

О ВРЕМЕННОМ СВЕРХРАЗРЕШЕНИИ, ОСНОВАННОМ НА СПЕКТРАЛЬНОМ РАЗЛОЖЕНИИ СВЕТОВЫХ СИГНАЛОВ

Т.И.Кузнецова

Физический институт им. П.Н.Лебедева
117924 Москва, Россия

Поступила в редакцию 16 мая 1996 г.

Показано, что при исследовании временных характеристик световых сигналов можно выйти за рамки ограничений, обусловленных временным разрешением используемой электронно-оптической аппаратуры. Для этого следует выполнить предварительное оптическое преобразование исходного излучения, а после измерений произвести специальную математическую обработку результатов.

PACS: 06.20.Dk, 06.60.Jn, 42.65.Re

Наиболее прямой и надежный способ измерения временных характеристик световых сигналов малой длительности состоит в использовании электронно-оптических преобразователей (ЭОП). Современные ЭОП имеют временное разрешение около 1 пс [1]. Длительности импульсов, генерируемых лазерами, в настоящее время могут достигать 10 фс. В связи с этим повышение временного разрешения ЭОП постоянно привлекает внимание исследователей.

Укажем, что существует возможность значительно повысить фактическое временное разрешение ЭОП без изменения его устройства. Это можно сделать, если предварительно преобразовать исследуемый сигнал. Нужно добиться того, чтобы квадрат поля преобразованного излучения, усредненный по высокочастотным осцилляциям, имел узкий спектр. Такой новый сигнал может быть легко зарегистрирован относительно медленным квадратичным детектором, а зарегистрированную информацию можно использовать для восстановления первоначального сигнала. При этом будут преодолены ограничения, налагаемые на измерения временным разрешением электронно-оптического прибора. Такой подход к временным измерениям сигналов малой длительности был намечен ранее в работах [2,3].

Дадим математическое описание предлагаемой процедуры измерения. Пусть зависимость вещественного светового поля от времени имеет вид

$$f(t) = \text{Re}a(t) \exp[i\varphi(t) - i\omega_f t], \quad (1)$$

где ω_f – световая частота, а вещественные функции $a(t)$ и $\varphi(t)$ изменяются во времени медленно по сравнению с осцилляциями световой частоты. Введем в рассмотрение комплексный сигнал

$$E(t) = a(t) \exp[i\varphi(t) - i\omega_f t] \quad (2)$$

и его фурье-образ $\tilde{E}(\omega)$:

$$E(t) = 1/2\pi \int \tilde{E}(\omega) \exp[-i\omega t] d\omega. \quad (3)$$

Будем считать, что длительность светового сигнала не превышает T_f , а ширина функции $\tilde{E}(\omega)$ составляет $\Delta_f = 1/T_f$, при этом $T_f \Delta_f \gg 1$, то есть сигнал может не быть спектрально ограниченным.

Пусть спектральный прибор под действием монохроматического светового поля $\vec{E}(\omega) \exp[-i\omega t]$ создает в выходной плоскости поле вида

$$g(x, \omega) \vec{E}(\omega) \exp[-i\omega t]. \quad (4)$$

Здесь x – направление спектрального разложения, $g(x, \omega)$ – функция отклика прибора (по спектральной амплитуде), которая предполагается известной. Положение главного максимума этой функции в зависимости от частоты $x = \chi(\omega)$ дает соотношение пространственной координаты и частоты и характеризует дисперсию, а ширина главного максимума определяет спектральное разрешение Δ , ($1/\Delta_s = t_s$ – время затягивания спектрального прибора). Запишем результат воздействия спектрального прибора на некогерентное поле (2). Обозначая комплексное поле в выходной плоскости прибора через $V(x, t)$ и учитывая (3), (4), находим

$$V(x, t) = \int g(x, \omega) \vec{E}(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega. \quad (5)$$

Пусть далее этот сигнал поступает на входную щель ЭОП, который реагирует на квадратичную величину $|V(x, t)|^2$, при этом его отклик характеризуется аппаратной функцией $K(t - t')$ с шириной (то есть временным разрешением) t_e . Таким образом, распределение интенсивности на экране ЭОП будет иметь вид

$$I(x, t) = \int K(t - t') |V(x, t')|^2 dt'. \quad (6)$$

Именно из этого распределения интенсивности должен быть получен исходный сигнал. Можно предположить несколько процедур восстановления исходного сигнала. Наиболее простой способ извлечения из $I(x, t)$ информации о сигнале состоит в следующем. По данным об $I(x, t)$ вычислим интегралы

$$\int I(x, t) dt \equiv I_0(x), \quad (7)$$

$$\int I(x, t) t dt \equiv I_1(x). \quad (8)$$

Вместе с тем, используя формулы (5), (6) и тот факт, что $|\vec{E}(\omega)|^2$ стремится к нулю при $|\omega| \rightarrow \infty$, получаем

$$I_0(x) = 2\pi K_0 \int |\vec{E}(\omega)|^2 |g(x, \omega)|^2 d\omega, \quad (9)$$

$$I_1(x) = 2\pi K_1 \int |\vec{E}(\omega)|^2 |g(x, \omega)|^2 d\omega + 2\pi K_0 \int \frac{\partial}{\partial \omega} [\arg \vec{E}(\omega) + \arg g(x, \omega)] |\vec{E}(\omega)|^2 |g(x, \omega)|^2 d\omega, \quad (10)$$

где

$$K_0 = \int K(t) dt, \quad (11)$$

$$K_1 = \int K(t) t dt. \quad (12)$$

Уравнения (9) и (10) представляют собой интегральные уравнения для определения двух функций, $|\tilde{E}(\omega)|^2$ и $(d/d\omega)\arg\tilde{E}(\omega)$, содержащих полную информацию (с точностью до постоянного фазового сдвига) о фурье-образе исходного поля. Следует обратить внимание, что в подынтегральные выражения в (9) и (10) входит только аппаратная функция спектрального прибора, а роль аппаратной функции ЭОП свелась к наличию двух констант, K_0 и K_1 . Отметим, что в традиционной схеме измерения сигнала при использовании прибора с недостаточным разрешением мы имели бы некорректно поставленную задачу – задачу решения интегрального уравнения с ядром $K(t-t')$. В отличие от этого в нашей схеме возможность получения устойчивого решения зависит от характеристик спектрального прибора, а не ЭОП. Как видно из (9), (10), для надежной работы предлагаемой схемы требуется, чтобы разрешение спектрографа было одного порядка величины с масштабом минимальной структуры в исходном спектре (или меньше этой величины).

Проведем дальнейший анализ для случая, когда разрешение спектрального прибора много меньше указанной величины. При этом уравнения (9), (10) сводятся к следующим равенствам:

$$|\tilde{E}(\omega)|^2 = [I_0(x)/2\pi K_0 H_0(x)]|_{x=\chi(\omega)}, \quad (13)$$

$$\frac{d}{d\omega}\arg\tilde{E}(\omega) = \left[\frac{I_1(x)}{I_0(x)} - \frac{K_1}{K_0} - \frac{\partial}{\partial\omega}\arg g(x, \omega) \right] \Big|_{x=\chi(\omega)}, \quad (14)$$

где

$$H_0(x) = \int |g(x, \omega)|^2 d\omega. \quad (15)$$

Получив по формулам (13), (14) данные о спектральной интенсивности и производной спектральной фазы и проведя интегрирование по частоте, мы полностью определим комплексный спектр и сможем легко восстановить исходный сигнал с помощью обратного преобразования Фурье (3). Этим и решается задача измерения характеристик сигнала.

Приведем оценки влияния шумов на точность восстановления исходного сигнала. Анализ проводился для одной модели аддитивного шума и ансамбля сигналов специального вида. Погрешности измерения и восстановления характеризовались величинами η_I и η_E , соответственно, где

$$\eta_I^2 = \langle (\delta I)^2 \rangle / \langle I_{max}^2 \rangle, \quad (16)$$

$$\eta_E^2 = \langle \int |\delta E(t)|^2 dt \rangle / \langle \int |E(t)|^2 dt \rangle, \quad (17)$$

δI и δE – ошибки в измерениях I и в вычисленных значениях E , I_{max} – максимум по времени функции $I(x, t)$, угловые скобки означают усреднение по ансамблю шумов или сигналов. Расчеты дают для погрешности η_E следующий результат:

$$\eta_E^2 \leq \eta_I^2 \frac{1}{8\pi} \frac{t_n T_e}{t_e^2 + 2t_f^2} \left[1 + \frac{m}{k} \frac{1}{t_f^2} \left(\frac{1}{12} T_e^2 + T_f^2 \right) \right] + \left[1 - \Phi \left(\frac{m}{\sqrt{2}} \right) \right]. \quad (18)$$

Здесь t_n – время корреляции шумов, T_e – время измерения, число m определяется так, чтобы произведение $m\Delta_f$ давало величину всего спектрального

интервала, на котором проводится регистрация, Φ – интеграл вероятности, $[1 - \Phi(m/\sqrt{2})]$ – ошибка, связанная с отброшенными "хвостами" спектра, k – число существенно различных каналов регистрации (оно определяется особенностями регистрирующего устройства и разрешением экрана ЭОП в направлении оси x). Важно, что соотношение (18) между величинами η_E^2 и η_I^2 является линейным. В соответствии с (18) значение η_E может быть сделано весьма малым при реально достижимых значениях η_I . Рассмотрим численный пример. Пусть даны следующие характеристики сигнала: $t_f = 10^{-13}$ с, $T_f = 10^{-12}$ с, а разрешение имеющейся электронной аппаратуры составляет $t_e = 10^{-12}$ с. В этих условиях потребуем, чтобы спектральный прибор имел разрешение $\Delta_s = 10^{11}$ с $^{-1}$, соответственно, $t_s = 10^{-11}$ с. Положим $t_n = 10^{-12}$ с, $m = 5$, $k = 200$. При этом из (18) получаем $\eta_E^2 \leq \eta_I^2 \cdot 1.12 + 4 \cdot 10^{-4}$. При $\eta_I = 2 \cdot 10^{-2}$ из полученного неравенства находим $\eta_E \leq 2.9 \cdot 10^{-2}$. Итак, в данном случае отношение сигнал/шум для восстановленного поля оказывается только в 1.45 раза хуже, чем для измеренных величин, несмотря на то, что масштаб временных изменений поля сигнала на порядок меньше временного разрешения прибора. Этот результат можно улучшить далее (то есть уменьшать отношение t_f/t_e и величину η_E), если использовать большее число регистрирующих элементов в направлении спектрального разложения (k).

Таким образом, рассмотренная схема измерений, действительно, обеспечивает более высокое временное разрешение, чем то, которое дал бы электронно-оптический прибор при обычном способе работы. Напомним, что здесь обсуждаются достаточно сложные сигналы: оценки сделаны для $T_f/t_f = 10$. К тому же, речь идет о восстановлении и модуля и фазы сигнала. Никакая априорная информация о форме исходных сигналов не используется.

Наконец отметим, что схема не требует применения дополнительных быстроедействующих элементов, таких как нестационарные фильтры или скоростные затворы. Требуется лишь использовать хороший спектральный прибор для разложения сигнала и адекватный математический алгоритм для восстановления.

Исходя из изложенного, можно с определенностью утверждать, что предложенный способ измерений приводит к временному сверхразрешению.

-
1. A.M.Prochorov and M.Ya.Schelev, *Laser Focus World* 25, 85 (1989).
 2. Т.И.Кузнецова, *Квантовая электроника* 21, 341 (1994).
 3. Т.И.Кузнецова and М.Я.Счевлев, 21-st Intern. Congress on High Speed Photograph'y and Photonics, Abstracts of Technical Papers, Taejon, Korea, 1994, p.33.