Письма в ЖЭТФ, том 63, вып.10, стр.792 - 796 © 1996г. 25 мая

МАГНИТОУПРУГАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ ДАЛЬНЕГО МАГНИТНОГО ПОРЯДКА В ДВУМЕРНЫХ ЛЕГКОПЛОСКОСТНЫХ МАГНЕТИКАХ

Б.А.Иванов, Е.В.Тартаковская

Институт магнетизма НАН Украины
252142 Киев, Украина

Поступила в редакцию 25 декабря 1995 г.
После переработки 16 апреля 1996 г.

Показано, что в истинно двумерных легкоплоскостных магнетиках типа магнитных пленок Ленгмюра-Блодже последовательный учет магнитоупругого взаимодействия приводит к стабилизации дальнего магнитного порядка при низких температурах. Механизм установления дальнего порядка не связан с корневой модификацией закона дисперсии спиновых волн.

PACS: 75.10.-b

Еще в 1930 г. Блох отметил невозможность существования дальнего магнитного порядка (ДМП) в двумерном (2D) изотропном ферромагнетике при конечных температурах [1]. Действительно, в гейзенберговском ферромагнетике при $k \to 0$ частота спиновых волн $\omega \propto k^2$ и интеграл

$$< \Delta M > \propto \int_0^\infty kdkN(\hbar\omega),$$

где $N(\epsilon) = [\exp(\epsilon/T) - 1]^{-1}$, T - температура в энергетических единицах, определяющий среднюю флуктуацию магнитного момента вдоль его равновесного направления, расходится на нижнем пределе. В дальнейшем отсутствие ДМП было строго доказано (теорема Мермина - Вагнера, [2,3]) для 2D изотропных и легкоплоскостных магнетиков. В легкоплоскостных магнетиках $\omega \propto k$, но в интеграле, определяющем $< \Delta M >$, появляется дополнительный множитель $D(k) \sim 1/\omega(k)$, связанный с $U - V$-преобразованием, см. ниже. Березинский [4], Костерлиц и Таулес [5] (БКТ) показали, что в 2D легкоплоскостных магнетиках может существовать только квазидальний порядок при температурах $T < T_{\text{БКТ}}$, где $T_{\text{БКТ}} \approx \pi s^2 J$ - температура перехода, J - обменный интеграл, s - спин.

Малеев показал [6], что учет магнитного дипольного взаимодействия в 2D ферромагнетиках приводит к корневому закону дисперсии магнонов $\omega \propto \sqrt{k}$ при малых k. Это свидетельствует о сходимости интеграла для $< \Delta M >$ и о стабилизации ДМП при $T < T_c$, где температура фазового перехода $T_c \ll J$. Далее такой анализ проводился для различных 2D ферромагнетиков [7-9].

Мы покажем, что учет взаимодействия магнитной подсистемы с упругими колебаниями решетки вызывает стабилизацию ДМП в истинно 2D системах, например, пленках, не связанных с подложкой, в которых нет корневой модификации закона дисперсии магнонов. Имея в виду пленки Ленгмюра - Блодже типа стеарата марганца [10], проявляющие антиферромагнитные (АФМ) свойства, рассмотрим легкоплоскостные АФМ. Аналогичные результаты получаются и для легкоплоскостных ферромагнетиков.

1. Лагранжиан системы запишем в виде трех слагаемых:

$$L = L_m + L_e - h\int\int dxdyE_{me}. \quad (1)$$

Здесь L_m и L_e – лагранжианы невзаимодействующих магнитной и упругой подсистем, соответственно, E_{me} – плотность энергии магнитоупругого взаимодействия, (x, y) – плоскость пленки, совпадающая с легкой плоскостью, h – толщина пленки.

Лагранжиан L_m для 2D легкоплоскостных АФМ может быть записан в терминах известной σ-модели для единичного вектора АФМ $\mathbf{l}$ [11]:

$$L_m = \int\int dxdy\left\{A\left[\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t}\right)^2 - (\nabla \mathbf{l})^2\right] - Kl_z^2\right\}, \quad (2)$$

где $A \approx sJ$ и $K > 0$ – константы неоднородного обмена и анизотропии, соответственно, c – скорость спиновых волн, $\mathbf{l} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)/2M_0$, $\mathbf{M}_1$ и $\mathbf{M}_2$ – намагниченности подрешеток, $M_0 = |\mathbf{M}_{1,2}|$. Введем угловые переменные $l_z = \cos\theta$, $l_x + il_y = \sin\theta e^{i\varphi}$. Полагая в основном состоянии $\theta = \pi/2$, $\varphi = 0$ и интересуясь малыми флуктуациями, запишем $\vartheta = \pi/2 - \theta$, $\vartheta, \varphi \ll 1$. Введем канонические импульсы P_ϑ, P_φ, в квадратичном приближении $P_\vartheta = m(\partial\vartheta/\partial t)$, $P_\varphi = m(\partial\varphi/\partial t)$, $m = 2A/c^2$.

Переменные (ϑ, φ) и (P_ϑ, P_φ) стандартным образом выражаются через операторы рождения и уничтожения A_k^+, A_k и a_k^+, a_k, например,

$$\varphi = \sqrt{\frac{\hbar}{2mS}}\sum_{\mathbf{k}}\frac{\exp(i\mathbf{kr})}{\sqrt{\omega_k}}(a_{-k}^+ + a_k), \qquad P_\varphi = i\sqrt{\frac{\hbar m}{2S}}\sum_{\mathbf{k}}\sqrt{\omega_k}(a_{-k}^+ - a_k)\exp(i\mathbf{kr}).$$

Соответствующая часть гамильтониана магнитной подсистемы, квадратичная по ϑ и φ, в терминах A_k, a_k принимает канонический вид:

$$H_m = \sum_k \hbar\Omega_k A_k^+ A_k + \sum_k \hbar\omega_k a_k^+ a_k.$$

Здесь $\hbar$ – постоянная Планка, S – площадь пленки, $\Omega_k = c\sqrt{k^2 + K/A}$ и $\omega_k = ck$ – частоты двух ветвей спиновых волн АФМ без учета магнитоупругой связи. Легко видеть, что среднеквадратичная флуктуация $\mathbf{l}$ вдоль равновесного направления $\mathbf{l}^{(0)} = \mathbf{e}_x$, имеет вид $< \Delta l_x > = < \varphi^2 > + < \vartheta^2 >$. Величина $< \vartheta^2 > \approx (4\pi A)^{-1}T\ln(T/\hbar\Omega_0)$ конечная, но интеграл, определяющий

$$< \varphi^2 > \propto \int_0^\infty kdk(1/\omega_k)N(\hbar\omega_k),$$

без учета магнитоупругой связи расходится при $k \to 0$.

Лагранжиан для изотропной упругой плоскости запишем в виде [12]

$$L_e = h\int\int dxdy\left(\frac{\rho}{2}\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}\right)^2 - E_e\right), \quad (3)$$

где ρ – плотность вещества. Энергию упругих смещений E_e выразим через компоненты тензора деформаций $u_{ij} = (1/2)(\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i)$:

$$E_e = \frac{E}{2(1-\sigma^2)}[u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + 2\sigma u_{xx}u_{yy} + 2(1-\sigma)u_{xy}^2], \tag{4}$$

где E – модуль Юнга, σ – коэффициент Пуассона. Магнитоупругую энергию достаточно выбрать в простейшем виде:

$$E_{me} = \lambda M_0^2[l_x^2 u_{xx} + l_y^2 u_{yy} + 2l_x l_y u_{xy}], \tag{5}$$

где λ – константа магнитострикции.

Основное состояние системы (1) можно найти из условия минимума энергии [13]. В силу изотропности легкой плоскости можно считать, что равновесное значение вектора $\mathbf{l} = \mathbf{l}^{(0)} = \mathbf{e}_x$, и минимизировать функционал $W = h\int\int dxdy(E_e + E_{me})$. Тогда для равновесных деформаций получаем

$$u_{xy}^{(0)} = 0, \quad u_{xx}^{(0)} = -\lambda M_0^2/E, \quad u_{yy}^{(0)} = \lambda M_0^2\sigma/E. \tag{6}$$

2. Рассмотрим связанные колебания переменных $\Delta\mathbf{l} = \mathbf{l} - \mathbf{l}^{(0)}$ и $\Delta u_{ij} = u_{ij} - u_{ij}^{(0)}$, где $\mathbf{l} = \mathbf{l}^{(0)} = \mathbf{e}_x$, $u_{ik}^{(0)}$ определяется формулами (6). Вектор $\mathbf{u}$ представим в виде суммы продольной и поперечной частей: $\mathbf{u} = \mathbf{u}_l + \mathbf{u}_t$, где $\operatorname{div}\mathbf{u}_t = 0$, $\operatorname{rot}\mathbf{u}_l = 0$. Рассмотрим вначале поперечные звуковые волны, закон дисперсии которых претерпевает более сильную модификацию, чем отвечающий продольному звуку, превращаясь при некотором направлении $\mathbf{k}$ из линейного по k в квадратичный [13]. Подставим в (3) – (5)

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_l = \sqrt{\frac{\hbar}{2Sh\rho}}\sum_{\mathbf{k}}\frac{\mathbf{e}_k}{\sqrt{s_t k}}(b_k^+ e^{-i\mathbf{kr}} + b_k e^{i\mathbf{kr}}),$$

где b_k^+, b_k – операторы рождения и уничтожения фононов, $s_t = [E/2\rho(1+\sigma)]^{1/2}$ – скорость поперечного звука в 2D среде, $\mathbf{e}_k$ – вектор поляризации. Гамильтониан упругих колебаний, соответствующий (3), в терминах b_k^+, b_k принимает диагональный вид: $H_e = \sum \hbar s_t k b_k^+ b_k$. Магнитоупругую энергию запишем в виде суммы двух слагаемых:

$$W_{me} = h\int\int dxdy E_{me} = W_{me}^{(1)} + W_{me}^{(2)}.$$

Первое

$$W_{me}^{(1)} = \frac{\hbar\lambda^2 M_0^4 h}{2mE}\sum_k\left\{\frac{1}{\Omega_k}(A_k^+A_{-k}^+ + A_k^+A_k) + \frac{(1+\sigma)}{\omega_k^*}(a_k^+a_{-k}^+ + a_k^+a_k) + \text{h.c.}\right\}$$

определяется магнитострикционными деформациями (6). Его учет непосредственно приводит к перенормировке частот спиновых волн. Частота верхней ветви Ω_k меняется несущественно, но нижняя приобретает активацию (магнитоупругую щель, см. [13]):

$$\omega_k \to \omega_k^* = c\sqrt{\frac{h\lambda^2 M_0^4(1+\sigma)}{AE} + k^2},$$

что имеет важное значение для стабилизации ДМП.

Второе слагаемое в магнитоупругой энергии, $W_{me}^{(2)}$, отвечает динамическому взаимодействию магнонов и фононов на фоне равновесного основного состояния и содержит члены вида $b_k^+ a_{-k}^+$, $b_k^+ a_k$. Таким образом, упругие волны оказываются связанными только с колебаниями угла φ вектора l. Это значительно упрощает диагонализацию полного двухчастичного гамильтониана, который можно записать в виде

$$H^{(2)} = \sum_k \{\hbar(\Omega_k A_k^+ A_k + \omega_k^* a_k^+ a_k + s_t k b_k^+ b_k) + C_k(b_k^+ a_{-k}^+ + b_k^+ a_k) + \text{h.c.}\}.$$

Здесь

$$C_k = -\frac{i\lambda M_0^2 \hbar}{2}\sqrt{\frac{hk}{m\rho s_t \omega_k^*}}\cos 2\varphi_k,$$

φ_k – угол между $\mathbf{l}^{(0)}$ и $\mathbf{k}$, величины ω_k^* и Ω_k определены выше. Обобщенное $U - V$-преобразование (см. [14])

$$\begin{pmatrix} a_k \\ b_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{11}(k) & U_{12}(k) \\ U_{21}(k) & U_{22}(k) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_k \\ \beta_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V_{11}(-k) & V_{12}(-k) \\ V_{21}(-k) & V_{22}(-k) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_{-k}^+ \\ \beta_{-k}^+ \end{pmatrix} \tag{7}$$

при определенном выборе U_{ik}, V_{ik} приводит $H^{(2)}$ к диагональному виду:

$$H^{(2)} = \sum(\epsilon_1(k)\alpha_k^+\alpha_k + \epsilon_2(k)\beta_k^+\beta_k) + \hbar\Omega_k A_k^+ A_k.$$

Энергии двух ветвей связанных магнитоупругих волн определяются формулой

$$\epsilon_{1,2}^2 = \frac{\hbar^2}{2}[(\omega_k^*)^{(2)} + s_t^2 k^2 \pm \sqrt{((\omega_k^*)^2 - s_t^2 k^2)^2 + 16|C_k|^2 s_t k\omega_k^*}]. \tag{8}$$

Здесь знак "+" соответствует противофазным магнитоупругим колебаниям, при этом $\epsilon_1 \approx \hbar\omega_k^* \neq 0$ в пределе $k \to 0$. Знак " – " соответствует синфазным колебаниям, для которых закон дисперсии при $k \to 0$ имеет вид $\epsilon_2^2 \approx \hbar^2 s_t^2 k^2 \sin^2 2\varphi_k + \Phi(\varphi_k)k^4$, где $\Phi(0) \neq 0$.

3. Можно показать, что магнитоупругое взаимодействие практически не влияет на величину флуктуации $< \vartheta^2 >$, значение которой приведено выше. Поэтому рассмотрим флуктуацию $< \varphi^2 >$, вносящую основной вклад в $< \Delta l_x >$. Эта величина определяется обеими ветвями связанных магнитоупругих волн:

$$< \varphi^2 > \approx \frac{\hbar}{(2\pi)^2 m}\int_0^\infty dkk \int_0^{2\pi} d\varphi_k \frac{1}{\omega_k^*}\{D_1(k)N(\epsilon_1) + D_2(k)N(\epsilon_2)\}, \tag{9}$$

где

$$D_1(k) = |U_{11}^2| + |V_{11}^2| + 2U_{11}^* V_{11}, \qquad D_2(k) = |U_{12}^2| + |V_{12}^2| + 2U_{12}^* V_{12}.$$

Магнитоупругое взаимодействие влияет на $< \varphi^2 >$ двояко: с одной стороны, одна из ветвей связанных магнитоупругих колебаний приобретает конечную активацию, что стабилизирующим образом влияет на ДМП; с другой стороны, в результате взаимодействия спиновых волн с поперечными фононами закон дисперсии второй магнитоупругой ветви "смягчается" в длинноволновом пределе вплоть до перехода из линейного по k в квадратичный. Решающую роль при вычислении интеграла в (9) играет вид коэффициентов $D_1(k)$ и $D_2(k)$, порождаемых $U - V$-преобразованием. Используя явную запись U_{ik}, V_{ik} через коэффициенты гамильтониана $H^{(2)}$, см. [14], после несложных преобразований можно получить, что $D_1(k) \sim 1$, $D_2(k) \sim \hbar s_t^2 k^2 \cos^2 2\varphi_k/\omega_k^* \epsilon_2$ при $k \to 0$. Поскольку энергия $\epsilon_1(k)$ имеет щель, а коэффициент $D_2(k)$ при $N(\epsilon_2)$ для ветви с бесщелевым законом дисперсии $\epsilon_2(k)$ стремится к нулю при $k \to 0$, интеграл (9) сходится, и при достаточно низких температурах $T < T_c$ в системе установится ДМП. Расчет вклада продольных магнитоупругих волн в $< \varphi^2 >$ приводит к похожим результатам, поэтому мы его не обсуждаем.

4. Для оценки T_c используем условие $< \varphi^2 > \sim 1$ при $T = T_c$ [6]. Нетрудно видеть, что основной вклад в интеграл (9) дает область достаточно больших волновых векторов, $k > k_* = \lambda M_0^2[h(1+\sigma)/AE]^{1/2}$, в которой можно пренебречь магнитоупругой щелью. Оценивая интеграл (9), получаем $T_c = 4\pi A/\ln[4\pi A/\hbar c k_*]$. Обычно значение магнитоупругой щели ck_* много меньше $A \approx sJ$, поэтому величина $T_c \ll Js^2$.

Заметим, что, в отличие от $< \varphi^2 >$, флуктуация $< u_t^2 >$ в 2D случае остается расходящейся, так как соответствующий коэффициент $D(k)$ конечен при $k \to 0$. Однако температура упругого БКТ-перехода выше, чем магнитного, и в актуальной области $T < T_c$ существуют хорошо определенные фононы. Кроме того, упругая стабильность пленки может быть обеспечена взаимодействием с подложкой.

5. Таким образом, мы показали, что при низких температурах в 2D легкоплоскостных магнетиках при учете магнитоупругого взаимодействия существует ДМП. Ясно, что при повышении температуры ДМП разрушается путем фазового перехода, и в точке этого перехода термодинамические характеристики имеют особенности (в отличие от БКТ-перехода, в точке которого не возникает макроскопического параметра порядка). Интересный вопрос о том, какое состояние реализуется при $T > T_c$ (фаза Березинского с конечной спиновой жесткостью или парамагнитная фаза) выходит за рамки этой работы[1)].

Мы признательны В.Г.Барьяхтару за обсуждения. Работа поддержана грантами ISF и ГКНТ Украины. Один из авторов (Б.И.) благодарит Международную соросовскую программу поддержки образования в области точных наук (фонд "Возрождение"), грант SP 042025.

---

1. F.Bloch, Z. Phys. **61**, 206 (1930).
2. N.D.Mermin and H.Wagner, Phys. Rev. Lett. **17**, 1133 (1966).
3. P.C.Hohenberg, Phys. Rev. **158**, 383 (1967).
4. J.M.Kosterlitz and D.J.Thouless, J. Phys. **6**, 1181 (1973).
5. В.Л.Березинский, ЖЭТФ **61**, 1144 (1971).
6. С.В.Малеев, ЖЭТФ **70**, 2374 (1976).
7. P.Bruno, Phys. Rev. **43**, 6015 (1991).
8. Y.Yafet, J.Kwo, and E.M.Gyorgy, Phys. Rev. **B33**, 6519 (1986).
9. R.P.Ericson and D.L.Mills, Phys. Rev. **46**, 861 (1992).
10. M.Pomerantz, Surface Science **142**, 556 (1984).
11. В.Г.Барьяхтар, Б.А.Иванов, М.В.Четкин. УФН **146**, 417 (1985).
12. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, *Теория упругости*, М.: Наука, 1987.
13. Е.А.Туров, В.Г.Шавров, УФН **140**, 429, (1983).
14. V.N.Krivoruchko and D.A.Yablonskii, Phys. Stat. Solidi **B104**, K41 (1981).

[1)] Кстати, этот же вопрос возникает и для предсказанной Малеевым [6] магнитодипольной стабилизации ДМП в 2D-ферромагнетиках.