

## КРИТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В НЕОДНОРОДНЫХ ВОЗБУДИМЫХ СРЕДАХ. МОДЕЛИРОВАНИЕ НА "ТВ-АНАЛОГЕ"

В.Н. Голубев, М.И. Рабинович, В.И. Таланов,  
В.В. Шкловер, В.Г. Яхно

С помощью аналогового моделирования на установке "телевизор – камера – обратная связь" исследованы процессы рождения и формирования нелинейных структур в двумерных неравновесных средах с различными видами неоднородностей. Показано, в частности, что распространение фронтов возбуждения в средах с однородно – в среднем – расположенными дефектами представляет собой критическое явление по параметру  $\rho$  относительной плотности дефектов. При  $\rho > \rho_{кр}$  произвольные пространственно ограниченные возбуждения схлопываются, а при  $\rho < \rho_{кр}$  – расширяются, причем скорость  $v$  фронта возбуждения растет с расстоянием до критической точки по степенному закону  $v \sim (\rho_{кр} - \rho)^\gamma$ . Критический индекс  $\gamma \in (0,1)$  определяется степенью неравновесности среды. Обнаружен также эффект отрыва "капель" возбуждения в плавно неоднородных средах.

1. Понимание роли неоднородностей в формировании в неравновесных средах стационарных и нестационарных структур, влияние неоднородностей на процессы распространения возбуждения и взаимодействия структур представляет сейчас одну из наиболее интересных и трудных задач нелинейной физики. Подобные проблемы важны при анализе движения доменных границ в ферритовых пленках<sup>1</sup>, фронтов окисления на поверхности активаторов<sup>2</sup>, распространения пламени<sup>3</sup>, при исследовании структур, возникающих на лазерных мишенях<sup>4</sup> и в неоднородных гидродинамических течениях<sup>5</sup>, а также для многих других областей физики и не только физики.

Как известно, подобные явления описываются нелинейными уравнениями в частных производных с зависящими от координат параметрами. Решение подобных уравнений в двумерном случае, даже при сравнительно простой геометрии неоднородностей, требует предельного напряжения современных компьютеров, что заставляет искать новые методы исследования обсуждаемых явлений. В настоящей работе для анализа нелинейных процессов в неоднородных возбудимых средах используется аналоговое моделирующее устройство, представляющее собой телевизор, сигнал на который поступает со смотрящей на его экран телекамеры. Подобная установка, которую мы называем "ТВ-АНАЛОГ", была предложена для моделирования нелинейных сред в работе<sup>6</sup> и подробно обсуждалась в работах<sup>7-9</sup>. Однако к настоящему времени не были получены какие-либо результаты, касающиеся моделирования процесса в конкретных неравновесных средах.

2. Исходными для описания "ТВ-АНАЛОГА" служат усредненные за время  $\tau_{ин}$  инерционности мишени камеры разностные уравнения, которые связывают потенциал  $u_n$  на поверхнос-

ти мишени камеры в точке  $(x, y)$  и яркость изображения  $I_n$  на экране телевизора в точке, соответствующей  $(x, y)$  в моменты времени  $t_n = t_0 + n\tau_k$  ( $\tau_k$  — время формирования кадра,  $\tau_m \sim 10 \tau_k$ ):

$$u_{n+1}(x) = \beta \hat{R}_M(u_n(x)) + f_1[\hat{R}_0(I_n(x))], \quad (1)$$

$$I_{n+1}(x) = f_2[u_{n+1}(x)] \quad (\beta = 1 - \tau_k/\tau_m).$$

Здесь  $\hat{R}_0(I_n(x)) = \int_{S_0} R_0(x + \vec{\xi} - \vec{\xi}) I_n(\vec{\xi}) d\vec{\xi}$ ,  $\hat{R}_M(u_n(x)) = \int_{S_M} R_M(x - \vec{\xi}) u_n(\vec{\xi}) d\vec{\xi}$ ;  $S_0$ ,  $S_M$  — соответственно поверхность экрана телевизора и мишени камеры. Функция  $f_1[\dots]$  описывает преобразование оптического изображения в электронное, а  $f_2[\dots]$  — наоборот — электронного в оптическое. Функция  $R_0$  определяет распывание изображения в оптическом канале системы и приближенно имеет гауссову форму, как и функция  $R_M$ , характеризующая растекание заряда на мишени, параметр  $\vec{\xi}$  связан с относительным сдвигом оптических осей камеры и телевизора. Имея в виду моделирование процессов с характерными временами после усреднения за интервал  $t \sim l\tau_k$  ( $l \gg 10$ ), переходим к непрерывному времени

$$\begin{aligned} \tau_k \frac{\partial u}{\partial t} = & - (1 - \beta) \int_{S_M} u(\vec{\xi}) R_M(x - \vec{\xi}) d\vec{\xi} + \\ & + f_1[\alpha(x) \int_{S_0} f_2(u(\vec{\xi})) R_0(x + \vec{\xi} - \vec{\xi}) d\vec{\xi}]. \end{aligned} \quad (2)$$

Заданная неоднородность  $\alpha(x)$  параметров моделируемой среды создавалась с помощью масок, помещаемых в плоскость, сопряженную с плоскостью электронного изображения. Далее, раскрывая вид операторов и учитывая линейность рабочего участка  $f_1(u)$  ( $f_1(u) = Ku$ ), получим нелинейное уравнение с диффузией, обычно используемое для описания процессов распространения и взаимодействия возбуждений в неравновесных средах <sup>1-4</sup> ( $\delta^2 = \int_{S_0} \frac{1}{2} \vec{\xi}^2 R_0(\vec{\xi}) d\vec{\xi}$ ):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = F(u, x) + j(u, x) \nabla u + \alpha(x) [\delta^2 \nabla(D(u) \nabla u) + \vec{\xi} \nabla(D(u) \vec{\xi} \nabla u)]. \quad (3)$$

Здесь  $F(u, x) = -(\frac{1}{\tau_k} - \frac{1}{\tau_m}) u + \frac{K\alpha(x)}{\tau_k} f_2(u)$ ;  $J(u, x) = \vec{\xi} \frac{K\alpha(x)}{\tau_k} f_2'(u)$ ;  $D(u) = \frac{K}{\tau_k} f_2'(u)$ .

Построенная с помощью прямых измерений функция  $F(u, x)$  имеет вид  $\surd$ -образной кривой, крутизна и среднее значение которой определяются регулировками "контрастность" и "яркость", а  $f_2'(u)$  — трапецидальная функция.

Для неравновесных сред наиболее типичны неоднородности двух видов: плавные (определяемые, например, неоднородностью внешнего поля, управляющего процессами в среде) и случайные, связанные с разбросанными, в среднем однородно, дефектами (невозбудимыми или пораженными участками). Приведем примеры независимого влияния таких неоднородностей.

3. В возбудимой среде с однородно расположенными дефектами может наблюдаться замедление скорости распространения фронтов возбуждения с ростом плотности дефектов. Как оказалось, такое замедление действительно имеет место, однако явление носит критический характер и сходно с явлениями перколяции. Результаты эксперимента представлены на рис. 1. Было обнаружено, что существует критическое значение плотности дефектов  $\rho_{kp}$ , ниже которого в возбудимой среде с дефектами, как и в однородной среде <sup>3</sup>, имеет место стационарное распространение фронтов возбуждения (переключения). Если же плотность дефектов выше критической, то возбуждение не распространяется, а схлопывается. Вблизи критической точки скорость фронта меняется по степенному закону  $(\rho_{kp} - \rho)^\gamma$ , где критический индекс  $\gamma \in (0, 1)$  определяется степенью неравновесности среды (в эксперименте контрастом и яркостью).

При  $\rho = \rho_{кр}$  наблюдаются стационарные неподвижные структуры. Вблизи критической точки обнаруживается подобие – увеличение "контраста" эквивалентно уменьшению плотности дефектов. При  $\rho > \rho_{кр}$  ограниченное возбуждение схлопывается (см. рис. 2).

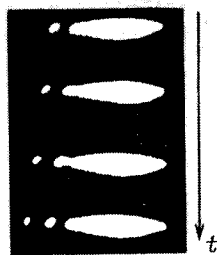
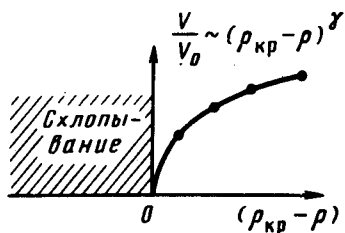


Рис. 3

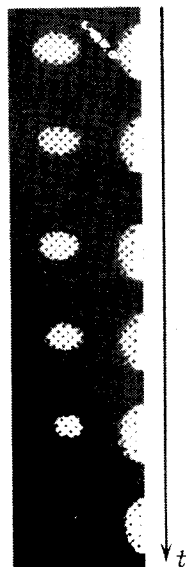


Рис. 2

Рис. 1. Зависимость скорости фронта возбуждения от относительной плотности дефектов  $\rho$  ( $\gamma = 0,6$  при  $V_0 = 20$  см/с)

Рис. 2. Схлопывание (во времени) пространственно ограниченного возбуждения в среде с  $\rho > \rho_{кр}$ . Справа на рисунке видно, что на границе однороднофазной среды с областью, содержащей дефекты с  $\rho > \rho_{кр}$ , фронт возбуждения останавливается

Рис. 3. Периодический отрыв капель от локализованного возбуждения в плавно неоднородной среде при градиенте неоднородности, большем критического

4. Одним из наиболее интересных эффектов, наблюдавшихся в плавно неоднородной возбудимой среде, является процесс периодического отрыва "капель" от устойчивой вначале области возбуждения. При некотором критическом значении градиента неоднородности фронт области стационарного возбуждения становится неустойчивым – изрезается. На нелинейной стадии формируются "капли", которые затем отрываются (см. рис. 3). Частота отрыва "капель" растет с ростом градиента неоднородности.

Подчеркнем в заключение, что "ТВ-АНАЛОГ" представляет замечательные возможности для моделирования не только возбудимых сред с диффузией, но и самых резныхобразных нелинейных полей, включая задачи четырехмерной теории поля.

Авторы признательны А.В.Гапонову-Грехову за плодотворные обсуждения.

#### Литература

1. Иванов Л.П., Логгинов А.С., Непокойчицкий Г.А. ЖЭТФ, 1983, 84, 1006.
2. Барелко В.В., Володин Ю.Е. ДАН СССР, 1975, 223, 112.
3. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Михвиладзе Г.М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980.
4. Бункин Ф.В., Кириченко Н.А., Лукьянчук Б.С. Изв. АН СССР, сер. физическая, 1983, 47, 2000.
5. Carlson D.R., Widnall Sh.E., Peeters M.F. J. Fluid Mech., 1982, 121, 487.
6. Abraham R. In: Lecture Notes in Mathematics, Springer, 1976, 525, 10.
7. Götz J., Häusler G., Cohmann A.W., Simon M. Proc. Int. Opt. Comput. Conf., London, 1978, New York, 1978, p. 179.

8. *Ferrano G., Häusler G.* Optical Engineering, 1980,19, 442.

9. *Crutchfield J.P.* Physica, 1984, 10 D, 229.

Институт прикладной физики  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
5 июня 1985 г

---