

О ТОНКОЙ СТРУКТУРЕ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ПОЛОС СВЕРХДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР

И.М.Павличенков

Российский научный центр "Курчатовский институт"
123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 4 июля 1996 г.

Показано, что осцилляции энергии уровней сверхдеформированных вращательных полос можно объяснить из первых принципов, как результат неадиабатического искажения среднего поля ядра вращением, используя стандартный микроскопический гамильтониан со спаривательным, квадрупольным и гексадекапольным остаточными взаимодействиями.

PACS: 21.10.Re, 21.60.Fw, 23.20.Lv, 27.60.+j

Систематические отклонения от регулярной последовательности уровней или $\Delta I = 4$ бифуркация, открытая недавно в полосах сверхдеформированных (СД) ядер [1] широко обсуждается в настоящее время в теоретических работах [2–11]. Явление состоит в том, что уровни вращательной полосы (с интервалом по спину $2\hbar$) расщепляются, начиная со спина I_0 , на две субполосы с последовательностями спинов $I_0, I_0 + 4, I_0 + 8, \dots$ и $I_0 + 2, I_0 + 6, I_0 + 10, \dots$. Другими словами зависимость энергии уровня от его спина в полосе представляется осциллирующей функцией. Наблюдаемое расщепление мало и составляет 100–1000 эВ, но оно несомненно указывает на существование тонкой структуры вращательных полос.

В работах [2] и [3] для описания осцилляций постулировалось существование устойчивой деформации ядра четвертого порядка типа Y_{44} . Однако попытка пойти дальше по этому пути и объяснить явление, исходя из первых принципов, по-видимому окончилась неудачей. В микроскопических расчетах по методу Струтинского [11, 10] и в приближении Хартри–Фока–Боголюбова [8] деформация Y_{44} в СД ядрах с числом нуклонов $A \sim 150$ и 190 не обнаружена. В работе [4] осцилляции возникают в результате возмущения с симметрией S_4 , имеющего динамическую природу. В настоящей работе предложено развитие этой идеи на микроскопическом уровне. Используется приближение среднего поля и метод теории возмущений, развитый при исследовании неадиабатических поправок к вращательным спектрам атомных ядер [12, 13].

Исходным является стандартный роугиан, который во вторичном квантовании имеет вид

$$H' = \sum_{i,k} \epsilon_{ik} a_i^\dagger a_k - \frac{1}{2} \sum_{\lambda=2,4} \chi_\lambda Q_\lambda \cdot Q_\lambda - \omega_1 J_1 - \omega_2 J_2, \quad (1)$$

где первый член – кинетическая энергия, а два последних описывают принудительное вращение ядра вокруг произвольной оси, перпендикулярной оси Z вращающейся системы координат. Соответственно ω_α – проекция угловой скорости, а $J_\alpha = \sum_{i,k} j_{ik}(\alpha) a_i^\dagger a_k$ – углового момента ядра на ось α этой системы. Роугиан (1) содержит квадрупольное и гексадекапольное взаимодействия, которые записаны символически в виде скалярного произведения

$Q_\lambda \cdot Q_\lambda = \sum_\mu Q_{\lambda\mu}^* Q_{\lambda\mu}$ мультипольных операторов $Q_{\lambda\mu} = \sum_{i,k} q_{ik}(\lambda\mu) a_i^\dagger a_k$. Для простоты в выражении (1) опущено спаривательное взаимодействие, которое будет учтено в конечном результате.

Имея ввиду, что все выполненные к настоящему времени численные расчеты указывают на отсутствие заметной неаксиальности СД состояний, мы ограничимся рассмотрением аксиальных ядер. Перейдем с помощью канонического преобразования от базисных функций $|k\rangle$ к функциям $|\nu\rangle$, удовлетворяющим самосогласованному уравнению

$$(\hat{\epsilon} - \sum_{\lambda=2,4} \chi_\lambda \alpha_{\lambda 0} \hat{q}_{\lambda 0} - \omega_+ j_- - \omega_- j_+) |\nu\rangle = \epsilon_\nu |\nu\rangle, \quad (2)$$

где $j_\pm = j_1 \pm ij_2$, $\omega_\pm = \omega_1 \pm i\omega_2$, а $\alpha_{\lambda 0} = \sum_\nu q_{\nu\nu}(\lambda 0) n_\nu$ - аксиальная коллективная координата, зависящая от чисел заполнения одночастичных уровней n_ν данной полосы. В приближении среднего поля энергия ядра во вращающейся системе, как функция частот ω_+ и ω_- , определяется выражением

$$\mathcal{E}' = \sum_\nu \epsilon_\nu n_\nu + \frac{1}{2} \sum_\lambda \chi_\lambda \alpha_{\lambda 0}^2 - \frac{1}{2} \sum_{\lambda, \mu \neq 0} \chi_\lambda \alpha_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda, -\mu}, \quad (3)$$

в котором ϵ_ν - одночастичный аксиальный роутиан.

Последнее слагаемое в выражении (3) можно рассматривать, как малое возмущение, так как неаксиальная коллективная координата $\alpha_{\lambda\mu}$ исчезает в пределе невращающегося ядра. Вращение заметно искажает движение нуклонов, заполняющих состояния изолированных подболочек с большим одночастичным моментом j . Изменение движения остальных частиц можно рассматривать по теории возмущений. В соответствии с этим запишем

$$\alpha_{\lambda\mu} = Q_{\lambda\mu} + \tilde{\alpha}_{\lambda\mu}, \quad (4)$$

где $Q_{\lambda\mu}$ - мультипольный момент изолированных подболочек. Полностью заполненные подболочки не дают вклада в $Q_{\lambda\mu}$, так как оператор $q_{\lambda\mu}$ имеет нулевой след. Следовательно величина $Q_{\lambda\mu}$ равна мультипольному моменту нуклонов незаполненной изолированной подболочки у поверхности Ферми. Поэтому макроскопическая величина $\tilde{\alpha}_{\lambda\mu}$ определяется практически всеми нуклонами ядра. Ее можно представить в виде ряда теории возмущений

$$\tilde{\alpha}_{\lambda\mu} = \text{Tr}(q_{\lambda\mu} \rho^{(2)}) + \text{Tr}(q_{\lambda\mu} \rho^{(4)}) + \dots \quad (5)$$

Здесь $\rho^{(n)}$ - поправка n -го порядка к матрице плотности ядра в представлении, определяемом уравнением (2) с $\omega_\pm = 0$. Собственные функции уравнения описывают однонуклонные состояния невращающегося аксиально-деформированного ядра, ось симметрии которого совпадает с осью 3. Для аксиальных коллективных координат разложение

$$\alpha_{\lambda 0} = \alpha_{\lambda 0}^{(0)} + \text{Tr}(q_{\lambda 0} \rho^{(2)}) + \text{Tr}(q_{\lambda 0} \rho^{(4)}) + \dots, \quad (6)$$

начинается с мультипольного момента невращающегося ядра $\alpha_{\lambda 0}^{(0)}$, который является макроскопической величиной.

Используя выражения (5) и (6) можно получить разложение энергии (3) по степеням вращательных частот ω_+ и ω_- :

$$\mathcal{E}' = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}'_i - 2\omega_+ \omega_- \mathcal{J} - (\omega_+^2 + \omega_-^2) \Gamma_2^{(2)} + \omega_+^2 \omega_-^2 (B - \Gamma_0^{(0)}) -$$

$$-(\omega_+^3 \omega_- + \omega_+ \omega_-^3) \Gamma_2^{(4)} - (\omega_+^4 + \omega_-^4) \Gamma_4^{(4)}, \quad (7)$$

где \mathcal{E}_0 – энергия невращающегося ядра, а \mathcal{E}'_i – роутиан нуклонов изолированных подоболочек. Члены центробежного взаимодействия ряда (7), получающиеся из неаксиальной части роутиана (3), содержат коэффициенты

$$\Gamma_0^{(4)} = \sum_{\lambda} \chi_{\lambda} [\alpha_{\lambda 2}^{(2)}]^2, \quad \Gamma_2^{(n)} = \sum_{\lambda} \chi_{\lambda} Q_{\lambda 2} \alpha_{\lambda 2}^{(n)}, \quad \Gamma_4^{(4)} = \chi_4 Q_{44} \alpha_{44}^{(4)}, \quad (8)$$

где независимые от ω_{\pm} величины $\alpha_{\lambda\mu}^{(n)}$ определяются соотношением:

$$\alpha_{\lambda\mu}^{(n)} = \alpha_{\lambda, -\mu}^{(n)} = \omega_+^{-(n+\mu)/2} \omega_-^{-(n-\mu)/2} \Gamma(Q_{\lambda\mu} \rho^{(n)}). \quad (9)$$

Эффекты сил Кориолиса и центробежного искажения аксиальных координат включены в момент инерции \mathcal{J} и величину B [12]. Пренебрегая малой величиной \mathcal{E}'_i , найдем энергию вращающегося ядра в лабораторной системе координат, как функцию углового момента. Для получения эффективного вращательного гамильтониана следует проквантовать получившееся выражение, что можно сделать только с точностью до коммутаторов проекций углового момента. Устраняя этот недостаток (связанный с использованием модели принудительного вращения) с помощью соображений симметрии [14], найдем

$$H_{eff} = \frac{1}{2\mathcal{J}} (I^2 - I_3^2) - \frac{\Gamma_2^{(2)}}{4\mathcal{J}^2} (I_+^2 + I_-^2) + \frac{B - \Gamma_0^{(4)}}{16\mathcal{J}^4} (I^2 - I_3^2)^2 - \frac{\Gamma_2^{(4)}}{32\mathcal{J}^4} [I_+^2 + I_-^2; I^2 - I_3^2]_+ - \frac{\Gamma_4^{(4)}}{16\mathcal{J}^2} (I_+^4 + I_-^4), \quad (10)$$

где параметры $\Gamma_{\mu}^{(n)}$ с $\mu \neq 0$ являются функциями I/\mathcal{J} ввиду зависимости $Q_{\lambda\mu}$ от $\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$.

Гамильтониан (10) получился в результате выделения вращательной моды возбуждения за счет введения аксиальных и неаксиальных неадиабатических членов (мы ограничились членами четвертого порядка). Неаксиальные слагаемые, пропорциональные $Q_{\lambda\mu}$, исчезают для малых спинов. В этом пределе (10) переходит в обычный вращательный гамильтониан аксиальных ядер, представляющий собой степенной ряд оператора $I^2 - I_3^2$. Такой гамильтониан не может объяснить наблюдаемые осцилляции. Если ядро имеет устойчивую квадрупольную неаксиальную деформацию, то коллективные координаты $\alpha_{\lambda\mu}$ с $\mu \neq 0$ содержат, аналогично (6), независимую от ω часть. Вращательный гамильтониан в этом случае совпадает с (10), но его неаксиальные члены в A раз больше. Похожий гамильтониан рассматривался в работе [5], где было показано, что он приводит к нерегулярным осцилляциям. Для устойчивой деформации Y_{44} только одна координата α_{44} имеет независимую от ω часть. Соответствующий гамильтониан обладает симметрией C_{4v} и совпадает с гамильтонианом работы [2].

В предельном случае чисто коллективного вращения ядра членами, содержащими оператор I_3 , можно пренебречь и гамильтониан (10) преобразуется к виду:

$$H_{eff} = A I^2 + B I^4 + d(I_+^2 + I_-^2) + c(I_+^4 + I_-^4), \quad (11)$$

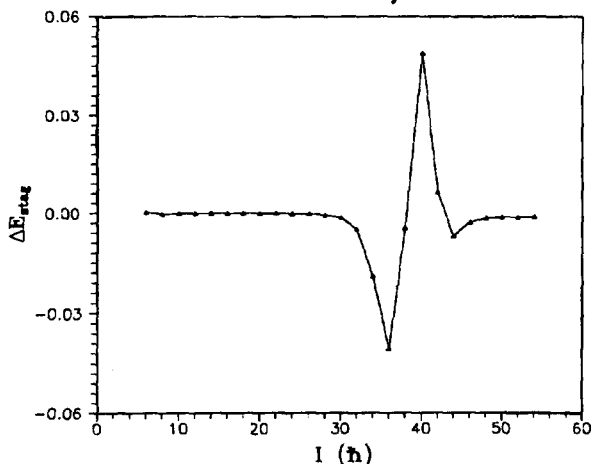


Рис.1. Осцилляции энергии уровней в ирраст. полосе гамильтониана (11) с параметрами $d/A = -0.01$, $B/A = -4 \cdot 10^{-6}$, $c/A = 2 \cdot 10^{-6}$ (критический спин $I_0 = 27$). Величина осцилляций ΔE_{stag} дана в единицах A

где $A = 1/2J$ и $B = (B - \Gamma_0^{(4)})/16J^4$ – вращательные постоянные аксиального ядра, а параметры неаксиальных членов c и d в A раз меньше соответствующих аксиальных A и B . Знак коэффициента d не влияет на спектр уровней гамильтониана (11) из-за его C_{2v} инвариантности. Напротив, изменение знака коэффициента c приводит к инверсии уровней в мультиплете. Осцилляции в ирраст. полосе могут существовать только при $c > 0$. Кроме того мы ограничимся рассмотрением области малых спинов $I < I_c = \sqrt{|d|/4c}$ (точка бифуркации), в которой два последних члена (11) сравнимы. Энергия ирраст. уровней в квазиклассическом приближении [15] равна

$$E(I) = E_0(I) - 2|T| \cos\{Re S_2(E_0)\}, \quad (12)$$

где E_0 – их энергия в отсутствие туннелирования между одинаковыми траекториями, окружающими северный и южный полюса поверхности вращательной энергии гамильтониана (11). Амплитуда туннелирования определяется выражением

$$T = \left(\frac{\partial E}{\partial S_1} \right)_{E_0} \exp\{i S_2(E_0)\}, \quad S_2(E) = \int_{\gamma} I_2(\phi, E) d\phi, \quad (13)$$

причем путь γ , соединяющий точки одинаковых траекторий, в которых $I_2 = 0$, представляет собой часть большого круга, проходящего через седловые точки на оси 3. Так как угол ϕ соответствует повороту вокруг оси 2, то при определении действия S_2 она должна быть выбрана осью квантования. Преобразуя гамильтониан (11) к новым осям, можно найти действие в точке классического минимума $E_0 = E_{min} = (A + 2d)I^2 + (B + 2c)I^4$ и показать, что $S_2(E_0)$ имеет действительную часть при $I > I_0 = [(2 - \sqrt{2})|d|/4c]^{1/2}$. Последнее выражение определяет критический спин, с которого начинаются осцилляции. На рис.1 представлен результат численной диагонализации гамильтониана (11) для фиксированных параметров c и d . Использован независимый от амплитуды осцилляций способ выделения регулярной части, предложенный в работе [16] по аналогии с выделением энергии спаривания из масс ядер:

$$\Delta E_{stag} = \frac{1}{16} [\Delta^3 E_{\gamma}(I - 2) + 4\Delta^3 E_{\gamma}(I - 4) + \Delta^3 E_{\gamma}(I - 6)], \quad (14)$$

где $\Delta^3 E_\gamma$ означает третью производную от $E_\gamma(I)$. Интересно, что осцилляции исчезают в области $I > I_c$, где гамильтониан (11) становится инвариантным относительно преобразования C_4 .

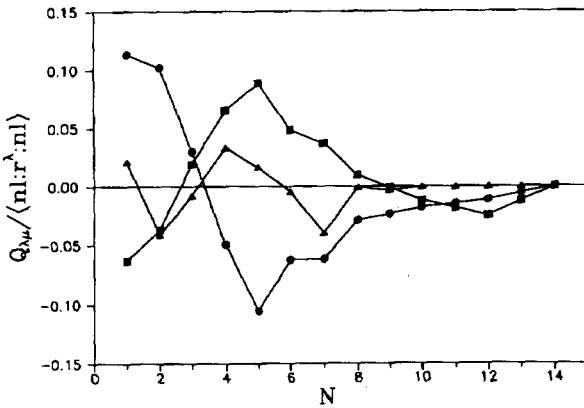


Рис.2. Средние значения мультипольных моментов Q_{22} (●), Q_{42} (■) и Q_{44} (▲) как функции числа нуклонов N в подболочке $j = 13/2$ СД ядра, вращающегося с частотой $\omega = 0.6$ МэВ и имеющего параметры деформации $\beta_2 = 0.622$, $\beta_4 = 0.041$

Параметры c и d , определяющие характер осцилляций, включают в себя две величины: микроскопическую $Q_{\lambda\mu}$ и макроскопическую $\alpha_{\lambda\mu}^{(n)}$. При расчете первой величины использовались волновые функции уравнения (2) для изолированной подболочки. На рис.2 представлена зависимость $Q_{\lambda\mu}$ от числа нуклонов N в подболочке с $j = 13/2$. Аналогичные зависимости получаются и для подболочек $11/2$ и $15/2$. Они показывают, что величины $Q_{\lambda\mu}$, будучи флуктуирующими функциями N , заметно отличны от нуля, только если подболочка заполнена не более чем наполовину. Кроме того момент Q_{44} может изменить знак в зависимости от спина I , что также критично для существования осцилляций. Величины $\alpha_{\lambda\mu}^{(n)}$ зависят монотонно от числа нуклонов A . Именно они определяют в основном критический спин I_0 . Для вычисления $\alpha_{\lambda\mu}^{(n)}$ использовался анизотропный ядерный потенциал с частотами ω_\perp и ω_z и метод функций Грина работы [13]. Опробированный при расчете вращательных постоянных A и B нормально деформированных (НД) ядер, этот потенциал позволяет получить для искомым величин аналитические выражения и самосогласованным образом определить постоянные χ_2 и χ_4 [17].

Хорошо известно, что взаимодействие вращения с квазичастичным движением сверхтекучего НД ядра дает основной вклад в постоянную B [13]. Теоретическая оценка $B/A \sim A^{3/3}/(\Delta J)^4 \sim A^{-4/3}$ (мы используем следующие оценки для энергии парной корреляции $\Delta/\omega_0 \sim A^{-1/3}$ и момента инерции $\omega_0 J \sim A^{4/3}$, где осцилляторная частота $\omega_0 = 41A^{-1/3}$ МэВ) согласуется с экспериментальными данными для всех НД ядер, имеющих стабильную квадрупольную деформацию. В СД полосах энергетические разности, соответствующие близким и далеким переходам операторов j_\pm имеют одинаковый порядок величины $\omega_\perp - \omega_z \sim \omega_\perp + \omega_z \sim \omega_0$, что приводит к уменьшению коэффициента B в $A^{4/3}$ раз по сравнению с НД полосами. По-видимому, в этом состоит причина большей регулярности СД полос. Однако экспериментальные значения постоянной B СД полос ($B/A \sim 10^{-5}$ для $A \sim 150$ и $\sim 10^{-4}$ для $A \sim 190$) не согласуются с теоретическими оценками (10^{-6} и 10^{-7} соответственно). Необходимы расчеты этой величины с использованием более реалистических

потенциалов, чтобы выяснить связано ли это расхождение с грубостью модели осцилляторного потенциала для СД состояний или мы имеем дело с новым явлением. Именно с этих позиций следует рассматривать результаты расчета критического момента I_0 , который оказался равным 400 для СД полос без спаривания, 40 для СД полос со спариванием и 10 для НД полос со спариванием.

Работа была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 96-02-16115).

-
1. S.Flibotte, H.R.Andrews, G.C.Ball et al., *Phys. Rev. Lett.* **71**, 4299 (1993); B.Cederwall, R.V.F.Janssens, M.J.Brinkman et al., **72**, 3150 (1994); A.T.Semple, P.J.Nolan, C.W.Beausang et al., **76**, 3671 (1996).
 2. I.Hamamoto and B.Mottelson, *Phys. Lett. B* **333**, 294 (1994); *Phys. Scripta T* **56**, 27 (1995).
 3. A.O.Macchiavelli et al., *Phys. Rev. C* **51**, R1 (1995).
 4. I.M.Pavlichenkov and S.Flibotte, *Phys. Rev. C* **51**, R460 (1995).
 5. P.Magierski, K.Burszyński, J.Dobaczewski, and W.Nazarewicz, *Acta Phys. Polonica B* **26**, 291 (1995).
 6. K.Burszyński, P.Magierski, J.Dobaczewski, and W.Nazarewicz, *Phys. Scripta T* **56**, 228 (1995).
 7. I.N.Mikhailov and P.Quentin, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3336 (1995).
 8. P.Magierski, P.-H.Heenen, and W.Nazarewicz, *Phys. Rev. C* **51**, R2880 (1995).
 9. Y.Sun, J.-Y.Zhang, and M.Guidry, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3398 (1995).
 10. I.Ragnarsson, Private communication.
 11. W.D.Luo, A.Bouguettoucha, J.Dobaczewski et al., *Phys. Rev. C* **52**, 2989 (1995).
 12. Ю.Т.Гринь, И.М.Павличенков, *ЖЭТФ* **43**, 465 (1962).
 13. I.M.Pavlichenkov, *Nucl. Phys.* **55**, 225 (1964).
 14. I.M.Pavlichenkov, *Phys. Rep.* **226**, 175 (1993).
 15. W.G.Harter and C.W.Patterson, *J. Chem. Phys.* **80**, 4241 (1984).
 16. I.M.Pavlichenkov, In *Proceedings of the Conference on Physics from Large γ -Ray Detector Arrays*, Ed. M.A.Deleplanque, Berkeley, CA, 1994, p.14.
 17. H.Sakamoto and T.Kishimoto, *Nucl. Phys. A* **501**, 205 (1989).