РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

# ПИСЬМА В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

*ОСНОВАН В 1965 ГОДУ* *ТОМ 64, ВЫПУСК 4*
*ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД* *25 АВГУСТА, 1996*

Письма в ЖЭТФ, том 64, вып.4, стр.225 - 230 © 1996г. 25 августа

## ИНДУКЦИОННЫЙ МЕХАНИЗМ ГЕНЕРАЦИИ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ И ИЗЛОМЫ ИХ СПЕКТРА

*Б.А.Трубников, В.П.Власов, С.К.Жданов**

*Российский научный центр "Курчатовский институт"*
*123182 Москва, Россия*

**Московский государственный инженерно-физический институт*
*115409 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 20 мая 1996 г.

В энергетическом спектре галактических космических лучей наблюдаются два "излома" и в данной статье показано, что с хорошим приближением весь спектр можно описать с помощью одной формулы, получаемой в рамках гипотезы об индукционном механизме генерации и ускорения частиц в плазменных пинчах в предположении о наличии трех иерархических групп токов – межзвездных, галактических и метагалактических.

PACS: 98.70.Sa

**1. Пинч-модель генерации космических лучей.** В данной статье обсуждается проблема происхождения галактических космических лучей (ГКЛ) и их спектра. Наиболее распространенной является гипотеза об их длительном постепенном ускорении в сравнительно слабых электрических полях каких-либо МГД волн, в частности, на фронтах ударных волн, порождаемых в космической плазме взрывами сверхновых звезд [1]. Однако в ряде наших работ (см. [2,3] и указанную там литературу) обсуждается и другая возможность – ускорение в сильных, но кратковременно действующих электрических полях, возникающих время от времени при происходящих обрывах токов в космических плазменных пинчах. Наличие космических магнитных полей обусловлено наличием соответствующих токов, и при этом, полагая $\mathrm{div}\mathbf{B} = 0$, $\mathrm{div}\mathbf{j} = 0$, и поля и токи должны быть замкнутыми. Простейшей, и в то же время достаточно общей плазменной конфигурацией такого рода является изображенный на рис.1 магнитный тор, окруженный плазмой, обладающей давлением. Можно предположить, что такие конфигурации время от времени возникают вследствие перезамыкания силовых линий космического магнитного поля, и постепенное стягивание тора к оси должно на конечной стадии привести к образованию центрального пинча, стягиваемого магнитным полем тока.

© Российская академия наук, Отделение общей физики и астрономии, Институт физических проблем им. П.Л.Капицы, 1996 г.

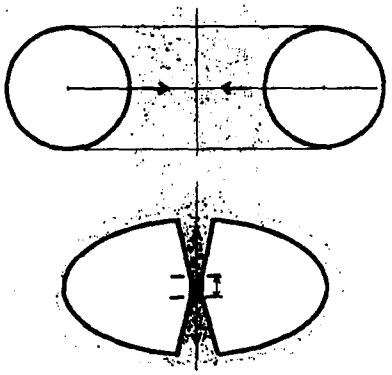

Рис.1. Стягивание магнитного тора с образованием центрального пинча

**2. Пипеточный механизм ускорения частиц.** Вследствие неустойчивости на пинче нарастают перетяжки, из которых (как из пипетки) выдавливается плазма в виде потоков ускоренных частиц, которые мы условимся для краткости называть пипеточными (pip). Как показано в [2,3], их распределение по энергии в ультрарелятивистском случае теоретически описывается степенной функцией

$$dN/dE = Y_{pip} = \mathrm{const}\, E^{-\nu}, \quad \nu = 1 + \sqrt{1+n}, \tag{1}$$

где $n$ – целое число (возникающее при разложении общего решения по своеобразным мультиполям). Если на длинном пинче одновременно возникло много одинаковых периодически расположенных перетяжек, то в теории это соответствует $n = 1$, $\nu = 1 + \sqrt{2} = 2,414$, а для одиночной изолированной перетяжки имеем $n = 2$, $\nu = 1 + \sqrt{3} = 2,732$. Любопытно отметить, что в [4] (см. рис.2 в [4]) показатель 2,44, близкий к первой цифре, предполагается для сверхэнергичных КЛ, рождаемых в скоплении галактик Девы и по предположению приходящих к нам с расстояния ~20 Мпс. В [5] наблюдаемому на Земле спектру ГКЛ приписан показатель $2,75 \pm 0,03$ (для $10^{10} \le E \le 10^{15}$ эВ), весьма близкий к последней цифре, а в [6] показатель 2,66 (для $10^{12} \le E \le 10^{17}$ эВ) предполагается для первичных ГКЛ.

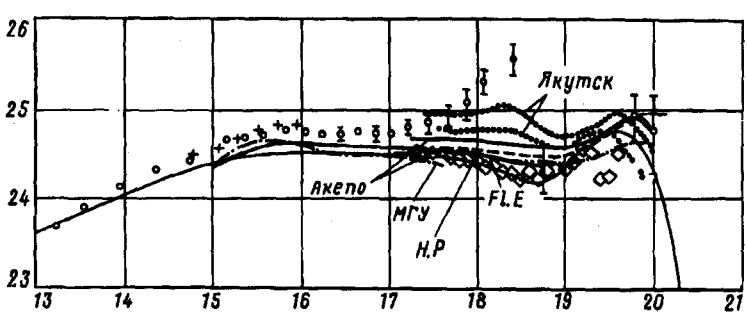


Рис. 2. Дифференциальные спектры ГКЛ (с множителем $E^3$) из работы [7]; крестики – данные из [8]; тонкая сплошная – аппроксимация по формуле (12)

**3. Индукционный механизм ускорения частиц.** Наряду с пипеточным механизмом, в пинчах в момент обрыва тока действует и второй – индукционный механизм ускорения частиц периферийной плазмы, приводящий, как показано в [3], к дифференциальному спектру вида

$$dN/dE = Y_{ind} = \mathrm{const}\, E^{-1} \exp(-E/E_i), \quad E_i = qJ/c, \tag{2}$$

где $q$ – заряд иона, а $J$ – обрываемый ток пинча. Наличие двух механизмов расширяет возможности теоретической интерпретации наблюдений, но в отличие от [2,3], в данной работе мы пренебрежем пипеточными частицами и учтем лишь индукционные частицы. Считая, что в Галактике непрерывно происходят обрывы многих пинчей, получим суммарный спектр вида

$$Y = \sum Y_{ind} = E^{-1}S(E), \quad S(E) = \sum_i^{?} C_i \exp(-E/E_i). \tag{3}$$

Нам неизвестна статистика токов Галактики, однако ясно, что при подборе достаточно большого числа постоянных $C_i, E_i$ формула (3) может описать спектр любого вида, и мы попытаемся сделать это для спектра ГКЛ, различные графики которого приведены на рис.2, взятом нами из [7] (по оси $x$ отложен $\lg(E[\text{эВ}])$, а по оси $y$ для удобства отложен $\lg(E^3Y)$).

**4. Две системы токов – метагалактических и галактических.** На правом краю спектра имеем горб метагалактических сверхэнергичных частиц (принято считать, что они приходят к нам из межгалактического пространства), и явно видно, что его можно описать одним отдельным членом суммы (3). Другие члены суммы заменим на интеграл по галактическим токам $I = E_i = qJ/c$, полагая

$$S(E) = C_0 \exp\left(-\frac{E}{E_{met}}\right) + S^1(E), \quad S^1(E) = \int_0^\infty C(I) \exp\left(-\frac{E}{I}\right) dI, \tag{4}$$

где $E_{met} = qJ_{met}/c$, и возникает вопрос о выборе функции распределения токов $C(I)$, которая, по существу, является оригиналом, порождающим лапласовский образ – сам спектр ГКЛ (при замене $I \to 1/p$ получаем преобразование Лапласа). Считая, что в Галактике малых токов много, а больших мало, естественно предположить, что их статистическое распределение имеет вид спадающей степени с дополнительной обрезающей экспонентой

$$C(I) = C_1 I^{-\mu} \exp(-I/4E_{max}), \tag{5}$$

где $E_{max} = qJ_{max}/c$ – новая постоянная с размерностью энергии (как бы максимальной для галактических частиц, в отличие от $E_{met}$ для метагалактических). Хотя, на первый взгляд, такой выбор является произвольным, он, однако помимо простоты и возможности интегрирования, приводит к двум физически разумным результатам. А именно, во-первых, распределение частиц по энергиям оказывается подобным распределению токов, и во-вторых, он приводит к желательной для нас зависимости коэффициента диффузии от энергии (см. ниже).

В самом деле, подставляя (5) в (4), находим

$$S^1 = S^1_\mu(E) = C_1 \int_0^\infty I^{-\mu} \exp(-I/4E_{max} - E/I)\, dI = C_2 z^{1-\mu} K_{\mu-1}(z), \tag{6}$$

где $C_2 = 2C_1(2E_{max})^{1-\mu}$, $z = \sqrt{E/E_{max}}$, и $K$ – модифицированная функция Бесселя, имеющая две асимптотики вида

$$K_p(z \ll 1) \approx (\Gamma(p)/2)(2/z)^p, \quad K_p(z \gg 1) \approx e^{-z}\sqrt{\pi/2z}. \tag{7}$$

Это означает, что галактическая составляющая спектра при малых энергиях имеет вид $Y_{gal} = S^1/E \sim E^{-\mu}$, а при $E \geq E_{max}$ спадает по экспоненте, и, тем самым, оказывается подобной распределению токов (5) с той же степенью $\mu$, что представляется разумной качественной картиной. Покажем теперь пользу аппроксимации (5) для учета диффузии.

**5. Учет диффузии и третья система межзвездных токов.** Как мы увидим далее, полученные выражения позволяют описать второй излом спектра при энергии $E \sim 3 \cdot 10^{18}$ эВ, но не учитывают первый излом при энергии $E_1^* = 3 \cdot 10^{15}$ эВ, до которой показатель примерно равен $\mu \approx 2,6$, а после нее $\mu \approx 3,1$ (см.

рис.2). Этот скачок показателя на $\delta\mu \approx 0,5$ и называют первым изломом (отметим, однако, что наличие резкого излома подвергается сомнению в работе [6], но мы будем придерживаться традиционной точки зрения).

Его принято объяснять диффузионным уходом частиц из Галактики в межгалактическое пространство, в предположении, что коэффициент диффузии зависит от энергии таким образом, что является постоянным в области до излома и пропорциональным $\sqrt{E}$ после излома. Покажем, что именно такая зависимость приближенно получается из формулы (5) при некоторых допущениях о структуре магнитного поля Галактики (дальнейший расчет является не строгим, а оценочно-качественным).

В стационарных условиях уход частиц с энергией $E$ описывается уравнением диффузии $\mathrm{div}(< D > \nabla Y) = Y_0(E)$, где правая часть описывает источники первично-порождаемых частиц. Если коэффициент диффузии зависит от энергии по закону $< D >= D_0\Phi(E)$, то последний множитель можно перенести направо, так что наблюдаемый спектр должен иметь вид $Y = Y_0(E)/\Phi(E)$.

Будем считать, что поле $B$ сосредоточено в неоднородностях (волокнах) размера $r$, пронизывая которые, частица отклоняется на угол $\varphi = r/\rho$, где $\rho = E/eB$ – ларморовский радиус ультрарелятивистской частицы. Тогда сечение столкновений равно $\sigma = \varphi r^2$ ($\approx \pi r^2$ для медленных частиц, отражающихся "назад"), и для усредненного коэффициента диффузии приближенно имеем выражение

$$D \approx \frac{1}{3}c\lambda = \frac{c}{3n_r r^2} < \frac{1}{\varphi} >, \quad < \frac{1}{\varphi} >= \frac{E}{e} < \frac{1}{rB} >, \tag{8}$$

где фигурные скобки означают усреднение по неоднородностям поля, то есть по функции распределения токов, создающих неоднородности. Для этой функции мы примем прежнее выражение (5), но с иными постоянными

$$C(I) = C_{dif}(I) = \mathrm{const} I^{-\mu} \exp(-I/4E_*). \tag{9}$$

Фактически это означает введение еще одной системы малых замкнутых токов, создающих магнитные волокна.

Полагая, что поле квазикругового тока $J$ примерно равно $B = \varphi_0 J/cr$, где $\varphi_0$ – коэффициент порядка единицы (далее полагаем $\varphi_o = \pi/(\mu - 1)$), и используя обозначения формул (5) и (9), имеем

$$< \frac{1}{\varphi} >= \frac{E}{\varphi_o} < \frac{1}{I} >= \frac{E}{\varphi_o} \cdot \frac{S^1_{\mu+1}(E)}{S^1_\mu(E)} = \frac{1}{\pi}\Phi_\mu(E), \quad \Phi_\mu(E) = \frac{z_* K_\mu(z_*)}{2(\mu-1)K_{\mu-1}(z_*)}, \tag{10}$$

и усредненный по токам коэффициент диффузии можно записать в виде $< D(E) >= \mathrm{const}\Phi_\mu(z_*)$, где $z_* = \sqrt{E/E_*}$. Нетрудно видеть, что желательные для нас его асимптотики ($\Phi \approx 1$ при $z_* \ll 1$ и $\Phi \approx z_*/2(\mu-1) \sim \sqrt{E}$ при $z_* \gg 1$) получаются при любых $\mu > 1$, и, учитывая приближенность всей картины диффузии, мы далее будем использовать простейшую аппроксимацию $\Phi_{dif}(E) = \sqrt{1 + E/E_{min}}$, где введена $E_{min} = 4(\mu-1)^2 E_*$ – новая удобная постоянная. По тем же соображениям и для самой функции Бесселя в (6), сшивая обе ее асимптотики (7), можно рекомендовать переходную аппроксимационную формулу вида

$$K_p(z) \approx 2^{p-1}\Gamma(p) z^{-p} e^{-z} \xi_p(x), \quad \xi_p(x) = (1 + z b_p)^{p-1/2}, \quad b_p = (1/2)[\Gamma(1/2)/\Gamma(p)]^{1/(p-1/2)}. \tag{11}$$

Для $p = 3/2$ она является точной, а для $p = 1$ и $p = 2$ ошибка не превышает 3% при всех $z$! Наконец, для таких $p$ вообще можно положить $\xi = 1 + z$, что мы и сделаем.

**6. Аппроксимационная формула для спектра ГКЛ.** Введем для краткости новые обозначения параметров, записывая безразмерные относительные энергии в виде $\epsilon_n = E \cdot 10^{-n}$, где $E$ измеряется в электрон-вольтах. Тогда получаемая

из результатов (3-11) окончательная формула для спектров (с дополнительным множителем $E^3$, как на рис. 2) может быть записана в следующем удобном виде:

$$E^3Y(E) = A\epsilon_{13}^{3-\mu}(1+\epsilon_\alpha)^{-1/2}[(1+\sqrt{\epsilon_\beta})e^{-\sqrt{\epsilon_\beta}} + e^{-\epsilon_\gamma}\epsilon_\delta^{\mu-1}]. \qquad (12)$$

Эта формула с подобранными нами параметрами $A = 4 \cdot 10^{23}$; $\mu = 2.55$; $\alpha = 15.2$; $\beta = 17.9$; $\gamma = 19.4$; $\delta = 18.9$ изображена тонкой сплошной линией на рис.2, где разброс экспериментальных данных довольно велик. Отдельно она повторена на рис.3 вместе со свежими данными [8], по которым правый провал выглядит на рис.2 как наиболее глубокий, и, как видим, формула (12) способна его изобразить. Ясно, что добавлением еще одного члена типа (2) можно было бы изобразить и "якутский горб" видимый на рис.2, но не подтверждаемый данными [8].

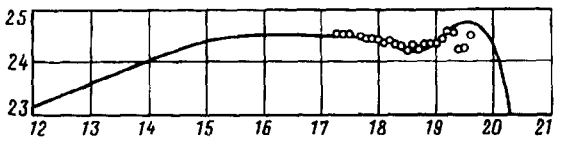


Рис.3. Спектр ГКЛ: формула (12) и экспериментальные точки [8] (оси как на рис.2)

Все это демонстрирует широкие возможности нашей модели, физическая сторона которой рассмотрена ниже.

**7. Обсуждение модели и трехступенчатой иерархии токов и размеров.** Формулу (12) можно, во-первых, рассматривать как удобную аппроксимацию, которая в отличие от других аппроксимаций (см., например, [6]) охватывает весь спектр ГКЛ, и важно отметить, что все ее члены получены по одному и тому же методу из слагаемых вида $I_i = C(J_i)\exp(-Ec/qJ_i)$.

Однако по мнению авторов, она имеет более глубокий смысл, поскольку единым образом связывает энергии частиц, токи и размеры пинчей. А именно, из трех характерных энергий:

$$E_1 = 10^\alpha \text{эВ} = 1,6 \cdot 10^{15}\text{эВ}, \quad E_2 = 10^\beta \text{эВ} = 7,9 \cdot 10^{17}\text{эВ}, \quad E_3 = 10^\gamma \text{эВ} = 2,5 \cdot 10^{19}\text{эВ}$$

по формуле $J_n[A] = E_n/30$ эВ найдем три значения характерных токов:

$$J_1 \approx 5,3 \cdot 10^{13}A, \quad J_2 \approx 2,6 \cdot 10^{16}A, \quad J_3 \approx 8,4 \cdot 10^{17}A.$$

Учитывая, что магнитное поле Галактики в среднем равно $B \approx 6 \cdot 10^{-6}$ Гс, замечаем, что токи $J_{1,2}$ могут создать такое поле при радиусе токовых каналов

$$r_1 = J_1/5B \approx 1,8 \cdot 10^{18} \text{ см} = 2 \text{ св.г.}, \quad r_2 \approx 8,7 \cdot 10^{20} \text{ см} = 300 \text{ пс},$$

и поэтому первые токи можно считать межзвездными, а вторые – галактическими (по толщине диска Галактики).

Наконец, межгалактическое магнитное поле оценивается как $B_{met} \sim 3 \div 6 \cdot 10^{-7}$ Гс, и ток $J_3$ создал бы такое поле при радиусе токовых каналов $r_3 \approx 4,2 \cdot 10^{23}$ см = 100 кпс, в 2 раза превышающих диаметр нашей Галактики, и такие токи можно считать метагалактическими.

Заметим, что найденные размеры токовых волокон $r_{1,2,3}$ совпадают с ларморовскими радиусами частиц в указанных полях при соответствующих энергиях, что делает картину трехступенчатой иерархии энергий, токов и размеров достаточно согласованной для нашей Галактики, считающейся "спокойной". А, например, активной радиогалактике Лебедь по результатам численного моделирования ее радиообластей в работе [9] приписан ток $J \approx 2,5 \cdot 10^{19}$ А. При его обрыве могут рождаться частицы с максимальной энергией $E_{max} = qJ/c = 7,5 \cdot 10^{20}$эВ. Эта радиогалактика удалена от нас на 75 Мпс, и рожденные в ней частицы не могут доходить к нам из-за торможения на фоне реликтовых фотонов (длина торможения – 40 Мпс). Возможен приход лишь отдельных частиц, случайно избежавших столкновений с фотонами, так

что указанная максимальная энергия, по-видимому, означает верхний предел всего спектра космических лучей.

**О длительности тормозного излучения ультрарелятивистских электронов.** В этом приложении рассмотрим гипотезу о возможности рождения гамма-всплесков в плазменных пинчах, и, в частности, проблему их наблюдаемой длительности порядка нескольких секунд.

Если ультрарелятивистский электрон с начальной кинетической энергией $K_0 = mc^2 k_o$ в момент $t = 0$ влетает в плазменное облако в точке $x = 0$, то его кинетическая энергия расходуется на тормозное излучение и убывает по экспоненте $K(t) = K_0 \exp(-t/\tau_o)$, где для простоты будем считать, что $\tau_o$ =const. Тогда пройденный им путь определяется уравнением

$$dx = (cdt)[1 - (1 + k_o e^{-t/\tau_o})^{-2}]^{1/2}, \quad x = c\tau_o S(t),$$

где

$$S(t) = 4\int_{s(0)}^{s(t)} x^2(x^4 - 1)^{-1}\, dx, \quad s(t) = \sqrt{1 + 2\mu(t)}, \quad \mu(t) = mc^2/K(t), \tag{13}$$

и приближенно для ультрарелятивистских энергий ($\mu \ll 1$) имеем

$$x = x(t) = ct - \delta(t), \quad \text{где } \delta(t) \approx c\tau_o(\frac{\mu(0)}{2})^2(e^{2t/\tau_o} - 1). \tag{14}$$

Поскольку ультрарелятивистский электрон излучает тормозные гамма-кванты в узкий конус с раствором порядка $1/\gamma$ в направлении вперед, а $x_{fr} = ct$ – координата фронта излучения, то излученная энергия будет сосредоточена в тонком слое толщиной порядка $\delta$ между фронтом и незначительно отстающим от него электроном. При $t \gg \tau_o$ имеем $\delta(t) \approx c\tau_o(mc^2/2K(t))^2$, и если излучение все же попадает в наблюдательный прибор, то в нем оно даст сигнал малой длительности. Если, например, начальная энергия электрона равна $K(0) = 1$ ГэВ, и 99% ее электрон теряет за время $t_* = 4,6\tau_o$, то в наблюдательном приборе получим сигнал длительности $\Delta t \approx 10^{-4} t_*$.

Эти соображения могут оказаться полезными в том случае, если окажется, что космические гамма-всплески возникают от тормозного излучения пучков электронов, каким-то образом ускоренных до ультрарелятивистских энергий. Более того, их узконаправленное излучение может не попадать в приборы, и лишь в конце процесса торможения, когда энергия снижается до МэВ-ного диапазона, излучение становится почти изотропным по направлениям и может попасть в прибор. Учет этих соображений может привести к повышению оценок предполагаемой первичной мощности источников гамма-всплесков, природа которых в настоящее время остается неизвестной.

Авторы выражают признательность Ю.Д.Котову за полезные замечания по работе.

---

1. В.Л.Гинзбург, УФН **166**, 169 (1996).
2. В.П.Власов, С.К.Жданов, Б.А.Трубников, Письма в ЖЭТФ **49**, 581 (1989).
3. Б.А.Трубников, УФН **160** 167 (1990); B.A.Trubnikov, IEEE Transections on Plasma Sci. **20**, 898 (1992).
4. J.Wdowczyk and A.W.Wolfendale, Nature **281** 5730, 356 (1979); M.Giler, J.Wdowczyk, and A.W.Wolfendale, J. Phys. G; Nucl. Phys. **6**, 1561 (1980).
5. К.Ленг, *Астрофизические формулы*, М.: Мир, 1978.
6. С.И.Никольский, Изв. РАН, сер.физ. **57**, 21 (1993).
7. Л.И.Вильданова, П.А.Дятлов, Н.М.Нестерова и др., там же, **58**, 79 (1994).
8. D.J.Bird, S.C.Corbato, H.Y.Dai et al., Phys. Rev. Lett. **71**, 3401 (1993).
9. A.L.Peratt, *Physics of the Plasma Universe*, Springer-Verlag, New York Inc., (1992).