^{32}\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}, \Delta E \simeq \simeq 6\,\text{МэВ}$, $\Gamma_{tot}(\chi_{b1}(1P))/\Delta E \simeq 0.12$ и сечение рождения состояний $\chi_{b1}(1P)$ равно $4.8 \cdot 10^{-35}\,\text{см}^2$, см. (19), в течение эффективного года (10^7 с) работы может родиться 5622 состояния $\chi_{b1}(1P)$. Такое число состояний $\chi_{b1}(1P)$ даёт 1968 (35%) уникальных распадов $\chi_{b1}(1P) \to \gamma\Upsilon(1S)$.

На ВЭПП-4М (Новосибирск) [1] может родиться несколько сотен состояний $\chi_{b1}(1P)$.

Что касается b фабрик со светимостями $10^{33}\,\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ и $10^{34}\,\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ [1], то на них могут рождаться десятки и сотни тысяч состояний $\chi_{b1}(1P)$.

Итак, современные установки дают реальные возможности наблюдать рождение состояния $\chi_{c1}(1P)$ в e^+e^--столкновениях и изучать рождение состояния $\chi_{b1}(1P)$ в e^+e^--столкновениях достаточно детально.

На $c-\tau$ и b фабриках можно изучать в e^+e^--столкновениях рождение состояний $\chi_{c1}(1P)$ достаточно детально и рождение состояний $\chi_{b1}(1P)$ исчерпывающим образом.

Красивые эффекты, рассмотренные выше, важны не только для понимания кварковой модели, но и могут быть использованы для установления состояния $\chi_{b1}(1P)$, так как угловой момент J состояния, названного как $\chi_{b1}(1P)$, нуждается в подтверждении [1].

Я признателен В.В. Губину, А.А. Кожевникову и Г.Н. Шестакову за обсуждения.

Эта работа частично поддержана грантами 94-02-05 188, 96-02-00 548 Российского фонда фундаментальных исследований и INTAS-94-3986.

---

1. Particle Data Group, Phys. Rev. D **50**, 1173 (1994).
2. N.A.Novikov, L.B.Okun, M.A.Shifman, et al., Phys. Rep. **41**, 1 (1978).
3. R.Barbieri, R.Gatto and E.Remiddi, Phys. Lett. B **61**, 465 (1976).