Письма в ЖЭТФ, том 68, вып.8, стр.638 - 642

МЕЗОСКОПИЧЕСКАЯ СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ В СУПЕРПРОСТРАНСТВЕ

А.Ф.Андреев

Институт физических проблем им.П.Л.Капицы РАН

117334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 24 сентября 1998 г.

В теории мезоскопической сверхпроводимости необходимо ввести наряду с x, y, z дополнительные физические характеристики (координаты) свободного пространства. Адекватное описание мезоскопической сверхпроводимости получено введением нерелятивистской версии грассмановых спинорных координат, рассматриваемых в суперсимметричных теориях поля и превращающих обычное пространство в суперпространство. Экспериментальная проверка сформулированного в работе описания сверхпроводящих и магнитных свойств металлических наночастиц позволяет получить прямое подтверждение концепции суперпространства.

PACS: 71.24.+q, 73.23.Ps

Ранее [1, 2] была продемонстрирована своеобразная природа сверхпроводимости в мезоскопических квантовых точках (mesoscopic quantum dot) (МКТ), то есть в системах большого числа электронов в условиях, когда температура, критическая температура сверхпроводящего перехода и другие характерные энергетические параметры значительно меньше разности энергий первого возбужденного и основного состояний системы при заданном числе частиц. В этих условиях степени свободы, связанные с движением частиц в пространстве, можно считать полностью вымерзшими. Фактически речь идет о металлических наночастицах типа реализованных Ралфом и др. [3]. Как отмечалось ранее [1,2], осуществимость сверхпроводящих состояний в МКТ означает изменение физических представлений о свойствах пространства-времени, поскольку сверхпроводящие состояния, вообще говоря, физически меняются при пространственных поворотах на угол 2π. Если обычные координаты x, y, z являются исчерпывающими характеристиками пространства, то поворот на угол 2π есть просто тождественное преобразование, под действием которого ничто не может физически измениться. Осуществимость мезоскопической сверхпроводимости требует, таким образом, введения дополнительных физических характеристик (координат) пространства. Альтернативная точка зрения, основанная на введении правил сверхотбора (superselection rules) [4], как показано ранее [1,2], является неудовлетворительной. Дополнительные координаты должны меняться при поворотах на угол 2π, чтобы сделать такие повороты физически отличающимися от тождественного преобразования. Они должны соответствовать, следовательно, спинорному представлению группы вращений.

Мы покажем ниже, что полностью адекватное описание мезоскопической сверхпроводимости получается, если ввести в качестве дополнительных координат нерелятивистскую версию грассмановых (антикоммутирующих) спинорных координат, вводимых в суперсимметричных теориях поля и превращающих обычное пространство в суперпространство (superspace). В МКТ осуществляются условия, в которых все степени свободы системы, кроме тех, которые соответствуют движению по дополнительным координатам, можно считать вымерзшими (frozen). Экспериментальная проверка сформулированного в настоящей работе количественного описания сверхпроводящих и магнитных свойств МКТ дала бы поэтому подтверждение концепции суперпространства путем по существу прямого экспериментального изучения динамики МКТ по дополнительным координатам.

1. Специфика термодинамического поведения МКТ заключается [1,2] в том, что изменение среднего числа электронов $\langle N \rangle$ при изменении их химического потенциала происходит в результате фазовых переходов I рода между фазами, характеризующимися различными целыми значениями N. Состояния, принадлежащие областям сосуществования различных фаз и характеризующиеся нецелым $\langle N \rangle$, являются сверхпроводящими. Общим свойством систем ферми-частиц является эффект четности (parity effect) (ЭЧ) – различие квазинепрерывных при большом N функций $E_e(N)$ и $E_o(N) > E_e(N)$, определяющих энергии основных состояний соответственно при четных и нечетных N. Запишем оператор N числа частиц в виде $N = N_e + n$, где N_e пробегает все четные значения, а $0 \leq n \leq 2$. При каждом N_e имеется три фазы: I, II, III с $n = 0, 1, 2$, соответственно. При небольшом ЭЧ имеется два критических значения химического потенциала $\mu_{c1}(N_e)$ и $\mu_{c2}(N_e)$, соответствующих фазовым переходам I $\to$ II и II $\to$ III и сосуществованию фаз (I,II) и (II,III). При увеличении ЭЧ величины μ_{c1} и μ_{c2} приближаются друг к другу, так что при некоторой определенной величине ЭЧ имеется тройная точка сосуществования одновременно всех трех фаз, в которой $\mu_{c1} = \mu_{c2}$. При еще большем ЭЧ имеется лишь одно критическое значение $\mu_c(N_e)$ перехода I $\to$ III и сосуществования фаз (I,III). Возможна ситуация (и она фактически реализуется экспериментально [5]), когда оба случая (два перехода при μ_{c1} и μ_{c2}, или один переход при μ_c для заданного N_e) реализуются в одной и той же системе при различных N_e. В такой системе имеется тройная точка при N_e, определяемом уравнением $\mu_{c1}(N_e) = \mu_{c2}(N_e)$.

2. Состояния фазы II с $n = 1$, то есть с нечетным числом электронов в отсутствие внешнего магнитного поля (см.[2]), являются магнитными. В простейшем случае они соответствуют полному спину системы, равному 1/2, хотя в принципе возможны и бо́льшие полуцелые значения 3/2 ,.... Сверхпроводящие состояния, в которых в качестве одной из сосуществующих фаз присутствует эта "однофермионная" фаза, физически изменяются при пространственных поворотах на угол 2π. В соответствии со сказанным выше, для их описания необходимо ввести наряду с x, y, z дополнительные грассмановы координаты θ_α, $\bar{\theta}^\alpha \equiv \theta^+_\alpha$, причем

$$\{\theta_\alpha, \theta_\beta\} = \{\bar{\theta}^\alpha, \theta_\beta\} = \{\bar{\theta}^\alpha, \bar{\theta}^\beta\} = 0,$$

где $\{..., ...\}$ – антикоммутатор, $\alpha = 1, 2$ – спинорный индекс.

Динамика системы по дополнительным координатам описывается квантовомеханическими операторами $a_\alpha, \bar{a}^\alpha = a^+_\alpha$, удовлетворяющими каноническим соотношениям

$$\{a_\alpha, a_\beta\} = \{\bar{a}^\alpha, \bar{a}^\beta\} = 0, \quad \{\bar{a}^\alpha, a_\beta\} = \delta^\alpha_\beta. \tag{1}$$

Преобразования группы $SU(2)$ спиновых вращений генерируются эрмитовыми операторами спина $\mathbf{s} = (1/2)a^+_\alpha \sigma_{\alpha\beta} a_\beta$, $\sigma_{\alpha\beta}$ – матрицы Паули. Калибровочные преобразования $a_\alpha \to a_\alpha e^{i\phi}$, ϕ – постоянная, генерируются инвариантным относительно

$SU(2)$ эрмитовым оператором $n = \bar{a}^{\alpha} a_{\alpha} = a_{\alpha}^{+} a_{\alpha}$, который следует отождествить с введенным выше оператором $n \equiv N - N_e$.

Важно подчеркнуть, что универсальное описание с помощью операторов a_{α} возможно только тогда, когда все "чисто бозевские" степени свободы системы полностью вымерзли. Например, если полный спин однофермионного ($n = 1$) состояния равен 3/2, то поскольку спин 3/2 есть комбинация спина 1/2 и бозевского спина 1, такое состояние является "недовымерзшим" по бозевским степеням свободы.

Операторы a_{α} и a_{α}^{+}, несмотря на соотношения (1), не являются, вообще говоря, операторами уничтожения и рождения каких-либо реальных частиц. Они представляют собой универсальные характеристики любой системы со средним числом фермионов, не являющимся четным целым числом, в условиях, когда бозевские степени свободы полностью вымерзли. Точно так же обычные канонически сопряженные операторы координаты и импульса описывают динамику системы по некоторой коллективной бозевской переменной в условиях, когда все другие степени свободы вымерзли. Операторы a_{α}, a_{α}^{+} являются, таким образом, обобщением операторов Паули $\sigma_{\alpha\beta}$ на случай, когда наряду с x, y, z имеются дополнительные координаты θ_{α}.

3. Гамильтониан нерелятивистской изолированной системы должен быть инвариантен относительно спиновых вращений $SU(2)$ и калибровочных преобразований. Наиболее общий такой гамильтониан имеет вид

$$H_0 = \xi_1 - \frac{1}{2}(3\xi_1 + \xi_2)\hat{n} + \frac{1}{2}(\xi_1 + \xi_2)\hat{n}^2, \tag{2}$$

где ξ_1, ξ_2 – постоянные. Начало отсчета энергии выбрано так, чтобы $E_0 = 0$ при $n = 1$, причем под энергией мы понимаем величину $E - \mu N$, имеющую в равновесии минимум при заданном μ.

В представлении чисел заполнения $|n_1, n_2\rangle$, где $n_1 = a_1^{+} a_1$, $n_2 = a_2^{+} a_2$, имеется четыре состояния $|0,0\rangle$; $|1,0\rangle$; $|0,1\rangle$; $|1,1\rangle$ с энергиями, равными соответственно $\xi_1, 0, 0, \xi_2$.

В общем случае система имеет невымерзшие при достаточно низких температурах степени свободы, если $\xi_1 > 0$ и $\xi_2 > 0$, то есть когда основному состоянию соответствует фаза II с $n = 1$. Наиболее общий зависящий от операторов $a_{\alpha}, a_{\alpha}^{+}$ гамильтониан, который имеет переходы только между вырожденными в изолированной системе состояниями $|1,0\rangle$ и $|0,1\rangle$, имеет вид

$$H_B = -\mu_B \mathbf{B} a_{\alpha}^{+} \sigma_{\alpha\beta} a_{\beta}. \tag{3}$$

Здесь μ_B – эффективный магнитный момент, который для системы нерелятивистских электронов равен магнетону Бора, $\mathbf{B}$ – действующее на систему магнитное поле. Это может быть внешнее поле или эффективное внутреннее поле в системе МКТ+контакты (см. [2]), обусловливающие магнетизм фазы II в отсутствие внешнего поля. В рассмотренном общем случае, таким образом, речь может идти лишь о чисто спиновых степенях свободы.

4. Вблизи тройной точки сосуществования фаз имеем $\xi_1 \to 0$, $\xi_2 \to 0$ и все четыре состояния имеют близкие энергии. Наиболее общий гамильтониан имеет вид

$$H = H_0 + H_B + H_{\Delta} + H_{\varphi} + H_{\psi}, \tag{4}$$

где

$$H_{\Delta} = (1/2)\Delta^{\alpha} a_{\alpha} + hc, \quad H_{\varphi} = \varphi^{\alpha} n a_{\alpha} + hc, \quad H_{\psi} = \psi a_2 a_1 + hc.$$

Здесь, как и выше, величины $\Delta^\alpha, \varphi^\alpha, \psi$ могут быть эффективными внутренними полями в системе МКТ+контакты (см.[1,2] и ниже), обусловливающими сверхпроводимость с парным "конденсатом" (ψ) или с одноэлектронным "конденсатом" (Δ и φ). Эти величины могут быть также "полями близости" (proximity fields) со стороны сверхпроводников соответствующего типа с более высокими значениями критических параметров, соединенных с рассматриваемой МКТ посредством туннельного контакта. Полем φ^α можно пренебречь, поскольку оно имеет ту же симметрию, что и Δ^α, но обусловлено маловероятными процессами многочастичного туннелирования. По этой же причине поле Δ^α, если оно отлично от нуля, более существенно, чем ψ.

Гамильтониан (4) является обобщением гамильтониана Паули (3) на малую окрестность тройной точки, где координаты θ_α почти в полной мере свободны.

Поскольку Δ^α при спиновых вращениях преобразуется как спинор 1 ранга, выбором направления оси z всегда можно добиться того, что $\Delta^2 = 0$. После этого путем соответствующего вращения вокруг оси z можно сделать $\Delta^1 \equiv \Delta$ положительным. Полагая $\varphi^\alpha = \psi = 0$ и переходя к матричному представлению, в котором собственные состояния $|n_1 n_2\rangle$ записываются в виде вертикальных столбцов

$$|0,0\rangle = (1000)^T, \quad |1,0\rangle = (0100)^T, \quad |0,1\rangle = (0010)^T, \quad |1,1\rangle = (0001)^T,$$

где T – символ транспонирования, запишем гамильтониан в виде матрицы:

$$H = \begin{pmatrix} \xi_1 & \Delta/2 & 0 & 0 \\ \Delta/2 & -\Gamma_z & -\Gamma_t^* & 0 \\ 0 & -\Gamma_t & \Gamma_z & \Delta/2 \\ 0 & 0 & \Delta/2 & \xi_2 \end{pmatrix}, \tag{5}$$

где $\mathbf{\Gamma} = \mu_B \mathbf{B}$, $\Gamma_t = \Gamma_x + i\Gamma_y$.

Простые формулы для уровней энергии гамильтониана (5) легко получить в предельном случае $|\xi| \gg \eta, \Gamma$, где величины ξ и η определены формулами $\xi_{1,2} = \xi \pm \eta/2$. Имеем

$$\begin{aligned} E_{1,2} &= -\frac{v\Delta}{2u} \mp (\Gamma^2 u^4 - \Gamma_z \eta u^2 v^2 + \frac{\eta^2}{4} v^4)^{1/2}, \\ E_{3,4} &= \frac{u\Delta}{2v} \mp (\Gamma^2 v^4 - \Gamma_z \eta u^2 v^2 + \frac{\eta^2}{4} u^4)^{1/2}, \end{aligned} \tag{6}$$

где $E_1 < E_2 < E_3 < E_4$, $u > 0$, $v > 0$,

$$u^2 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\xi}{\sqrt{\Delta^2 + \xi^2}}\right), \quad v^2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\xi}{\sqrt{\Delta^2 + \xi^2}}\right).$$

Приведем еще выражение для спонтанного магнитного момента основного состояния $M_z = -\mu_B \partial E_1 / \partial \Gamma_z$ при $\mathbf{\Gamma} \to 0$:

$$M_z = -\mu_B \frac{\eta}{|\eta|} u^2.$$

Основное состояние, таким образом, является одновременно сверхпроводящим и ферромагнитным.

Предположим теперь, что Δ есть внутреннее эффективное поле. Дело в том, что в области, соответствующей МКТ, некогерентные процессы рассеяния отдельных электронных квазичастиц контактов на МКТ, приводящие к диффузионному разрушению сверхпроводящей фазы, пренебрежимо малы по сравнению с когерентным эффектом близости. Возникновение эффективного поля Δ увеличивает энергию контактов (сравни [1,2]), так что энергия основного состояния системы МКТ+контакты равна

$$E_1(\Delta) + \frac{1}{4\xi_0}\Delta^2, \tag{7}$$

где ξ_0 – положительная постоянная, $E_1(\Delta)$ – энергия основного состояния (6). Минимизируя выражение (7) по Δ, в пренебрежении всеми малыми членами, находим $\Delta = \sqrt{\xi_0^2 - \xi^2}$. Точки $\xi = \pm\xi_0$ соответствуют фазовым переходам в сверхпроводящее и одновременно магнитное состояние.

5. Предельный случай $\xi_2 \gg \xi_1$, Γ, Δ соответствует малой окрестности критической точки $\mu = \mu_{c1}$ фазового перехода I $\to$ II и сосуществования двух фаз I и II. Состояние $|1,1\rangle$, соответствующее фазе III, отделено от трех других большим энергетическим барьером. Эффективный гамильтониан, имеющий матричные элементы переходов только между тремя почти вырожденными состояниями, получается из (5) вычеркиванием последних строки и столбца.

При малых $\mathbf{\Gamma}$ энергии трех состояний равны ($E_1 < E_2 < E_3$, $\xi \equiv \xi_1$):

$$E_1 = \xi - \frac{\Delta u}{2v} - u^2\Gamma_z, \quad E_2 = \Gamma_z, \quad E_3 = \xi + \frac{\Delta v}{2u} - v^2\Gamma_z. \tag{8}$$

Спонтанный магнитный момент основного состояния при $\mathbf{\Gamma} \to 0$ равен $M_z = \mu_B u^2$.

Если Δ есть, как и выше, внутреннее поле системы МКТ+контакты, его равновесное значение должно определяться путем минимизации выражения (7) с $E_1(\Delta)$ из (8). При $\xi_c = \pm\xi_0 + \Gamma_z$ имеют место фазовые переходы в сверхпроводящее и одновременно магнитное состояние.

В заключение подчеркнем, что экспериментальная проверка формул (6) и (8) для энергетического спектра МКТ, как и формул для положения точек фазовых переходов, была бы в то же время экспериментальной проверкой концепции суперпространства.

Данная работа явилась результатом визита автора в Лабораторию низких температур Технического университета Хельсинки. Выражаю благодарность M.Krusius и M.Paalanen за организацию визита и полезные обсуждения.

1. А.Ф.Андреев, Письма в ЖЭТФ **63**, 963 (1996); **64**, 618 (1996).
2. А.Ф.Андреев, УФН **168**, 655 (1998).
3. D.C.Ralph, C.T.Black, and M.Tinkham. Phys. Rev. Lett. **74**, 3241 (1995); **76**, 688 (1996); **78**, 4087 (1997).
4. G.C.Wick, A.S.Wightman, and E.P.Wigner, Phys. Rev. **88**, 101 (1952).
5. M.T.Tuominen, J.M.Hergenrother, T.S.Tighe et al., Phys. Rev. Lett. **69**, 1997 (1992).