Письма в ЖЭТФ, том 63, вып.10, стр.797 - 802 © 1996г. 25 мая

СПЕКТР ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ 180-ГРАДУСНОЙ ДОМЕННОЙ ГРАНИЦЫ В ИТТРИЕВОМ ФЕРРОГРАНАТЕ

И.А.Шимохин

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау РАН
117940 Москва, Россия

Поступила в редакцию 5 октября 1995 г.
После переработки 18 апреля 1996 г.

Найдена длинноволновая асимптотика спектра изгибных колебаний монополярной доменной границы в кубическом ферромагнетике. Проведено сравнение с результатами экспериментов, численным счетом и теоретическими результатами, полученными для одноосных ферромагнетиков.

PACS: 75.60.-d

Не так давно с помощью магнитооптического метода удалось измерить спектры изгибных колебаний монополярной доменной границы (ДГ) в образцах иттриевых феррогранатов (ИФГ), обладающих уникально малым параметром затухания спиновых волн [1–3]. Магнитокристаллическая структура ИФГ чрезвычайно сложна [4, 5]. Простой моделью, которой можно аппроксимировать строение ИФГ при описании ДГ, является модель кубического ферромагнетика с отрицательной константой кубической анизотропии и с наведенной одноосной анизотропией, направленной вдоль диагонали кубической решетки [6]. Одноосная анизотропия может быть обусловлена механическим напряжением, геометрией образца или магнитострикцией. Учет одноосной анизотропии, даже если она мала, необходим, так как именно она определяет само существование 180-градусной ДГ. Заметим, что последовательный учет магнитострикции, которая в кубическом ферромагнетике с отрицательной константой кубической анизотропии вызывает неоднородное искажение кристаллической решетки, приводит к некоторой перенормировке параметров в выражении, описывающем ДГ без учета неоднородной деформации. Однако это изменение параметров мало, и существенным является лишь вклад магнитострикции в одноосную анизотропию [7]. Из-за отсутствия работ по описанию динамики ДГ в кубических ферромагнетиках, авторы эксперимента сравнивали свои результаты с теоретическими, полученными для одноосных ферромагнетиков. В работе [3] отмечено, что полученное в эксперименте значение фазовой скорости изгибных колебаний ДГ лучше всего согласуется с теоретическим результатом работы [8] (аналогичный результат одновременно получен в работе [9]) и существенно отличается от предсказаний теории [4], развитой для сильноанизотропных ферромагнетиков. Наиболее интересной особенностью результатов работ [8, 9] является асимметрия спектра колебаний ДГ относительно изменения направления волнового вектора на противоположное. В работе [10] было показано, что линейный закон дисперсии, найденный в [8, 9], имеет место лишь для выделенного направления волнового вектора, а именно, когда волновой вектор направлен вдоль намагниченности в центре ДГ. Когда спектр направлен вдоль намагниченности в доменах, симметрия спектра восстанавливается, но фазовая скорость становится много больше той, что получена в [8, 9], так как при любом направлении волнового вектора, отличного от рассмотренного в [8, 9], определяющим становится корневой член в разложении $\omega = \omega(\mathbf{k})$.

В экспериментах [1–3] измерялись частоты резонансов, возникающих при образовании стоячих мод колебаний ДГ. Эти эксперименты не позволили напрямую проверить асимметрию спектра, но косвенное подтверждение в экспериментах с движущимися ДГ было получено.

Неординарные результаты теории, развитой для одноосных ферромагнетиков, наличие экспериментальных данных, полученных на иттриевых феррогранатах, сделали актуальной задачу изучения более сложной, но и более адекватной эксперименту модели кубического ферромагнетика.

Спектр возмущений 180-градусной ДГ в кубическом ферромагнетике был численно изучен в работе [11]. Там же была получена длинноволновая асимптотика закона дисперсии изгибной моды, имеющая корневую сингулярность, которая, как и в одноосном случае, определяет закон дисперсии для всех направлений волнового вектора $\mathbf{k}$, кроме выделенного направления, совпадающего с направлением намагниченности в центре невозмущенной ДГ. В этом случае корневая сингулярность исчезает и определяющим становится линейный член в разложении $\omega = \omega(\mathbf{k})$, который в работе [11] найден не был.

В данной работе приводится длинноволновая асимптотика закона дисперсии изгибных колебаний ДГ в случае, когда зависимость $\omega = \omega(\mathbf{k})$ линейна, что позволяет сопоставить теоретические результаты для модели кубического ферромагнетика с экспериментом, а также проверить допустимость использования более простой и лучше изученной одноосной модели.

Будем считать, что динамика намагниченности описывается уравнением Ландау–Лифшица и уравнениями магнитостатики:

$$\frac{1}{\gamma}\dot{\mathbf{M}} = \mathbf{M} \times \frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \mathbf{M}}, \qquad \operatorname{div}(\mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}) = 0, \qquad \operatorname{rot}\mathbf{H} = 0, \tag{1}$$

где $\mathbf{M}$ – вектор намагниченности, $\mathbf{H}$ – собственное магнитное поле, γ – гиромагнитное отношение. Гамильтониан

$$\mathcal{H} = \int (h_{ex} + h_a + h_m)dv \tag{2}$$

соответствует учету обменного взаимодействия, кубической и одноосной анизотропии, магнитостатической энергии.

Пусть, для определенности, 180-градусная ДГ ориентирована так, что вектор $\mathbf{M}$ вращается в плоскости, перпендикулярной оси $[0, 1, \bar{1}]$, а намагниченность в доменах направлена вдоль оси $[1, 1, 1]$. В системе координат, такой, что ось y перпендикулярна ДГ, а ось z направлена вдоль намагниченности в доменах, гамильтониан H имеет вид

$$h_{ex} = A\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial x_i}\right)^2, \qquad h_m = -\frac{M_s}{2}(\mathbf{S}\cdot\mathbf{H}), \tag{3}$$

$$h_a = \frac{|K_1|}{3} + \frac{K_1}{12}[3S_1^4 + 4S_3^4 + 4\sqrt{2}S_1^3S_3 + 6S_1^2S_2^2 - 12\sqrt{2}S_1S_2^2S_3 + \tau(1 - S_3^2)],$$

где $\mathbf{M} = M_s\mathbf{S}$, M_s – намагниченность насыщения ($\mathbf{M}^2 = M_s^2$), $\mathbf{S}$ – единичный вектор вдоль направления намагниченности, A – константа обменного взаимодействия, K_1 – константа кубической анизотропии. Константа τ характеризует одноосную анизотропию вдоль оси z.

Точное решение (1)–(3), описывающее невозмущенную ДГ, определяется выражением

$$\mathbf{S}^\circ = \left(\frac{1}{\sqrt{1+\Delta^2(by)}}, 0, \frac{\Delta(by)}{\sqrt{1+\Delta^2(by)}}\right), \quad \mathbf{H}^\circ = 0, \tag{4}$$

где

$$a = \frac{\sqrt{\tau^2+9\tau}}{8+\tau}, \qquad b = \sqrt{\frac{|K_1|(8+\tau)}{12A}}, \qquad c = \frac{2\sqrt{2}}{8+\tau} \tag{5}$$

и введено обозначение

$$\Delta(by) = a\sinh(by) + c.$$

Нашей задачей является нахождение решения (1)-(3), соответствующего колебаниям ДГ, распространяющимся вдоль оси x:

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}^\circ + \mathbf{s}, \qquad |\mathbf{s}| \ll 1, \qquad \mathbf{s} = \mathbf{s}(y)\exp(kx - \Omega t), \qquad \phi = \phi(y)\exp(kx - \Omega t),$$

где потенциал ϕ определяет магнитное поле $\mathbf{H} = 2AbM_s \mathrm{div}\phi$.

В линейном приближении условие $\mathbf{S}^2 = 1$ позволяет представить вектор s в виде $\mathbf{s} = (s_{\|}S_3^\circ, s_2, -s_{\|}S_1^\circ)$. Вводя безразмерные переменные

$$\Omega = \frac{\gamma|K_1|(8+\tau)}{6M_s}\omega, \qquad k = \eta b, \qquad y = \frac{\xi}{b},$$

из (1) получаем, что функции $s_{\|}$, s_2 и ϕ, описывающие возмущение ДГ, должны удовлетворять уравнениям

$$\begin{aligned} D_1 s_{\|} &= \omega s_2 + \eta T(\xi)\phi, \\ D_2 s_2 &= \omega s_{\|} + \phi', \\ \phi'' - \eta^2\phi &= \frac{1}{Q}(s_2' - \eta T(\xi)s_{\|}), \end{aligned} \tag{6}$$

где

$$Q = \frac{(8+\tau)|K_1|}{24\pi M_s^2}, \qquad T(\xi) = \frac{\Delta(\xi)}{\sqrt{1+\Delta^2(\xi)}},$$

а дифференциальные операторы D_1, D_2 имеют вид

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{d^2}{d\xi^2} - [1+\eta^2 + \frac{6r-2-6c\Delta(\xi)}{1+\Delta^2(\xi)} + \frac{16c\Delta(\xi)-8r}{(1+\Delta^2(\xi))^2}], \\ D_2 &= \frac{d^2}{d\xi^2} - [1+\eta^2 + \frac{2r-2+6c\Delta(\xi)}{1+\Delta^2(\xi)} + \frac{6c\Delta(\xi)-3r}{(1+\Delta^2(\xi))^2}], \end{aligned}$$

где $r = a^2 + c^2 - 1$.

Спектр локализованных возмущений ДГ определяется из (6) как такая зависимость $\omega = \omega(\eta)$, при которой (6) имеет исчезающее при $\xi \to \pm\infty$ решение.

Для изгибной моды колебаний ДГ известно точное решение (6) при $\eta = 0$:

$$\omega = 0, \qquad s_{\|}^\circ = \frac{A_0\cosh(\xi)}{1+\Delta^2(\xi)}, \qquad s_2 = 0, \qquad \phi = 0.$$

Для того, чтобы найти главный, линейный член в разложении $\omega = \omega(\eta)$ в ряд по η, необходимо найти решение (6) в виде

$$\omega = \eta\omega_1 + o(\eta), \quad s_{\|} = s_{\|}^{0} + \eta s_{\|}^{1} + o(\eta), \quad s_2 = \eta s_2^1 + o(\eta), \quad \phi = \eta\phi_1 + o(\eta). \tag{7}$$

Из-за сложности операторов D_1 и D_2 выражения для коэффициентов рядов (7) удается найти только в виде разложения по параметру Q, который в случае ИФГ является малой величиной, $Q \approx 0.05$. Приведем главные члены в разложении ω_1 в ряд по Q:

$$\omega_1 = \begin{cases} (I_2 + 9cJ_2^*)/4 + O(Q), & \eta > 0 \\ 4/(QI_2) + (I_2 + 9cJ_2^*)/4 - \\ -4(4\tau I_3 - 12cI_3^* + 10cI_4^* - 5\tau I_4)/I_2^2 + O(Q), & \eta < 0 \end{cases}, \tag{8}$$

где введены обозначения

$$I_n = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{a^2\cosh^2(\xi)}{(1+\Delta^2(\xi))^n} d\xi, \quad I_n^* = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{a^2\cosh^2(\xi)\Delta(\xi)}{(1+\Delta^2(\xi))^n} d\xi,$$

$$J_2^* = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta(\xi)}{(1+\Delta^2(\xi))^2} d\xi.$$

Эти интегралы, зависящие от параметров a и c, выражаются через элементарные функции, но получаемые выражения слишком громоздки. В случае, когда константа τ мала, а для ИФГ $\tau \approx 0.03$, согласно (5), имеем

$$a = \frac{3\sqrt{\tau}}{8} + o(\tau), \qquad c = \frac{\sqrt{2}}{4} + o(\tau),$$

что позволяет существенно упростить правую часть в (8):

$$\omega_1 = \begin{cases} E - 2\ln(\tau)/9 + O(Q+\tau), & \eta > 0 \\ F/Q + G + E - 2\ln(\tau)/9 + O(Q+\tau), & \eta < 0 \end{cases},$$

где через E, F и G обозначены числовые константы:

$$E = -\frac{7}{36} - \frac{47\sqrt{2}\,\mathrm{arctg}(\sqrt{2}/4)}{144} + \frac{10\ln(2)}{9}, \qquad F = \frac{16}{4+\sqrt{2}\,\mathrm{arctg}(\sqrt{2}/4)},$$

$$G = \frac{19}{3(4+\sqrt{2}\,\mathrm{arctg}(\sqrt{2}/4))^2} - \frac{119\sqrt{2}\,\mathrm{arctg}(\sqrt{2}/4)}{4(4+\sqrt{2}\,\mathrm{arctg}(\sqrt{2}/4))}.$$

Таким образом, для кубического ферромагнетика с отрицательной константой кубической анизотропии, большим фактором качества $1/Q \gg 1$ и слабой одноосной анизотропией $\tau \ll 1$ длинноволновая асимптотика закона дисперсии изгибных колебаний в линейном случае имеет вид

$$\Omega(k) = \frac{\gamma|k|}{M_s}\sqrt{\frac{8}{3}A|K_1|}\begin{cases} E - 2\ln(\tau)/9, & k > 0 \\ F/Q + G + E - 2\ln(\tau)/9, & k < 0 \end{cases}. \tag{9}$$

Анализируя выражение (9), мы видим, что как и в одноосном случае [8–10], спектр изгибных колебаний 180-градусной ДГ в кубическом ферромагнетике с большим фактором качества является асимметричным. В отличие от одноосного случая, этот спектр зависит от дополнительного параметра τ. В одноосном случае ширина ДГ определяется двумя параметрами, а именно, константами обменного взаимодействия и одноосной анизотропии. В кубическом ферромагнетике 180-градусная ДГ состоит из двух связанных между собой субграниц, последовательно меняющих направление намагниченности на 109° и 71°, соответственно. Ширина каждой субграницы определяется константами A и K_1, расстояние между которыми пропорционально $\ln(\tau)$, поэтому общая ширина 180-градусной ДГ в кубическом ферромагнетике зависит уже от трех параметров. Жесткость ДГ зависит от ее толщины, что и определяет закон дисперсии (9). Вклад от параметра τ симметричен, то есть одинаков и при $k > 0$ и при $k < 0$. При достаточно малых τ, $|\ln(\tau)| > 1/Q$, этот вклад может восстановить симметрию спектра. Из этого следует, что спектр изгибных колебаний ДГ в кубическом ферромагнетике может существенно отличаться от соответствующего спектра для одноосного ферромагнетика.

В экспериментах, описанных в работах [1–3], измерялись частоты резонансов, возникающих при образовании стоячих волн. На основании этих результатов по формуле $v = 2d[\nu(n) - \nu(n-1)]$, где d – размер образца, $\nu(n)$ – частота n-ного резонанса, вычислялась величина v, которая связана с фазовыми скоростями $v_\pm = \Omega(k_\pm)/k_\pm$ соотношением $v/2 = v_+v_-/(v_+ + v_-)$. Результат эксперимента: $v \approx 100$ м/с. Полагая, что одноосная анизотропия обусловлена только магнитострикцией

$$\tau = \frac{54c_{44}\lambda_{11}\lambda_{11}}{K_1},$$

где c_{44} и λ_{11} константы упругости и магнитоупругости, соответственно, для значений параметров ИФГ $A = 4.2 \cdot 10^{-7}$ эрг/см, $K_1 = -6.2 \cdot 10^3$ эрг/см^3, $M = 139$ Гс, $c_{44} = 7.64 \cdot 10^{11}$ эрг/см^3, $\lambda_{11} = -2.4 \cdot 10^{-6}$ [6, 3], исходя из полученного в данной работе закона дисперсии (9), получим $v_+ = 108$ м/с, $v_- = 9.7$ км/с. Экспериментально измеряемая величина v при этом имела бы значение $v = 214$ м/с.

Для того, чтобы сопоставить аналитические результаты с экспериментальными данными, необходимо, в первую очередь, сравнить реальную ширину ДГ с шириной, которая получается в рассматриваемой модели. В эксперименте ширина ДГ равна 2 мкм [6]. В соответствии с (4) теоретическая ширина ДГ равна 0.8 мкм. Возможные причины несоответствия реальной и модельной ширин ДГ подробно рассмотрены в [6]. Это несоответствие вполне объясняет различие в экспериментальной и теоретической величинах фазовых скоростей изгибных колебаний ДГ.

Как уже упоминалось выше, авторы экспериментов [2, 3] сравнивали свои результаты с теоретическими, полученными для одноосных ферромагнетиков. При этом в аналитические выражения вместо величин констант одноосной анизотропии и обменной энергии β и α, которые в [8, 9] вводятся так, что

$$h_{ex} = \frac{\alpha}{2}\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\partial \mathrm{M}}{\partial x_i}\right)^2, \qquad h_a = \frac{\beta}{2}(M_s^2 - (\mathrm{M}\cdot\mathrm{n})^2),$$

n – ось легкого намагничивания, подставлялись величины $2K_1/M_s^2$ и $2A/M_s^2$, соответственно. При этом получалось $v = 120$ м/с, а ширина ДГ равна 0.08 мкм, то есть хорошее совпадение фазовых скоростей и полное несоответствие реальной и теоретической ширин ДГ. Представляется, что более оправдана аналогия, когда вместо β берется величина $K_1/6M_s^2$, что соответствует приравниванию энергий в центрах ДГ в кубическом и одноосном ферромагнетиках. Получаемая при этом толщина ДГ, равная 0.3 мкм, соответствует по порядку величины толщинам 109-градусной и 71-градусной субграниц, а получаемые фазовые скорости $v_+ = 20$ м/с, $v = 40$ м/с соответствуют скоростям колебаний в уединенной 109-градусной или 71-градусной границе, что может служить нижней оценкой фазовых скоростей колебаний 180-градусной ДГ в кубическом ферромагнетике. В общем случае результаты теории, развитой для одноосных ферромагнетиков, могут быть, при правильной перенормировке параметров, использованы для описания простых, 109-градусной и 71-градусной ДГ в ЖИГ. Более сложная, 180-градусная ДГ зависит от большего числа параметров, и для ее описания необходимы более адекватные модели, простейшей из которых является модель кубического ферромагнетика с наведенной одноосной анизотропией.

Использование результатов численных расчетов [11] позволяет определить рамки применимости линейного закона дисперсии (9). Оказывается, что при $k > 0$ полученное выражение справедливо при $k/b \leq 1$. При $k < 0$ линейность закона дисперсии изгибной моды нарушается уже при $k/b \sim 10^{-3}$, так как из-за большой крутизны этой ветви частота изгибных колебаний при $k/b \sim 10^{-3}$ становится сравнимой с частотой магнитострикционных колебаний, что приводит к взаимодействию и перестройке этих ветвей.

Автор благодарен В.И.Никитенко, Л.М.Дедуху и В.Т.Сыногач за постановку задачи.

Работа выполнена при поддержке Международного фонда научных исследований, (грант REO 000).

---

1. Л.М.Дедух, В.И.Никитенко, В.Т.Сыногач, Письма в ЖЭТФ **45**, 386 (1987).
2. Л.М.Дедух, В.И.Никитенко, В.Т.Сыногач, ЖЭТФ **94**, 312 (1988).
3. V.S.Gornakov, V.I.Nikitenko, I.A.Prudnikov, and V.T.Synogach, Phys. Rev. **B46**, 10829 (1992).
4. A.P.Malozemoff and J.C.Slonczewski, *Magnetic Domain Walls in Bubble Materials*, Academic Press. New-York–London–Toronto–Sydney San Francisco, 1979.
5. И.В.Колоколов, В.С.Львов, В.Б.Черепанов, ЖЭТФ **84**, 1043 (1983).
6. В.К.Власко-Власов, Л.М.Дедух, В.И.Никитенко, ЖЭТФ **71**, 229 (1976).
7. А.Хуберт, *Теория доменных стенок в упорядоченных средах*, М.: Мир, 1977.
8. И.А.Гилинский, ЖЭТФ **68**, 1032 (1975).
9. А.Е.Боровик, В.С.Кулешов, М.А.Стржемечный, ЖЭТФ **68**, 2236 (1975).
10. А.В.Михайлов, И.А.Шимохин, ЖЭТФ **97**, 1966 (1990).
11. A.V.Mikhailov and I.A.Shimokhin, Phys. Rev. **B48**, 9569 (1993).