

ФРАКТАЛЬНАЯ СТРУКТУРА КРИВОЙ ФАЗОВОГО РАВНОВЕСИЯ СИСТЕМЫ ИЗ ДВУХ ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ МАГНИТНЫХ МОМЕНТОВ

Ф.В.Лисовский¹⁾, О.П.Поляков⁺

Институт радиотехники и электроники РАН
141120 Фрязино, Московская область, Россия

⁺Московский государственный университет им.М.В.Ломоносова
119899 Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 сентября 1998 г.

Методами численного анализа обнаружена фрактальная структура кривой фазового равновесия системы из двух взаимодействующих магнитных моментов в присутствии однородного низкочастотного поля подмагничивания. Установлено, что с ростом частоты кривая фазового равновесия становится гладкой; для этого случая получено аналитическое решение динамических уравнений, хорошо описывающее результаты численных расчетов.

PACS: 75.70.Kw

В настоящее время достоверно установлена возможность динамической самоорганизации распределения вектора намагниченности в тонких пленках одноосных магнетиков под действием пульсирующего биполярного или монополярного поля подмагничивания (см. приоритетные публикации [1–4], а также обобщающие работы [5–8] и приведенную в них библиографию). Происходящие при этом процессы относятся либо к неравновесным фазовым переходам (ФП) типа "простой хаос" → "кираль-ный хаос" с образованием спиральных доменов [1–3, 5, 6], либо к ФП типа "простой хаос" → "порядок", при которых наблюдается преобразование исходной лабиринтной доменной структуры в упорядоченные бипериодические массивы с различными мотивообразующими элементами и различными ячейками Браве [4, 7, 8]. Теоретический анализ явлений такого рода наталкивается на значительные трудности в связи с тем, что уравнение Ландау—Лифшица, описывающее эволюцию распределения вектора намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{r})$, в общем случае не имеет аналитического решения даже в рамках "детерминистского" подхода. Поэтому для выяснения фундаментальных причин возникновения самоорганизации в магнетиках необходимо предельное упрощение соответствующих теоретических моделей.

Нами была рассмотрена система, состоящая из двух точечных магнитных диполей с моментами \mathbf{p}_1 и \mathbf{p}_2 ($|\mathbf{p}_1| = |\mathbf{p}_2|$), расположенными соответственно в точках \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 , где $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 = a\mathbf{e}_z$. Известно (см. например, [9]), что в отсутствие внешних воздействий основному состоянию такой системы, которое является двукратно вырожденным, отвечает параллельная ориентация дипольных моментов, то есть возможны две конфигурации: либо $\mathbf{p}_{1,2} = +p_{1,2}\mathbf{e}_z$ – состояние I, либо $\mathbf{p}_{1,2} = -p_{1,2}\mathbf{e}_z$ – состояние II. Выбор одной из двух возможных конфигураций сопряжен со спонтанным нарушением симметрии; в реальной ситуации он определяется направлением и

¹⁾ e-mail: lisf@dataforce.net

величиной случайных или преднамеренных отклонений векторов дипольных моментов от состояния равновесия в начальный момент времени.

Временная эволюция векторов дипольных моментов $\mathbf{p}_{1,2}$ с учетом диссипативного члена Гильберта описывается уравнением [10]

$$\frac{d\mathbf{p}_{1,2}}{dt} = -\gamma \left[\mathbf{p}_{1,2} \frac{\delta w}{\delta \mathbf{p}_{1,2}} \right] + \frac{\alpha}{p_{1,2}} \left[\mathbf{p}_{1,2} \frac{\partial \mathbf{p}_{1,2}}{\partial t} \right], \quad (1)$$

где w – полная энергия системы, α – параметр затухания, γ – гироманнитное отношение. Для выбранной модели вклад в w дают только зееманова и магнитостатическая энергия, то есть

$$w = -(\mathbf{p}_1 \mathbf{H}_1) - (\mathbf{p}_2 \mathbf{H}_2), \quad (2)$$

где $\mathbf{H}_1 = \mathbf{H} + \mathbf{H}^{(21)}$, $\mathbf{H}_2 = \mathbf{H} + \mathbf{H}^{(12)}$, \mathbf{H} – напряженность внешнего магнитного поля, $\mathbf{H}_d^{(21)}$ ($\mathbf{H}_d^{(12)}$) – напряженность дипольного поля, действующего на первый (второй) магнитный момент со стороны второго (первого) магнитного момента.

Для гармонического внешнего поля $\mathbf{H} = \mathbf{e}_z H_0 \sin(\omega t)$ уравнение (1) сводится к следующей системе уравнений для сферических координат $\theta_{1,2}$ и $\phi_{1,2}$ векторов $\mathbf{p}_{1,2}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_{1,2}}{\partial \tau} = & a_{p_{2,1}} [\sin(\phi_{1,2} - \phi_{2,1})] - \alpha a_H \sin \theta_{1,2} \sin \tau + \\ & + \alpha a_{p_{2,1}} [-\alpha \sin \theta_{1,2} \cos \theta_{2,1} - \cos(\phi_{1,2} - \phi_{2,1}) \cos \theta_{1,2} \sin \theta_{2,1}], \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_{1,2}}{\partial \tau} = & \frac{1}{\sin \theta_{1,2}} \{ \alpha a_{p_{2,1}} [\sin(\phi_{1,2} - \phi_{2,1})] \sin \theta_{2,1} + \alpha_H \sin \theta_{1,2} \sin \tau - \\ & - a_{p_{2,1}} [-2 \sin \theta_{1,2} \cos \theta_{2,1} - \cos(\phi_{1,2} - \phi_{2,1}) \cos \theta_{1,2} \sin \theta_{2,1}] \}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\tau = \omega t$, $a_{p_{1,2}}$, a_H – безразмерные параметры, определяемые выражениями

$$a_{p_{1,2}} = \frac{\gamma p_{1,2}}{(1 + \alpha^2) \omega a^3}, \quad a_H = \frac{\gamma H_0}{(1 + \alpha^2) \omega}.$$

Анализ уравнений (3),(4) позволяет сделать следующие выводы.

1. При любых фиксированных значениях параметров $a_{p_{1,2}}$ и a_H система при $t \rightarrow \infty$ эволюционирует (в зависимости от выбранных начальных условий $\theta_{1,2}^{(0)} = \theta_{1,2}(t=0)$ и $\phi_{1,2}^{(0)} = \phi_{1,2}(t=0)$) к одному из двух возможных состояний равновесия с $\mathbf{p}_{1,2} = +p_{1,2} \mathbf{e}_z$ или $\mathbf{p}_{1,2} = -p_{1,2} \mathbf{e}_z$, то есть имеет два аттрактора типа "фокус".

2. Если зееманова энергия значительно превышает энергию магнитостатического взаимодействия диполей ($a_H \gg a_{p_{1,2}}$), то уравнение (3) сводится к виду

$$\partial \theta_{1,2} / \partial \tau = -\alpha a_H \sin \theta_{1,2} \sin \tau$$

и имеет аналитическое решение:

$$\ln \left(\operatorname{tg} \frac{\theta_{1,2}}{2} / \operatorname{tg} \frac{\theta_{1,2}^{(0)}}{2} \right) = \alpha a_H (\cos \tau - 1). \quad (5)$$

Из простых симметричных соображений следует, что для статического случая в отсутствие внешнего магнитного поля в точке фазового равновесия между состояниями I и II углы θ_1 и θ_2 удовлетворяют соотношению

$$\theta_1 + \theta_2 = \pi,$$

причем магнитные моменты диполей ориентируются параллельно e_z при $\theta_1 + \theta_2 < \pi$ и антипараллельно e_z при $\theta_1 + \theta_2 > \pi$.

Если предположить, что такая же ситуация имеет место и в динамическом случае, когда углы $\theta_{1,2}$ являются функциями времени, то есть использовать адиабатическое приближение, то из уравнений (5) следует, что

$$\operatorname{tg} \frac{\theta_{1cr}^{(0)}}{2} = \operatorname{tg} \frac{\pi - \theta_2^{(0)}}{2} \exp\left(-\frac{2\alpha}{\Omega}\right), \quad (6)$$

где $\Omega = 1/a_H$ – безразмерная частота внешнего магнитного поля, а $\theta_{1cr}^{(0)}$ – критическое значение угла $\theta_1^{(0)}$, соответствующего точке фазового равновесия для выбранного значения $\theta_2^{(0)}$ (для $t \rightarrow \infty$ при $\theta_1^{(0)} < \theta_{1cr}^{(0)}$ система переходит в состояние I, а при $\theta_1^{(0)} > \theta_{1cr}^{(0)}$ – в состояние II).

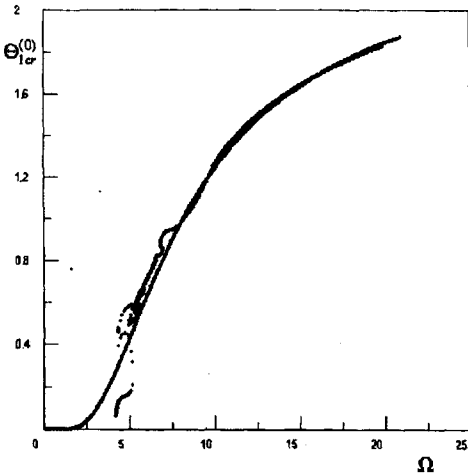


Рис.1. Кривые фазового равновесия для рассматриваемого неравновесного ФП на плоскости (Ω, θ_1) и $\alpha = 0.3$; $\theta_2^{(0)} = \pi/4$. Сплошная линия – адиабатическое приближение, точки – точное численное решение уравнений (3) и (4) для $\phi_1^{(0)} = \phi_2^{(0)} = \pi/4$

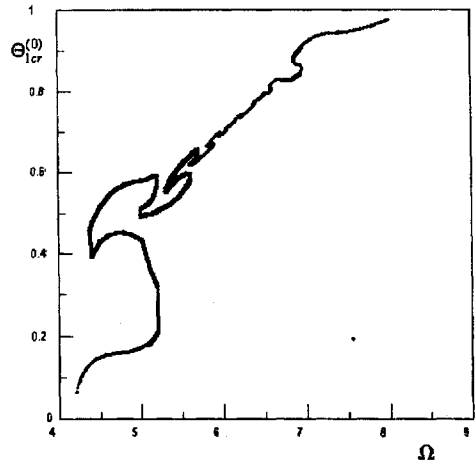


Рис.2. Часть кривой фазового равновесия (точное решение), показанной на рис.1

Кривая фазового равновесия для рассматриваемого неравновесного ФП на плоскости (Ω, θ_1) и $\alpha = 0.3$, $\theta_2^{(0)} = \pi/4$ представлена на рис. 1. При $\Omega \rightarrow \infty$ значение $\theta_{1cr}^{(0)}$ асимптотически стремится к $3\pi/4$ (в полном соответствии с выводами, основанными на аналогии со статическим случаем). При снижении нормированной частоты критическое значение $\theta_{1cr}^{(0)}$ монотонно убывает (формально – до нуля при $\Omega = 0$), однако следует иметь в виду, что в области малых нормированных частот (то есть больших амплитуд переменного магнитного поля) адиабатическое приближение неприменимо и необходимо точное решение системы динамических уравнений (3) и (4).

3. Точное численное решение уравнений (3) и (4), например, для случая $\alpha = 0.3$; $\theta_2^{(0)} = \pi/4$ и $\phi_1^{(0)} = \phi_2^{(0)}$ дает кривую фазового равновесия $\theta_{1cr}^{(0)} = f(\Omega)$, построенную на рис. 1 (точки); часть этой кривой в более крупном масштабе приведена на рис. 2.

В области высоких частот точное решение приводит к результатам, хорошо согласующимся с предсказаниями аналитической теории, основанной на использовании адиабатического приближения. В диапазоне малых частот кривая фазового равновесия для точного решения имеет тонкую, изрезанную структуру сложного характера и обладает областью скейлинга или самоподобия, характерной для фрактальных объектов.

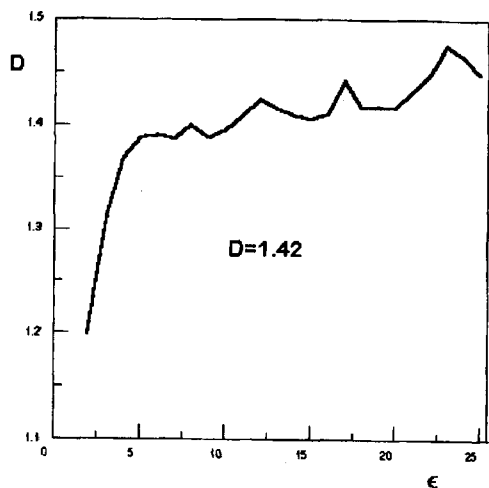


Рис.3. Зависимость фрактальной размерности D от величины ребра гиперкуба ϵ для кривой фазового равновесия, показанной на рис. 1 и 2 (точное решение)

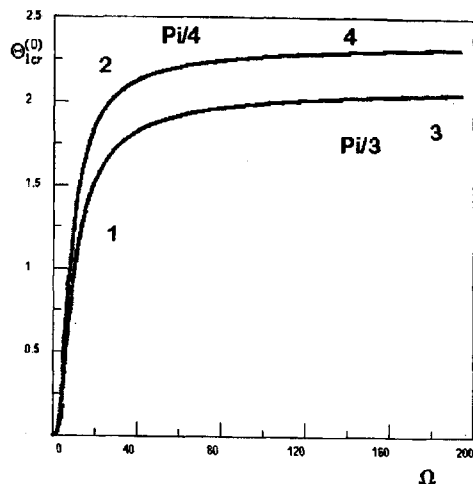


Рис.4. Кривые фазового равновесия на плоскости (Ω, θ_1) , соответствующие точному численному решению уравнений (3), (4) и адиабатическому приближению для $\alpha = 0.3$, $\phi_1^{(0)} = \phi_2^{(0)} = \pi/4$; 1, 3 - $\theta_2^{(0)} = \pi/3$; 2, 4 - $\theta_2^{(0)} = \pi/4$

4. Для определения фрактальной размерности кривой фазового равновесия применялся метод Хаусдорфа – Безикевича [11]. Используемую процедуру иллюстрирует рис. 3, на котором изображена зависимость фрактальной размерности D от величины ребра гиперкуба ϵ . Видно, что кривая фазового равновесия в области малых частот действительно обладает скейлингом, а ее фрактальная размерность составляет $D = 1.42$.

5. Описанные выше закономерности поведения рассматриваемой динамической системы наблюдаются и при других начальных условиях. Для примера на рис. 4 изображены кривые фазового равновесия для $\alpha = 0.3$, $\theta_2^{(0)} = \pi/3$, $\phi_1^{(0)} = \phi_2^{(0)} = \pi/4$ (1 – точное решение, 3 – адиабатическое приближение) для широкого интервала изменения нормированной частоты Ω . Там же для удобства сопоставления приведены аналогичные зависимости (2 – точное решение, 4 – адиабатическое приближение) и для значения $\theta_2^{(0)} = \pi/4$, к которому относятся рис. 1 и 2.

Выполненные исследования показывают, что рассмотренная простая модель магнитной системы с сосредоточенными параметрами обладает многими особенностями, характерными для сложных открытых неравновесных распределенных систем. В частности, наблюдаемый в экспериментах [6, 7] характер неравновесных фазовых переходов от одной синергетической структуры к другой имеет качественную аналогию с поведением рассмотренной модели (возникновение упорядочения и фрактало-

подобных структур при малой частоте внешнего поля и их исчезновение при увеличении частоты, большая чувствительность к изменению любого параметра системы и внешнего поля и др.). Все это свидетельствует об общей природе динамической самоорганизации в различных открытых неравновесных системах.

В заключение заметим, что необходимость привлечения аппарата фрактальной геометрии для адекватного описания явлений при равновесных и неравновесных ФП уже давно была осознана физиками. Классическим примером является гипотеза о фрактальной природе критического состояния, лежащая в основе метода ренормгрупп. На возникновение статических фракталоподобных доменных границ в тонких одноосных магнитных пленках при увеличении толщины последних сверх некоторого критического значения было недавно обращено внимание в работе [12]. В рассмотренном нами примере мы сталкиваемся, однако, с принципиально новым феноменом – возможностью фрактализации кривых фазового равновесия.

Авторы выражают признательность Л.И.Антонову за обсуждение работы и полезные советы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект #96-02-16082-а).

-
1. Г.С.Кандаурова, А.Э.Свидерский, Письма в ЖЭТФ **47**, 410 (1988).
 2. Г.С.Кандаурова, ДАН СССР **308**, 1364 (1989).
 3. Ф.В.Лисовский, Е.Г.Мансветова, ФТТ **31**, 273 (1989).
 4. Ф.В.Лисовский, Е.Г.Мансветова, Письма в ЖЭТФ **55**, 34 (1992).
 5. Г.С.Кандаурова, А.Э.Свидерский, ЖЭТФ **97**, 1218 (1990).
 6. И.Е.Дикштейн, Ф.В.Лисовский, Е.Г.Мансветова, ЖЭТФ **100**, 1606 (1991).
 7. Ф.В.Лисовский, Е.Г.Мансветова, Е.П.Николаева, А.В.Николаев, ЖЭТФ **103**, 213 (1993).
 8. Ф.В.Лисовский, Е.Г.Мансветова, Ч.М.Пак, ЖЭТФ **108**, 2031 (1995).
 9. Л.И.Антонов, Л.Г.Деденко, А.Н.Матвеев, *Методика решения задач по электричеству*, М.: Наука, 1982.
 10. С.В.Вонсовский, *Магнетизм*, М.: Наука, 1971.
 11. П.Берже, И.Помо, К.Видал, *Порядок в хаосе*, пер. с франц., М.: Мир, 1991. (Pierre Berge, Yves Pomeau, Christian Vidal, *L'Ordre dans le chaos*, Hermann, Editeurs des sciences et des arts.)
 12. И.Е.Дикштейн, Д.В.Кузнецов, Ф.В.Лисовский и др. В сб.: *Тезисы докладов XVI международной школы-семинара "Новые магнитные материалы микроэлектроники"*, М.: МГУ, 1998, с. 519.