

## СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ АТОМНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА, РАСПОЛОЖЕННОГО ВБЛИЗИ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕЙ КОНИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В.В.Климов<sup>1)</sup>

Физический Институт им.П.Н.Лебедева РАН  
117294 Москва, Россия

Поступила в редакцию 17 сентября 1998 г.

Анализируется ширина линии атома, расположенного вблизи идеально проводящего острия или внутри конической полости в идеальном проводнике. Показано, что влияние острия уменьшается по мере уменьшения угла его раствора. В то же время, ширина линии атома в конической полости может как сильно увеличиваться, так и сильно уменьшаться в зависимости от положения атома и угла раствора полости. Полученные результаты могут оказаться полезными при проектировании наноскопов ближнего поля со спектральной селективностью.

PACS: 32.70.Jz; 42.50.Ct

В настоящее время существует целый ряд работ, посвященных влиянию материальных тел на спонтанное излучение атома [1, 2]. Особенно активно обсуждается влияние диэлектрических микросфер и полостей на радиационное время жизни атома (см., например, [3, 4]). В то же время, основным элементом сканирующих микроскопов в настоящее время является игла (nanotip) и возникает вопрос о ее влиянии на время жизни атома, расположенного вблизи нее. В работе [5] были проведены численные расчеты влияния конического острия сложной формы на спонтанное излучение. Однако с теоретической точки зрения, насколько это известно автору, проблема ширины линии атома в присутствии конического острия или конической полости широко не обсуждалась. Целью настоящей заметки является рассмотрение этого вопроса. При этом, хотя для последовательного вычисления ширины линии требуется квантово-электродинамический подход, мы, в качестве первого приближения, рассмотрим излучение классического электрического диполя, электрический момент  $d_0$  и частота которого определяются обычным образом из квантовой механики. Такого рода подход, как известно, приводит к правильным результатам [1, 2].

В качестве первого шага в настоящей работе мы рассмотрим радиально ориентированный диполь, расположенный на оси конуса. Геометрия задачи показана на рис.1. В этом случае электрическое поле известно во всем пространстве [6]:

$$E_r = \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + k^2 U; \quad E_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 U}{\partial r \partial \theta}; \quad E_\varphi = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 U}{\partial r \partial \varphi},$$

$$U = 2i d_0 k \frac{r}{r_0} \sum_{n=1}^{\infty} P_{\nu_n}(\cos \theta) \frac{j_{\nu_n}(kr_0) h_{\nu_n}^{(1)}(kr)}{N_n}. \quad (1)$$

Здесь  $d_0$  – амплитуда колебаний дипольного момента,  $P_{\nu}$ ,  $j_{\nu}$ ,  $h_{\nu}^{(1)}$  – функции Лежандра и сферические функции Бесселя и Ханкеля [7],  $\nu_n$  – множество решений уравнения

<sup>1)</sup> e-mail: klimov@rim.phys.msu.su

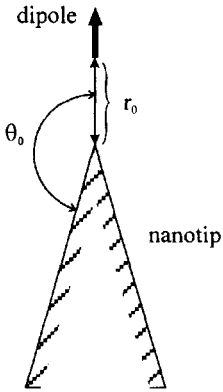


Рис.1. Геометрия задачи о спонтанном излучении атомного осциллятора вблизи конической поверхности

$P_{\nu_n}(\cos \theta_0) = 0$ , обеспечивающих соблюдение граничных условий,  $k = \omega/c$  – волновой вектор в свободном пространстве, а норма  $N_n$  имеет следующий вид:

$$N_n = \int_0^{\theta_0} \sin \theta d\theta (P_{\nu_n}(\cos \theta))^2 = -\frac{\nu_n}{2\nu_n + 1} P_{\nu_n - 1}(\cos \theta_0) \frac{\partial P_{\nu_n}(\cos \theta_0)}{\partial \nu_n}. \quad (2)$$

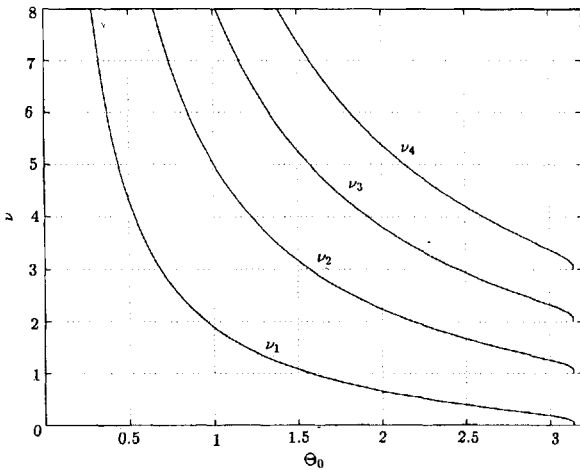


Рис.2. Зависимость некоторых корней уравнения  $P_{\nu_n}(\cos \theta) = 0$  ( $n = 1, 2, 3$ ) от угла раскрыва конической поверхности

На рис.2 показано поведение нескольких корней в зависимости от угла раскрыва конуса. При не слишком малых углах при вершине ( $\pi/6 < \theta < 5\pi/6$ ) для оценок корней и норм можно использовать приближенные формулы

$$\nu_n = \frac{\pi}{\theta} \left( n - \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{2} + \frac{\text{ctg} \theta}{8\pi n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

$$N_n = \frac{1}{2\nu_n + 1} (3/2 + 1/\pi) \left( \frac{\Gamma(\nu_n + 1)}{\Gamma(\nu_n + 3/2)} \right)^2.$$

Для вычисления ширины линии вычислим поток излучаемой энергии в волновой зоне. В этой зоне поле поперечно и достаточно вычислить лишь  $\theta$ -компоненту элек-

трического поля, которая принимает вид

$$E_{\theta} = -\frac{2d_0k}{r_0r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial P_{\nu_n}(\cos\theta)}{\partial\theta} \frac{j_{\nu_n}(kr_0)}{N_n} \exp\{i(kr - (\nu_n + 1)\pi/2)\}. \quad (4)$$

Подставляя это выражение в вектор Пойнтинга и используя соотношение ортогональности

$$\int_0^{\theta_0} \frac{\partial P_{\nu_n}(\cos\theta)}{\partial\theta} \frac{\partial P_{\nu_n'}(\cos\theta)}{\partial\theta} \sin\theta d\theta = \delta_{nn'} \nu_n(\nu_n + 1) N_n, \quad (5)$$

получим выражение для полной излучаемой энергии в единицу времени:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{ck^2 d_0^2}{r_0^2} \sum_n \frac{\nu_n(\nu_n + 1)}{N_n} j_{\nu_n}^2(kr_0). \quad (6)$$

Теперь, относя это выражение к мощности излучения такого же диполя в свободном пространстве

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_0 = \frac{cd_0^2}{3} k^4, \quad (7)$$

получим окончательное выражение для относительной ширины линии:

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{3}{(kr_0)^2} \sum_n \frac{\nu_n(\nu_n + 1)}{N_n} j_{\nu_n}^2(kr_0). \quad (8)$$

В случае  $\theta_0 = \pi/2$  коническая поверхность становится плоской и выражение для ширины линии приобретает более простой вид:

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{3}{(kr_0)^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n-1)2n(4n-1)j_{2n-1}^2(kr_0). \quad (9)$$

С помощью формулы сложения для функций Бесселя [7]

$$\frac{\sin\lambda R}{\lambda R} = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)j_n(\lambda r)j_n(\lambda\rho)P_n(\cos\theta), \quad (10)$$

$$R = \sqrt{r^2 + \rho^2 - 2r\rho\cos\theta}$$

ряд в (9) можно просуммировать, получая выражение

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = 1 - \frac{3\cos(2kr_0)}{(2kr_0)^2} + \frac{3\sin(2kr_0)}{(2kr_0)^3}, \quad (11)$$

которое, естественно, совпадает с выражением для ширины линии в присутствии проводящей плоскости [1].

В области малых расстояний от вершины конуса  $kr_0 \ll 1$  в выражении (8) основную роль играет лишь первый член

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} \approx \frac{3\pi}{16} \frac{\nu_1(\nu_1 + 1)}{N_1\Gamma^2(\nu_1 + 3/2)} \left(\frac{kr_0}{2}\right)^{2\nu_1-2}, \quad (12)$$

который при использовании приближенной формулы для нормы (3) принимает вид

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} \approx \frac{3\pi^2}{8(3\pi + 2)} \frac{\nu_1(\nu_1 + 1)(2\nu_1 + 1)}{\Gamma^2(\nu_1 + 1)} \left(\frac{kr_0}{2}\right)^{2(\nu_1-1)}, \quad (13)$$

$$\nu_1 = \frac{3\pi}{4\theta_0} - \frac{1}{2} + \frac{\text{ctg}\theta_0}{8\pi}.$$

В том случае, когда расстояние атома от острия нельзя считать малым, необходимо численное вычисление (8). Результаты вычислений показаны на рис.3. Анализ этого рисунка показывает, что коническое острие ( $\theta_0 > \pi/2$ ) сильно влияет на ширину линии (уширение) лишь при приближении атома к вершине. При уменьшении угла раствора ( $\theta_0 \Rightarrow \pi$ ) влияние острия обнаруживается лишь при все более и более близких к вершине расстояниях. Это означает, что, фактически, бесконечно острая игла не влияет на спонтанное излучение атома, расположенного на как угодно близком (но конечном) расстоянии от ее конца.

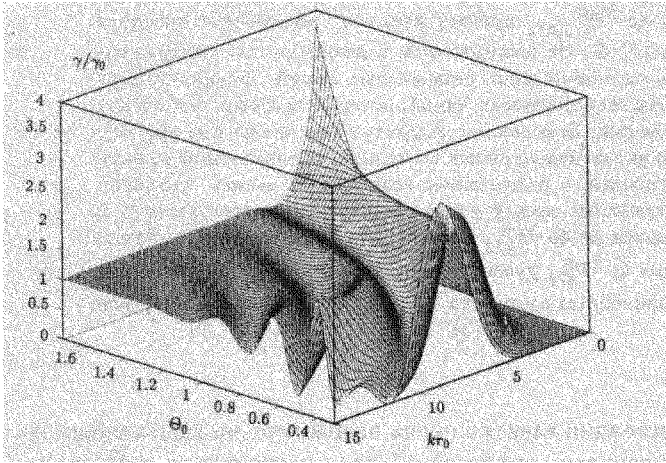


Рис.3. Зависимость относительной ширины линии радиально ориентированного диполя от его положения на оси и угла раствора конической поверхности

Более интересная картина встречается, когда атом расположен внутри конического острия (внутри нанотипа ( $\theta_0 < \pi/2$ )). В этом случае возникают интерференционные явления и ширина линии существенно зависит от параметров задачи. В некоторых точках она существенно увеличивается, а в некоторых существенно уменьшается. При приближении к вершине ширина линии стремится к нулю, так как из такой области излучение не может выйти вообще.

Полученные результаты легко обобщаются на случай произвольной ориентации диполя. Более трудная задача возникает при вычислении сдвига частоты атомного осциллятора, обусловленного конической поверхностью и учетом неидеальности отражающей поверхности. Эта задача будет рассмотрена в отдельной публикации.

Автор выражает благодарность Российскому фонду фундаментальных исследований за финансовую поддержку настоящей работы.

1. S.Haroche, *Cavity quantum electrodynamics*, In: *Fundamental Systems in Quantum Optics*, Elsevier Science Publishers B.V., 1992.
2. J.M.Wylie and J.E.Sipe, *Phys. Rev.* **A30**, 1185 (1984); **32**, 2030 (1985).
3. V.V.Klimov, M.Ducloy, and V.S.Letokhov, *J. Mod. Optics* **43**, 549 (1996).
4. V.V.Klimov, M.Ducloy, and V.S.Letokhov, *J. Mod. Optics* **43**, 2251 (1996).
5. C.Girard, O.J.F.Martin, and A.Dereux, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3098 (1995).
6. Л.А.Вайнштейн, *Электромагнитные волны*, М.: Радио и связь, 1988.
7. *Справочник по специальным функциям*, под ред. М.Абрамовича и И.Стигана, М.: Наука, 1979.