

**П И С Ь М А**  
**В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ**  
**И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ  
 ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД

ТОМ 68, ВЫПУСК 7  
 10 ОКТЯБРЯ, 1998

Письма в ЖЭТФ, том 68, вып.7, стр.529 - 534

© 1998г. 10 октября

**СКАЧОК МИГДАЛА В РАСПРЕДЕЛЕНИИ НУКЛОНОВ ЯДЕРНОЙ**  
**МАТЕРИИ ПО ИМПУЛЬСАМ ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ**  
**СПИН-ИЗОСПИНОВОЙ ФУНКЦИЕЙ ОТКЛИКА**

Э.Е.Саперштейн, С.В.Толоконников

Российский научный центр "Курчатовский Институт"

123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 августа 1998 г.

Перенормировочный множитель  $Z$  одночастичной функции Грина в ядерной материи, равный величине скачка в распределении нуклонов по импульсам ("скачок Мигдала"), в реалистических для ядерной физики приближениях выражается через ядерную функцию отклика. Показано, что доминирующий вклад в  $Z$  вносит спин-изоспиновый канал.

PACS: 21.65.+j, 24.10.Cr

Скачок в распределении  $n(p)$  ферми-частиц по импульсам, так называемый скачок Мигдала [1], равен перенормировочному множителю  $Z$  одночастичной функции Грина  $G(p, \epsilon)$ , то есть вычету  $G$  в квазичастичном полюсе:

$$Z = (1 - (\partial\Sigma/\partial\epsilon)_0)^{-1}, \quad (1)$$

где  $\Sigma(p, \epsilon)$  – массовый оператор:  $G(p, \epsilon) = (\epsilon + \mu - \epsilon_p^0 - \Sigma(p, \epsilon))^{-1}$ ,  $\mu$  – химический потенциал, а  $\epsilon_p^0 = p^2/2m$  ( $m$  – голая масса нуклона). Индекс нуль у производной означает, что она берется на поверхности Ферми, то есть при  $\epsilon = 0$  и  $p = p_F$ .

В теории конденсированных сред  $Z$  входит в большинство наблюдаемых через эффективное взаимодействие квазичастиц  $\mathcal{F} = Z^2\Gamma^\omega$ , где  $\Gamma^\omega$  – амплитуда Ландау [2]. В атомных ядрах зависящий от координат фактор  $Z(\mathbf{r})$  также входит неявно в амплитуду  $\mathcal{F}$  [3]. Но помимо этого  $Z(\mathbf{r})$  определяет непосредственно одночастичные спектроскопические факторы и ряд других важных наблюдаемых величин. Величина  $(\partial\Sigma/\partial\epsilon)_0$  представляет собой сумму примерно равновеликих вкладов, один из которых связан с низколежащими поверхностными колебаниями и достаточно надежно рассчитывается в самосогласованной теории конечных ферми-систем (ТКФС) [4, 5]. Второй является характеристикой ядерной материи и определяется в

самосогласованной ТКФС независимым феноменологическим параметром. Значение  $(\partial\Sigma/\partial\varepsilon)_0 = -0.25$  в ядерной материи, отвечающее  $Z = 0.8$ , хорошо согласуется с большой совокупностью экспериментальных фактов, и мы будем считать его "экспериментальным".

В данной работе для расчета  $Z$  используется дисперсионное соотношение [3], связывающее действительную и мнимую части  $\Sigma$ . В обычных для ядерной физики предположениях величина  $\text{Im}\Sigma$  выражается через ядерную функцию отклика. Мы покажем, что доминирующий вклад в  $\text{Im}\Sigma$  вносит спин-изоспиновый канал, свойства которого определяются нулевой гармоникой  $g'_0$  спин-изоспиновой компоненты  $\mathcal{F}$  ("константа Мигдала"), а также тензорными амплитудами  $\mathcal{F}_\pi$  и  $\mathcal{F}_\rho$  модифицированного средовыми эффектами однопионного и  $\rho$ -мезонного обмена [6, 7].

Из дисперсионного соотношения для  $\Sigma$  следует:

$$\left(\frac{\partial\Sigma(p, \varepsilon)}{\partial\varepsilon}\right)_0 = \frac{1}{\pi} \left\{ \int_0^\infty d\varepsilon \frac{\text{Im}\Sigma(p_F, \varepsilon)}{\varepsilon^2} - \int_0^\infty d\varepsilon \frac{\text{Im}\Sigma(p_F, -\varepsilon)}{\varepsilon^2} \right\}. \quad (2)$$

Спиновые и изоспиновые индексы в (2), а также в большинстве последующих формул для краткости опущены. Соотношение (2) гарантирует нужный знак  $(\partial\Sigma/\partial\varepsilon)_0 < 0$ , вытекающий из неравенства  $Z < 1$ . Действительно, при положительных  $\varepsilon$  величина  $\text{Im}\Sigma(p_F, \varepsilon)$ , вследствие причинности, отрицательна. При отрицательных  $\varepsilon$   $\text{Im}\Sigma$  меняет знак [2], поэтому оба слагаемых в (2) отрицательны.

На рис. 1 приведены простейшие диаграммы для  $\Sigma$ , разрезы которых определяют  $\text{Im}\Sigma$ . Опущены хартри-фоковские члены  $\Sigma$ , не имеющие мнимой части. Очевидно, различные физические механизмы входят в величину  $\text{Im}\Sigma$  аддитивно и с одним знаком. Поэтому (2) имеет вид "правила сумм".

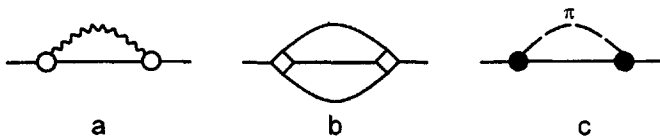


Рис.1. Простейшие диаграммы для  $\Sigma'$ . Сплошная линия – функция Грина  $G$  нуклона, волнистая –  $D$ -функция нулевого звука, светлый кружок – вершина рождения нулевого звука. Косой квадрат –  $NN$ -потенциал  $V$ , штриховая линия –  $D$ -функция пиона, черный кружок –  $\pi NN$ -вершина

Ограничимся на время только нуклонными степенями свободы. Тогда существует точное соотношение [2], выражающее  $\Sigma'$  ( $\Sigma$  за вычетом хартри-фоковских членов) через вершинную часть  $\Gamma$ ,  $NN$ -потенциал  $V$  и функцию Грина невзаимодействующих частицы и дырки  $K_0 = GG$ :

$$\Sigma' = VGK_0\Gamma. \quad (3)$$

Символическое умножение в (3) означает интегрирование по промежуточным импульсам и энергиям, а также суммирование по спиновым и изоспиновым переменным. Формальная перенормировка (3), сводящая проблему к квазичастицам, вряд ли возможна. Ее можно осуществить приближенно, пользуясь малостью  $1 - Z$ , которая есть мера отличия частиц от квазичастиц. Тогда в первом приближении при вычислении  $Z$  из (2) и (3) в правой части уравнения (3) можно пренебречь этим

отличаем и записать его в терминах квазичастиц. При этом возникает амплитуда взаимодействия квазичастиц  $\mathcal{F}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \mathbf{k}, \omega)$ , которая при нулевых значениях  $k, \omega$  переходит в амплитуду Ландау.

Более общим представляется соотношение для мнимой части квазичастичного массового оператора  $\text{Im}\Sigma_q = Z\text{Im}\Sigma$ :

$$\text{Im}\Sigma_q = \mathcal{F}^* \text{Im}G \text{Im}K \mathcal{F}, \quad (4)$$

где  $G$  теперь обозначает квазичастичную функцию Грина, а  $K$  – функцию Грина взаимодействующих квазичастицы и квазидырки. Действительно, в первом приближении, пренебрегая в правой части (3) затуханием квазичастиц, можно получить (4), исходя из (3). В этом случае амплитуда  $\mathcal{F}$  действительна. В следующем приближении вычисленную величину  $\text{Im}\Sigma_q$  можно подставлять в уравнения для  $G$  и  $K$ , стоящие в правой части (4). При этом и амплитуда  $\mathcal{F}$  становится комплексной. В данной статье мы ограничимся простейшим приближением.

Для амплитуды  $\mathcal{F}$  воспользуемся принятой в ТКФС аппроксимацией [6,7]:

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_0 + \mathcal{F}_\pi(k, \omega)(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{n})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{n}) + \mathcal{F}_\rho(k, \omega)[(\boldsymbol{\sigma}_1 \times \mathbf{n}) \cdot (\boldsymbol{\sigma}_2 \times \mathbf{n})], \quad (5)$$

где  $\mathbf{n}$  – единичный вектор в направлении  $\mathbf{k}$ . Ограничимся нулевыми гармониками центральной части  $\mathcal{F}_0$ :

$$\mathcal{F}_0 = C_0 [f_0 + f'_0 \tau_1 \cdot \tau_2 + (g_0 + g'_0 \tau_1 \cdot \tau_2) \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2], \quad (6)$$

где нормировочный фактор  $C_0$  равен обратной плотности состояний у ферми-поверхности:  $C_0 = (dn/d\varepsilon_F)^{-1} = 300 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}^3$ . Для  $\mathcal{F}_\pi$  и  $\mathcal{F}_\rho$  используем стандартные для ТКФС выражения [6,7] с учетом формфакторов  $\Gamma_{\pi NN}$  и  $\Gamma_{\rho NN}$ , соответственно. Для  $\Gamma_{\pi NN}$  будем, как правило, использовать монополярный анзац [6], учитывающий сход пиона с массовой поверхности, с параметром обрезания  $\Lambda_\pi$ . Данные о величине  $\Lambda_\pi$  противоречивы. Так, в литературе используются значения в диапазоне от 300 МэВ до 1.2 ГэВ (см. обсуждение в обзоре [6]). В настоящих расчетах мы в качестве базового использовали оптимальное для описания эффекта *EMC* (European Muon Collaboration) [6] значение  $\Lambda_\pi = 620 \text{ МэВ}$  и исследовали чувствительность результатов к величине этого параметра.

Поскольку в данной проблеме справедливо  $\omega \ll m_\rho$ , где  $m_\rho$  – масса  $\rho$ -мезона, для  $\Gamma_{\rho NN}$  использовался статический предел монополярного формфактора. Здесь в качестве базового значения параметра обрезания взято  $\Lambda_\rho = 1 \text{ ГэВ}$ .

Ограничиваясь нулевыми гармониками амплитуды  $\mathcal{F}_0$ , проинтегрируем в (4) по импульсам  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ , выражая ответ через функцию отклика:

$$\chi(\mathbf{k}, \omega) = \int \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} K(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{k}, \omega). \quad (7)$$

Аналогичный интеграл от  $K_0$  с точностью до множителя есть известная функция Линдхарда [2]  $\phi_0 = -C_0 \chi_0$ . Введем по аналогии безразмерную функцию отклика  $\Phi = -C_0 \chi$ . Форма (6) диктует аналогичную спин-изоспиновую структуру  $\Phi$  с компонентами  $\Phi^{ST}$ , где спин  $S$  и изоспин  $T$  частицы с дыркой равны 0 или 1. Уравнения для  $\Phi^{ST}$  расщепляются:

$$\Phi^{ST} = \phi_0 - 2\phi_0 f_0^{ST} \Phi^{ST}, \quad (8)$$

где  $f_0^{00} = f_0$ ,  $f_0^{01} = f'_0$ ,  $f_0^{10} = g_0$ ,  $f_0^{11} = g'_0$ . Легко видеть, что мнимая часть  $\Sigma_q$  является суммой

$$\text{Im}\Sigma_q = \sum_{ST} \text{Im}\Sigma_q^{ST}, \quad (9)$$

где для  $\varepsilon > 0$

$$\text{Im}\Sigma_q^{ST}(p, \varepsilon) = (2S+1)(2T+1)C_0 \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} (f_0^{ST})^2 \text{Im}G(\varepsilon - \omega, \mathbf{p} - \mathbf{k}) \text{Im}\Phi^{ST}(k, \omega). \quad (10)$$

Для  $\varepsilon < 0$  нужно в аргументах подынтегральных функций сделать замену  $\omega \rightarrow -\omega$ .

Напомним значения нулевых гармоник  $\mathcal{F}$ . Для  $f_0$  существенна плотностная зависимость [3] с сильно различающимися значениями внутренней  $f_0^{in} \simeq 0$  и внешней  $f_0^{ex} \simeq -3$  амплитуд [4]. В расчет  $Z$  входит только  $f_0^{in}$ . Громадное значение  $f_0^{ex}$  приводит к большому поверхностному вкладу в  $Z(r)$ , который в самосогласованной ТКФС рассчитывается отдельно. Далее, принято  $(f'_0)^{in} = 0.5 \div 0.6$  [8], а также  $g_0 = 0.05 \pm 0.10$  и  $g'_0 = 1.1 \pm 0.10$  [9].

С учетом этого из (10) следует, что изоскалярными слагаемыми  $\text{Im}\Sigma_q^{00}$  и  $\text{Im}\Sigma_q^{10}$  можно пренебречь. Важны только изовекторные члены, причем величина  $\text{Im}\Sigma_q^{11}$  должна превышать  $\text{Im}\Sigma_q^{01}$  в несколько раз.

Выражение (10) содержит и вклад  $\text{Im}\Sigma_{q(s)}$  нулевого звука – существующего при  $f_0^{ST} > 0$  в области, где  $\text{Im}\phi_0 = 0$ , собственного решения однородного уравнения, соответствующего (8). Но удобнее непосредственно вычислять мнимую часть диаграммы 1а. Этот вклад очень мал: соответствующий член  $(\partial\Sigma_s/\partial\varepsilon)_0^{11} = -0.01$ , а слагаемые с другими  $ST$  пренебрежимо малы. Основной вклад в (10) происходит от области частично-дырочного континуума, где  $\text{Im}\phi_0 \neq 0$ . Вычислим сначала  $\text{Im}\Sigma_{q(c)}^{11}$  без учета  $\mathcal{F}_\pi$  и  $\mathcal{F}_\rho$ . Интеграл (10) при  $g'_0 = \text{const}$  расходится. Из анализа прецизионных данных по упругому магнитному рассеянию электронов на нечетных ядрах [7] известна зависимость  $g'$  от переданного импульса:

$$g'(k) = \frac{g'_0}{1 + r_0^2 k^2}, \quad (11)$$

где  $r_0 = 0.4$  Фм. Учет зависимости  $g'$  от  $k$  делает интеграл сходящимся, но результат по абсолютной величине слишком велик:  $(\partial\Sigma/\partial\varepsilon)_0^{11} = -0.49$ . Учет  $\mathcal{F}_\pi$  и  $\mathcal{F}_\rho$  приводит к разделению единой спин-изоспиновой моды на две, продольную и поперечную, с двумя эффективными амплитудами:

$$g'_{l(tr)}(k, \omega) = g'_0(k) + \mathcal{F}_{\pi(\rho)}(k, \omega)/C_0. \quad (12)$$

Далее, имеем  $\text{Im}\Sigma_{q(c)}^{11} = \text{Im}\Sigma_{q(c)}^l + \text{Im}\Sigma_{q(c)}^{tr}$ , где каждое из слагаемых определяется интегралом вида (10) с заменой фактора  $2S+1 = 3$  на 1 для продольной моды и 2 (число вырожденных поперечных мод) – для поперечной (рис.2). Для основного набора параметров находим  $(\partial\Sigma_c/\partial\varepsilon)_0^l = -0.016$  и  $(\partial\Sigma_c/\partial\varepsilon)_0^{tr} = -0.210$ , что в сумме дает  $(\partial\Sigma_c/\partial\varepsilon)_0^{11} = -0.226$ . Такое преобладание поперечного канала над продольным вызвано в основном (кроме кинематического фактора 2) игрой параметров. Так, продольный вклад очень зависит от  $\Lambda_\pi$ : он равен  $-0.080$  при  $\Lambda_\pi = 400$  МэВ и  $-0.267$  при  $\Lambda_\pi = 1200$  МэВ. При  $\Lambda_\pi = 600 \div 700$  МэВ он имеет минимум, связанный с

сильным сокращением двух слагаемых в (12). Поперечный же вклад от  $\Lambda_\rho$  почти не зависит. Расчет  $\text{Im}\Sigma_{q(c)}^{01}$  в канале 01 аналогичен (рис.2) и дает  $(\partial\Sigma_c/\partial\varepsilon)_0^{01} = -0.056 \div -0.075$  при  $(f_0^K)^{in} = 0.5 \div 0.6$ , то есть порядка 20÷30% от  $(\partial\Sigma/\partial\varepsilon)_0$ . Таким образом, нуклонные степени свободы исчерпывают и даже несколько превышают правило сумм (2). Если учесть, что еще какой-то вклад должна внести пионная мода, то это служит сигналом необходимости уточнения данного расчета. Наиболее очевидное место, которое может привести к уменьшению интеграла (10), – учет зависимости  $g^K$  от  $\omega$ , например, в форме, аналогичной (11).

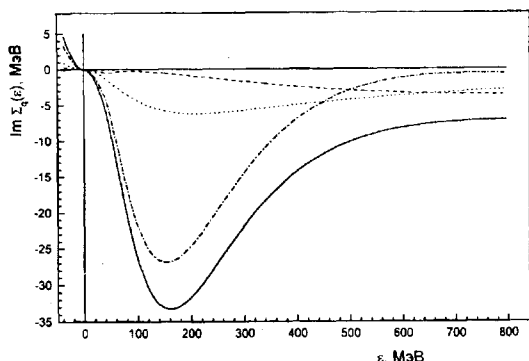


Рис.2. Величина  $\text{Im}\Sigma_q(\varepsilon)$ . Штриховая линия показывает вклад продольной, а штрих-пунктирная – поперечной мод спин-изоспинового канала, точечная линия отвечает скалярно-изоскалярному каналу. Сплошная линия – сумма парциальных вкладов

Рассмотрим кратко пионный вклад в  $(\partial\Sigma/\partial\varepsilon)_0$ . Соответствующая скелетная диаграмма изображена на рис.1с. Поскольку аналогичная диаграмма существует и для свободного нуклона, нас должно интересовать лишь ее изменение благодаря средовым эффектам. Для оценки рассмотрим член, связанный с изменением  $\delta G$  функции Грина нуклона в ядерной среде. Оно вызвано двумя причинами: существованием ферми-заполнения и изменением одночастичного спектра. Первый член сводится к интегралу, обрезающемуся фермиевским фактором и практически не зависящему от формфактора. Он очень мал:  $(\partial\Sigma_\pi^{(1)}/\partial\varepsilon)_0 = -0.014$ . Второй член,  $\delta\Sigma_\pi^{(2)}(p, \varepsilon)$ , обусловленный изменением нуклонного спектра, зависит от формфактора, поэтому его вычисление более проблематично. Использование  $\Gamma_{\pi NN}(k, \omega)$  в той же в форме [7], что выше, бессмысленно, поскольку теперь пион находится на массовой поверхности, где это выражение обращается в единицу. В такой ситуации необходимо учитывать зависимость вершины  $\pi NN$  от переменных, управляющих сходом нуклона с массовой поверхности, которая плохо известна. Для приближенной оценки пионного вклада в  $(\partial\Sigma_\pi/\partial\varepsilon)_0$  мы используем простейшую модификацию этого формфактора, обеспечивающую сходимость рассматриваемого интеграла. Результат зависит от параметра  $\Lambda_\pi$  и равен  $(\partial\Sigma_\pi^{(2)}/\partial\varepsilon)_0 = -0.022$  при  $\Lambda_\pi = 620$  МэВ. Расчет других членов  $(\partial\Sigma_\pi/\partial\varepsilon)_0$  требует более детального анализа и будет выполнен отдельно, но уже приведенные оценки показывают, что пионный вклад заметно меньше нуклонного.

Перечислим основные предположения, сделанные в настоящем расчете. Во-первых, это пренебрежение затуханием квазичастиц и связанный с этим неучет  $\text{Im}\mathcal{F}$ . Другое важное приближение – предположение о независимости  $\mathcal{F}$  от частоты  $\omega$ . Кроме того, не рассмотрен вклад высших гармоник  $\mathcal{F}$  (который, впрочем, по оценкам очень мал). Некоторый перебор правила сумм для  $(\partial\Sigma/\partial\varepsilon)_0$  служит сигналом необходимости уточнения расчетной схемы. Мы думаем, что более точная

теория подтвердит основной результат данной работы: перенормировочный множитель  $Z$  функции Грина в ядерной материи может быть вычислен через ядерную функцию отклика и определяется в основном ее спин-изоспиновой модой.

Авторы благодарны А.Б.Кайдалову, Л.А.Кондратьюку и В.А.Ходелю за полезные обсуждения. Работа выполнена частично при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований 98-02-16979.

- 
1. А.Б.Мигдал, ЖЭТФ **32**, 399 (1957).
  2. Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский, *Статистическая физика*, ч.2, М.: Наука, 1978.
  3. А.Б.Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер*, М.: Наука, 1983.
  4. V.A.Khodel and E.E.Saperstein, Phys. Rep. **92**, 183 (1982).
  5. V.A.Khodel, E.E.Saperstein, and V.A.Zverev, Nucl. Phys. **A465**, 397 (1987).
  6. A.B.Migdal, E.E.Saperstein, M.A.Troitsky, and D.M.Voskresensky, Phys. Rep. **192**, 179 (1990).
  7. А.П.Платонов, Э.Е.Саперштейн, С.В.Толоконников, С.А.Фаянс, ЯФ **58**, 612 (1995).
  8. S.A.Fayans and D.Zawischa, Phys. Lett. **B363**, 12 (1995).
  9. И.Н.Борзов, С.В.Толоконников, С.А.Фаянс, ЯФ **40**, 1151 (1984).